ANÁLISE LINEAR DE OSCILAÇÕES SUBSÍNCRONAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Fernando Cattan Jusan

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

_____

Prof. Glauco Nery Taranto, Ph.D.

_____

Dr. Sergio Gomes Jr., Ph.D.

_____

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.

_____

Prof. Eduardo José Siqueira Pires de Souza, D.Sc.

_____

Prof. Carlos Henrique Costa Guimarães, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO 2007

JUSAN, FERNANDO CATTAN

Análise Linear de Oscilações Subsíncronas em Sistemas Elétricos de Potência [Rio de Janeiro] 2007

XVIII, 408 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Elétrica, 2007)

Dissertação – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Oscilações Subsíncronas

2. Ressonância Subsíncrona

3. Interação Torcional

4. Estabilidade a Pequenas Perturbações

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, dedico um agradecimento especial à minha família pela paciência e compreensão por não poder ter lhes dado maior atenção nas muitas noites dispendidas em frente ao computador elaborando este trabalho. Agradeço aos meus pais, Sarina e Sergio, e minha irmã, Rafaela, pelo apoio e dedicação não somente nesta fase, mas em todo os passos da minha vida.

Não menos importante, dedico agradecimento especial à minha namorada Patrícia, que muitas vezes foi meu alicerce e motivação para dar continuidade a este trabalho. Sempre ao meu lado ao longo destes três anos de muito suor e alegrias, seu amor e apoio foram fundamentais nos momentos mais difíceis.

Aos meus orientadores, professores e amigos, Glauco Nery Taranto e Sergio Gomes Jr., pela transmissão de conhecimentos, discussões técnicas e pela confiança depositada em mim ao longo do desenvolvimento desta dissertação.

À FURNAS e, em especial, aos meus queridos colegas do Departamento de Estudos e Planejamento Elétrico da Operação (DEE.O) que, por muitas vezes, eram sobrecarregados no trabalho para possibilitar minhas idas periódicas às aulas e reuniões na COPPE/UFRJ e no CEPEL. Agradeço também a todos os funcionários da biblioteca pela prestatividade e paciência nas muitas vezes em que precisei de ajuda em minhas pesquisas bibliográficas.

A todos os professores da COPPE/UFRJ que de alguma maneira contribuíram para minha formação técnica e profissional.

Aos meus inúmeros colegas do CEPEL, ELETROBRAS, ONS, LIGHT, e demais empresas do setor elétrico brasileiro, pelo convívio, aprendizado e apoio, que contribuíram grandemente para meu crescimento como engenheiro nas longas jornadas de trabalho em conjunto.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

ANÁLISE LINEAR DE OSCILAÇÕES SUBSÍNCRONAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Fernando Cattan Jusan

Março / 2007

Orientadores: Glauco Nery Taranto
Sergio Gomes Jr.
Programa: Engenharia Elétrica

Com o aumento da participação da geração termelétrica na matriz energética brasileira, torna-se fundamental compreender os fenômenos e mecanismos responsáveis pelos esforços torcionais nos eixos dos turbogeradores. Sob determinadas condições, a interação dos sistemas mecânicos dos turbogeradores com elementos da rede elétrica ou com os sistemas de controle pode resultar em torques de amplitude elevada no rotor da máquina, provocando danos ao eixo por fadiga mecânica. Em geral, estas oscilações ocorrem em freqüências abaixo da freqüência síncrona e, por isso, são denominadas oscilações subsíncronas. Este trabalho apresenta uma análise detalhada dos mecanismos responsáveis por estas interações adversas, apresentando os principais fatores que as influenciam e algumas soluções mitigadoras. Modelos linearizados apropriados para os componentes do sistema de potência são desenvolvidos, de forma a permitir a reflexão das freqüências naturais da rede elétrica no eixo dos geradores, e vice-versa. Paralelamente às análises teóricas, são apresentados resultados de simulações em sistemas de pequeno porte, utilizando ferramentas de análise linear. Ao final, o fenômeno da ressonância subsíncrona é avaliado em um sistema de grande porte.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.).

LINEAR ANALISYS OF SUBSYNCHRONOUS OSCILLATIOS IN ELECTRICAL POWER SYSTEMS

Fernando Cattan Jusan

March / 2007

Advisors: Glauco Nery Taranto
Sergio Gomes Jr.
Department: Electrical Engineering

With the increasing participation of thermal generation in Brazilian energetic matrix, it has become crucial to understand the phenomena and mechanisms responsible for the torsional stresses in turbine-generator shafts. Under certain conditions, interactions between the turbo-generator mechanical systems and the electrical network or the power system controls can lead to high amplitude torques in the machine rotor, causing shaft damage by means of mechanical fatigue. These oscillation frequencies are usually lower than the normal system frequency and, therefore, are called subsynchronous oscillations. This work presents a detailed analysis of the mechanisms responsible for these adverse interactions, exposing the parameters that most influence them and introducing some countermeasures. Suitable linear models of the power system components are developed to allow the reflection of network natural frequencies in generator shafts and vice versa. In addition to the theoretical analysis, simulation results are presented for simple test systems using small signal analysis tools. At the end, the subsynchronous resonance phenomenon is studied in a large-scale power system.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO 1

1.1. MOTIVAÇÃO 1
1.2. DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO 2
1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO 8

CAPÍTULO 2 FUNDAMENTOS BÁSICOS 11

2.1. DEFINIÇÕES E CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA 11
2.2. INTRODUÇÃO À RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA 13
2.2.1. Influência de Capacitores Série em Sistemas de Potência 13
2.2.2. Influência de Freqüências Subsíncronas nos Geradores Síncronos 15
2.2.3. Influência de Freqüências Subsíncronas nos Sistemas Mecânicos do Eixo Turbina-Gerador 21
2.2.4. Análise Global 23
2.3. MECANISMOS DA RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA 23
2.3.1. Efeito de Gerador de Indução 24
2.3.2. Interação Torcional 25
2.3.3. Amplificação de Torque 25
2.4. INTERAÇÃO TORCIONAL COM SISTEMAS DE CONTROLE 26
2.5. MÉTODOS DE ANÁLISE DE OSCILAÇÕES SUBSÍNCRONAS 26
2.5.1. Varredura em Freqüência ('Frequency Scan') 27
2.5.2. Análises de Torques Sincronizantes e de Amortecimento 29
2.5.3. Análise de Autovalores 31
2.6. MODELAGEM DOS COMPONENTES DO SISTEMA DE POTÊNCIA PARA ESTUDOS DE OSCILAÇÕES SUBSÍNCRONAS 33

CAPÍTULO 3 MÁQUINAS SÍNCRONAS 37

3.1. INTRODUÇÃO 37
3.2. REPRESENTAÇÃO DA MÁQUINA SÍNCRONA 37
3.3. EQUAÇÕES DE TENSÃO – REFERÊNCIA ABC 40
3.4. TRANSFORMAÇÃO DE PARK 41
3.5. EQUAÇÕES DE ENLACE DE FLUXO – REFERÊNCIA DQ0 42
3.6. EQUAÇÕES DE TENSÃO – REFERÊNCIA DQ0 44
3.7. NORMALIZAÇÃO 47
3.7.1. Equações do Estator 48
3.7.2. Equações do Rotor 48
3.7.3. Equações de Enlace de Fluxo 49
3.8. EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO 51
3.9. PARÂMETROS OPERACIONAIS DA MÁQUINA SÍNCRONA 56
3.10. MODELO DA MÁQUINA SÍNCRONA PARA ESTUDOS DE OSCILAÇÕES SUBSÍNCRONAS 59
3.11. INTERFACE DAS EQUAÇÕES DA MÁQUINA COM A REDE ELÉTRICA 61
3.12. LINEARIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO SISTEMA MULTIMÁQUINAS 63

CAPÍTULO 4 EIXO TURBINA-GERADOR 68

4.1. INTRODUÇÃO 68
4.2. TURBINAS TÉRMICAS A VAPOR 69
4.3. TURBINAS TÉRMICAS A GÁS 69
4.4. FUNDAMENTOS BÁSICOS 70
4.5. NORMALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO SISTEMA MECÂNICO 72
4.6. INTERFACE COM O SISTEMA ELÉTRICO 75
4.6.1. Equações de Saída 75
4.6.2. Equações de Entrada 77
4.7. ANÁLISE MODAL DO EIXO TURBINA-GERADOR 77
4.8. OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DO EIXO TURBINA-GERADOR 81
4.8.1. Ajuste do Modelo Massa-Mola-Amortecedor 82

CAPÍTULO 5 REDE ELÉTRICA 85

5.1. INTRODUÇÃO 85
5.2. EQUAÇÕES ELEMENTARES 86
5.3. TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS (SISTEMA DQ0) 87
5.3.1. Resistor 88
5.3.2. Indutor 89
5.3.3. Capacitor 90
5.4. TRANSFORMAÇÃO A-B-0 92
5.5. LINHAS DE TRANSMISSÃO 92
5.5.1. Considerações 92
5.5.2. Modelo no Referencial DQ0 93
5.6. LEI DE KIRCHHOFF DAS CORRENTES (LKC) 97
5.6.1. Conceitos Elementares da Teoria de Grafos 98
5.6.2. Matriz de Incidência 99
5.7. LINEARIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA REDE ELÉTRICA 101

CAPÍTULO 6 FACTS 102

6.1. INTRODUÇÃO 102
6.2. SVC 104
6.2.1. Reator Controlado a Tiristores (TCR) 105
6.2.2. SVC do tipo Capacitor Fixo - Reator Controlado a Tiristores 109
6.3. TCSC 113
6.3.1. Princípio de Funcionamento 114
6.3.2. Estrutura Básica do Controle do TCSC 119
6.4. MODELAGEM DE EQUIPAMENTOS FACTS PARA ESTUDOS DE OSCILAÇÕES SUBSÍNCRONAS 122
6.4.1. Conceitos Básicos sobre Fasores Dinâmicos 123
6.4.2. Reator Controlado a Tiristores (TCR) 124
6.4.3. Modelagem Tensorial de Equipamentos FACTS 126
6.4.4. Modelagem do Sistema de Controle 128
6.4.5. Modelagem do PLL ("Phase-Locked Loop") 129
6.4.6. Modelagem do Ângulo de Condução 132

CAPÍTULO 7 FERRAMENTAS DE ANÁLISE LINEAR 134

7.1. INTRODUÇÃO 134
7.2. MODELAGEM PARA ANÁLISE LINEAR DE SISTEMAS DE POTÊNCIA 135
7.2.1. Representação Espaço-Estado 135
7.2.2. Representação por Sistemas Descritores 138
7.2.3. Modelagem no Domínio de s 140
7.3. ANÁLISE MODAL DE SISTEMAS DINÂMICOS 141
7.3.1. Autovalores e Autovetores 141
7.3.2. Matrizes Modais 142
7.3.3. Resposta Livre de um Sistema Dinâmico 142
7.3.4. Autovalores e Estabilidade 144
7.3.5. Mode-Shapes 146
7.3.6. Fatores de Participação 147
7.4. RESÍDUOS DE FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA 148
7.4.1. Relação Entre o Resíduo da Função de Transferência e o Ângulo de Partida de um Pólo em Malha Fechada 149
7.5. RESPOSTA EM FREQÜÊNCIA 150
7.5.1. Diagrama de Bode 151
7.5.2. Diagrama de Nyquist 153
7.5.3. Relação entre a Resposta em Freqüência e os Pólos e Zeros de uma Função de Transferência 155
7.6. PÓLOS DOMINANTES E MODELOS REDUZIDOS 156
7.7. DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES 156
7.8. INFLUÊNCIA DOS ZEROS DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA NA ESCOLHA DAS MALHAS DE REALIMENTAÇÃO 158

CAPÍTULO 8 INTERAÇÃO TORCIONAL COM ESTABILIZADORES DE SISTEMAS DE POTÊNCIA 162

8.1. INTRODUÇÃO 162
8.2. FUNDAMENTOS BÁSICOS 163
8.2.1. Modelo Linearizado de Heffron-Phillips 163
8.2.2. Projeto de Estabilizadores de Sistema de Potência 168
8.2.3. Análise de Estabilizadores Derivados de Sinais Arbitrários 173
8.2.4. Projeto de PSS Baseado em Resíduos 176
8.2.5. Projeto de PSS pelo Método de Nyquist 178
8.2.6. Modelagem de Estabilizadores no Espaço de Estados 180
8.3. INTERAÇÃO TORCIONAL COM ESTABILIZADORES DE SISTEMAS DE POTÊNCIA 183
8.4. ANÁLISE DO SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 184
8.4.1. Análise do sistema sem AVR 186
8.4.2. Análise do sistema com AVR e sem PSS 191
8.4.3. Estabilizador Derivado da Velocidade do Rotor 195
8.4.4. Localização do Sensor de Velocidade em Pontos Alternativos do Eixo Turbina-Gerador 202
8.4.5. Projeto de Filtros Torcionais 209
8.4.6. Estabilizador Derivado da Potência Elétrica 219
8.4.7. Estabilizador Derivado da Integral de Potência Acelerante 230

CAPÍTULO 9 RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA 237

9.1. INTRODUÇÃO 237
9.2. EFEITO DE GERADOR DE INDUÇÃO 237
9.3. INTERAÇÃO TORCIONAL 240
9.4. CARACTERÍSTICAS TORCIONAIS DOS HIDROGERADORES 245
9.5. INTERAÇÃO TORCIONAL ENTRE UNIDADES GERADORAS IDÊNTICAS ELETRICAMENTE PRÓXIMAS 248
9.6. MEDIDAS PREVENTIVAS CONTRA RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA 254
9.6.1. Modificações no Gerador e no Sistema 255
9.6.2. Filtros 256
9.6.3. Chaveamentos na Rede Elétrica e Desligamento de Unidades 258
9.6.4. Monitoramento e Releamento 259
9.6.5. Controle de Excitação 260
9.6.6. Dispositivo NGH 261
9.6.7. TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) 264
9.6.8. Exemplos Práticos de Aplicações 265
9.7. ANÁLISE DO SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 266
9.7.1. Análise do Sistema com Carga Local 267
9.7.2. Análise do Sistema sem Carga Local 273
9.7.3. Mitigação da RSS Utilizando o Controle de Excitação 277
9.8. ANÁLISE DO SISTEMA IEEE SECOND BENCHMARK MODEL – SISTEMA 2 284
9.8.1. Mitigação da RSS Utilizando o SVC 293
9.8.2. Mitigação da RSS Utilizando o TCSC 302

CAPÍTULO 10 ANÁLISE LINEAR DA RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA NO SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL 308

10.1. INTRODUÇÃO 308
10.2. DESCRIÇÃO DA ÁREA RIO DE JANEIRO / ESPÍRITO SANTO (RJ/ES) (ONS, 2006) 309
10.3. DADOS UTILIZADOS 311
10.4. MODELO DO SISTEMA ELÉTRICO 315
10.5. ANÁLISE MODAL DO EIXO TURBINA-GERADOR 322
10.5.1. Angra 1 322
10.5.2. Angra 2 324
10.6. RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES 327
10.6.1. Alternativa 1 328
10.6.2. Alternativa 2 347

CAPÍTULO 11 CONSIDERAÇÕES FINAIS 361

11.1. CONCLUSÕES 361

11.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS 364

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 365

APÊNDICE A IEEE FIRST BENCHMARK MODEL (FBM) 383

A.1. INTRODUÇÃO 383
A.2. DADOS DO SISTEMA 383
A.3. ANÁLISE MODAL DO EIXO TURBINA-GERADOR 386
A.4. MODELO COMPLETO POR SISTEMAS DESCRITORES 389

APÊNDICE B IEEE SECOND BENCHMARK MODEL (SBM) 398

B.1. INTRODUÇÃO 398
B.2. IEEE SECOND BENCHMARK MODEL – SISTEMA 1 398
B.3. IEEE SECOND BENCHMARK MODEL - SISTEMA 2 401
B.4. ANÁLISE MODAL DO EIXO TURBINA-GERADOR DE G1 403
B.5. ANÁLISE MODAL DO EIXO TURBINA-GERADOR DE G2 406

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – ESCALA DE TEMPO PARA OS DIFERENTES FENÔMENOS DINÂMICOS OBSERVADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA 12
FIGURA 2.2 – SISTEMA RADIAL COM COMPENSAÇÃO SÉRIE 14
FIGURA 2.3 – SISTEMA ELETROMECÂNICO SIMPLIFICADO PARA ILUSTRAÇÃO DO EFEITO DAS FREQÜÊNCIAS SUBSÍNCRONAS NOS GERADORES SÍNCRONOS 15
FIGURA 2.4 – CARACTERÍSTICA DE $C(s)$ EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA Ω_N 20
FIGURA 2.5 – BOBINA ACOPLADA A UM SISTEMA MECÂNICO DO TIPO MASSA-MOLA 21
FIGURA 2.6 – CIRCUITO EQUIVALENTE DA MÁQUINA SÍNCRONA PARA FREQÜÊNCIAS SUBSÍNCRONAS 24
FIGURA 2.7 – DIAGRAMA DE BLOCOS REFERENTE À EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO ELETROMECÂNICA DA MÁQUINA SÍNCRONA 30
FIGURA 2.8 – INFLUÊNCIA DOS COEFICIENTES DE TORQUE SINCRONIZANTE E DE AMORTECIMENTO NA RESPOSTA NO DOMÍNIO DO TEMPO 31
FIGURA 2.9 – ESTRUTURA DE UM SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA PARA ESTUDOS DINÂMICOS 34
FIGURA 2.10 – SUBSISTEMAS ASSOCIADOS AO GERADOR SÍNCRONO 34
FIGURA 3.1 – REPRESENTAÇÃO DOS ENROLAMENTOS DO ESTATOR E DO ROTOR DE UMA MÁQUINA SÍNCRONA DE ROTOR LISO 39
FIGURA 3.2 – RESPOSTA EM FREQÜÊNCIA DAS INDUTÂNCIAS OPERACIONAIS: (A) $L_D(s)$; (B) $L_Q(s)$ 59
FIGURA 3.3 – TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS DO REFERENCIAL $DQ0$ PARA O REFERENCIAL DO SISTEMA RELATIVO AO GERADOR I 62
FIGURA 4.1 – TURBINA A GÁS OPERANDO EM CICLO ABERTO 70
FIGURA 4.2 – REPRESENTAÇÃO A PARÂMETROS CONCENTRADOS DO EIXO TURBINA-GERADOR 71
FIGURA 5.1 – DIAGRAMA UNIFILAR EQUIVALENTE DA LINHA DE TRANSMISSÃO – MODELO Π 93
FIGURA 5.2 – APLICAÇÃO DA LEI DE KIRCHHOFF DAS CORRENTES A UM NÓ ARBITRÁRIO K 98
FIGURA 5.3 – CIRCUITO EXEMPLO: (A) DIAGRAMA UNIFILAR; (B) GRAFO 99
FIGURA 6.1 – REPRESENTAÇÃO DE UM SISTEMA ESTÁTICO DE REATIVOS IDEAL 105
FIGURA 6.2 – ELEMENTOS BÁSICOS DO REATOR CONTROLADO A TIRISTORES (TCR) 106
FIGURA 6.3 – CORRENTE NO TCR PARA DIFERENTES ÂNGULOS DE DISPARO 106
FIGURA 6.4 – AMPLITUDE DA CORRENTE FUNDAMENTAL DO TCR NORMALIZADA EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DE DISPARO 108
FIGURA 6.5 – AMPLITUDE RELATIVA DAS COMPONENTES HARMÔNICAS NA CORRENTE DO TCR E FUNÇÃO DO ÂNGULO DE DISPARO 109
FIGURA 6.6 – ELEMENTOS BÁSICOS DO SVC DO TIPO FC-TCR 110
FIGURA 6.7 – CURVA CARACTERÍSTICA ESTÁTICA V/I DE UM SVC DO TIPO FC+TCR REAL 111
FIGURA 6.8 – FUNCIONAMENTO DO SISTEMA DE CONTROLE DO SVC DO TIPO FC-TCR 111
FIGURA 6.9 - ELEMENTOS BÁSICOS DO TCSC 113
FIGURA 6.10 – REATÂNCIA FUNDAMENTAL DO TCSC EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DE DISPARO 115
FIGURA 6.11 – (A) CORRENTE DE LINHA E A RESPECTIVA TENSÃO NO CAPACITOR SÉRIE, v_{C0}, QUANDO A CHAVE *SW* ESTÁ ABERTA; (B) TENSÃO RESULTANTE SOBRE O CAPACITOR E A CORRENTE CORRESPONDENTE NO TCR 116
FIGURA 6.12 – FORMA DE ONDA DA TENSÃO E CORRENTE SOBRE O CAPACITOR (ACIMA) JUNTAMENTE COM A FORMA DE ONDA DA TENSÃO E CORRENTE SOBRE O TCR EM REGIME PERMANENTE 117
FIGURA 6.13 – INVERSÃO DE TENSÃO SOBRE O CAPACITOR: (A) FORMA DE ONDA REAL; (B) FORMA DE ONDA APROXIMADA (INVERSÃO INSTANTÂNEA); (C) CORRENTES NA LINHA E NO TCR 118
FIGURA 6.14 - FUNCIONAMENTO DO SISTEMA DE CONTROLE DO TCSC EM MODO DE CONTROLE DE CORRENTE 121
FIGURA 6.15 – FUNÇÃO DE CHAVEAMENTO 125
FIGURA 6.16 – REPRESENTAÇÃO DO REGULADOR DE TENSÃO DO SVC 128
FIGURA 6.17 – DIAGRAMA DE BLOCOS DO PHASE-LOCKED LOOP (PLL) 129
FIGURA 6.18 – FORMAS DE ONDA ASSOCIADAS AO PHASE-LOCKED LOOP (PLL) 131
FIGURA 6.19 - DIAGRAMA DE BLOCOS DO MODELO SIMPLIFICADO DO PHASE-LOCKED LOOP (PLL) 131
FIGURA 7.1 – ESTRUTURA DA MATRIZ JACOBIANA 139
FIGURA 7.2 – LOCALIZAÇÃO DE UM AUTOVALOR NO PLANO COMPLEXO 145
FIGURA 7.3 – MALHA DE CONTROLE PARA ILUSTRAR A RELAÇÃO ENTRE O RESÍDUO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA E O ÂNGULO DE PARTIDA DO PÓLO EM MALHA FECHADA 150
FIGURA 7.4 – MARGEM DE FASE E MARGEM DE GANHO 152
FIGURA 7.5 – DIAGRAMA DE NYQUIST – EXEMPLO – SISTEMA INSTÁVEL ($K=1$) 154

FIGURA 7.6 - DIAGRAMA DE NYQUIST – EXEMPLO – SISTEMA ESTÁVEL ($\kappa=10$) 155
FIGURA 7.7 – DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES – SISTEMA EXEMPLO 157
FIGURA 7.8 – DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA FUNÇÃO DE MALHA ABERTA $G(s)$ 157
FIGURA 7.9 - AUTOVALORES DO SISTEMA EXEMPLO PARA ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DOS ZEROS 159
FIGURA 7.10 – INFLUÊNCIA DOS ZEROS DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA NA SELEÇÃO DE MALHAS DE CONTROLE – DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES 160
FIGURA 8.1 – MÁQUINA CONECTADA A UMA BARRA INFINITA 163
FIGURA 8.2 – MODELO LINEARIZADO DE HEFFRON-PHILLIPS 164
FIGURA 8.3 – REGULADOR DE TENSÃO DE PRIMEIRA ORDEM 166
FIGURA 8.4 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO INCLUINDO A AÇÃO DO PSS 169
FIGURA 8.5 – DIAGRAMA DE BLOCOS DO PSS PRÁTICO 171
FIGURA 8.6 – RESPOSTA EM FREQÜÊNCIA DO BLOCO COMPENSADOR DO PSS 171
FIGURA 8.7 – EFEITO DA VARIAÇÃO DA FREQÜÊNCIA DE CENTRO DA COMPENSAÇÃO DE FASE DO PSS EM $P_{\Omega}(s)$ 172
FIGURA 8.8 – DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES TÍPICO PARA AJUSTE DO GANHO DO PSS – (A) INSTABILIDADE DO MODO ELETROMECÂNICO; (B) INSTABILIDADE DO MODO DA EXCITATRIZ 173
FIGURA 8.9 – MALHA DO ESTABILIZADOR COM SINAL DE ENTRADA ARBITRÁRIO 174
FIGURA 8.10 – RESPOSTA EM FREQÜÊNCIA DO ESTABILIZADOR DE POTÊNCIA ELÉTRICA – IDEAL E PRÁTICO 176
FIGURA 8.11 – MALHA DE ESTABILIZAÇÃO SUPLEMENTAR DO GERADOR SÍNCRONO 177
FIGURA 8.12 – PROJETO DE PSS POR MEIO DA COMPENSAÇÃO DO ÂNGULO DE PARTIDA 177
FIGURA 8.13 – DIAGRAMA DE BLOCOS DO SISTEMA DE EXCITAÇÃO INCLUINDO PSS 181
FIGURA 8.14 – REPRESENTAÇÃO ALTERNATIVA PARA O DIAGRAMA DE BLOCOS DO PSS 181
FIGURA 8.15 – COMPONENTES DE TORQUE PRODUZIDAS PELO PSS – (A) TORQUE DE AMORTECIMENTO PURO NA FREQÜÊNCIA DO MODO LOCAL; (B) TORQUE DE AMORTECIMENTO NEGATIVO NA FREQÜÊNCIA DOS MODOS TORCIONAIS 184
FIGURA 8.16 – SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL PARA ANÁLISE DE INTERAÇÃO TORCIONAL COM PSS 185
FIGURA 8.17 – RESPOSTA EM FREQÜÊNCIA DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA $\Omega(s)/P_{MEC}(s)$ 186
FIGURA 8.18 - AUTOVALORES DO SISTEMA SEM AVR 187
FIGURA 8.19 – MODE-SHAPES DE VELOCIDADE DO SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 188
FIGURA 8.20 – VELOCIDADE DA MASSA GEN REFERENTE A UM DEGRAU DE 0,01 PU NO TORQUE MECÂNICO – CASO SEM AVR – MULTIMASSA X EIXO RÍGIDO 189
FIGURA 8.21 – TENSÃO TERMINAL REFERENTE A UM DEGRAU DE 0,01 PU NO TORQUE MECÂNICO – CASO SEM AVR – MULTIMASSA X EIXO RÍGIDO 190
FIGURA 8.22 – POTÊNCIA ATIVA REFERENTE A UM DEGRAU DE 0,01 PU NO TORQUE MECÂNICO – CASO SEM AVR – MULTIMASSA X EIXO RÍGIDO 190
FIGURA 8.23 – TENSÃO TERMINAL PARA UM DEGRAU DE 0,01 PU EM EFD – CASO SEM AVR 191
FIGURA 8.24 – MODELO DE REGULADOR DE TENSÃO DE PRIMEIRA ORDEM 192
FIGURA 8.25 – ROOT LOCUS PARA VARIAÇÃO DO GANHO DO AVR DE 0 A 300 PU/PU 193
FIGURA 8.26 – VELOCIDADE ANGULAR DAS MASSAS DO GERADOR E DA EXCITATRIZ REFERENTE A UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA – CASO COM AVR E SEM PSS – MULTIMASSA X EIXO RÍGIDO 194
FIGURA 8.27 – POTÊNCIA ATIVA REFERENTE A UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA – CASO COM AVR E SEM PSS – MULTIMASSA X EIXO RÍGIDO 194
FIGURA 8.28 – TENSÃO TERMINAL REFERENTE A UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA – CASO COM AVR E SEM PSS – MULTIMASSA X EIXO RÍGIDO 195
FIGURA 8.29 – ROOT LOCUS PARA DETERMINAÇÃO DO GANHO DO PSS DERIVADO DA VELOCIDADE DO ROTOR 197
FIGURA 8.30 - ROOT LOCUS NA FAIXA DE FREQÜÊNCIA DOS MODOS TORCIONAIS – PSS DERIVADO DA VELOCIDADE DO ROTOR 198
FIGURA 8.31 - VELOCIDADE ANGULAR DAS SEÇÕES DO EIXO TURBINA-GERADOR REFERENTE A UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA – CASO COM PSS DE VELOCIDADE – MULTIMASSA X EIXO RÍGIDO 201
FIGURA 8.32 – POTÊNCIA ATIVA DO GERADOR REFERENTE A UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA – CASO COM PSS DE VELOCIDADE – MULTIMASSA X EIXO RÍGIDO 201
FIGURA 8.33 – TENSÃO TERMINAL DO GERADOR REFERENTE A UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA – CASO COM PSS DE VELOCIDADE – MULTIMASSA X EIXO RÍGIDO 202
FIGURA 8.34 – MODE-SHAPES PARA O GERADOR DO IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 204

FIGURA 8.35 – DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DO GANHO DO PSS DE 0,0 A 2,5 PU/PU PARA SINAL DE VELOCIDADE MEDIDO EM CADA SEÇÃO DO EIXO 205
FIGURA 8.36 - DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DO GANHO DO PSS DE 0 A 2,5 PU/PU PARA SINAL DE VELOCIDADE MEDIDO ENTRE AS SEÇÕES LPA E LPB 206
FIGURA 8.37 – RESPOSTA DO SISTEMA A UM CURTO-CIRCUITO MONOFÁSICO TEMPORÁRIO – CASO 1: PSS DERIVADO DA VELOCIDADE DA MASSA HP 207
FIGURA 8.38 - RESPOSTA DO SISTEMA A UM CURTO-CIRCUITO MONOFÁSICO TEMPORÁRIO – CASO 2: PSS DERIVADO DA VELOCIDADE DA MASSA EXC 208
FIGURA 8.39 - RESPOSTA DO SISTEMA A UM CURTO-CIRCUITO MONOFÁSICO TEMPORÁRIO – CASO 3: PSS DERIVADO DA VELOCIDADE MEDIDA ENTRE AS SEÇÕES LPA E LPB 208
FIGURA 8.40 – EFEITO DA VARIAÇÃO DO PARÂMETRO Ξ_A NA RESPOSTA EM FREQÜÊNCIA DE UM ESTÁGIO DO FILTRO TORCIONAL 210
FIGURA 8.41 – FILTRO TORCIONAL COM 5 ESTÁGIOS 211
FIGURA 8.42 - ROOT LOCUS PARA VARIAÇÃO DO PARÂMETRO Ξ_A DO FILTRO TORCIONAL DE 0,1 A 0,9 – MODOS TORCIONAIS 212
FIGURA 8.43 - ROOT LOCUS PARA VARIAÇÃO DO PARÂMETRO Ξ_A DO FILTRO TORCIONAL DE 0,1 A 0,9 – MODO ELETROMECÂNICO E DA EXCITATRIZ 212
FIGURA 8.44 – EFEITO DO FILTRO TORCIONAL NA RESPOSTA EM FREQÜÊNCIA DO PSS 213
FIGURA 8.45 – ATRASO DE FASE INTRODUZIDO PELO FILTRO TORCIONAL NO MODO ELETROMECÂNICO E NO MODO DA EXCITATRIZ 213
FIGURA 8.46 - ROOT LOCUS PARA VARIAÇÃO DO GANHO DO PSS – CASO COM FILTRO TORCIONAL – MODO ELETROMECÂNICO E DA EXCITATRIZ 215
FIGURA 8.47 - ROOT LOCUS PARA VARIAÇÃO DO GANHO DO PSS – CASO COM FILTRO TORCIONAL – MODOS TORCIONAIS 215
FIGURA 8.48 - VELOCIDADE ANGULAR DA MASSA DO GERADOR REFERENTE A UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA – CASO COM PSS DE VELOCIDADE E FILTRO TORCIONAL 216
FIGURA 8.49 – POTÊNCIA ATIVA DO GERADOR REFERENTE A UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA – CASO COM PSS DE VELOCIDADE E FILTRO TORCIONAL 216
FIGURA 8.50 – SIMULAÇÃO NÃO-LINEAR REFERENTE A APLICAÇÃO DE UM DEGRAU DE 0,1 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA: $\tau=0$ – SEM PSS; $\tau=3$ – COM PSS E SEM FILTRO TORCIONAL; $\tau=10$ – COM PSS E FILTRO TORCIONAL 218
FIGURA 8.51 – COMPORTAMENTO DE UM SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM PARA DIFERENTES POSIÇÕES DO ZERO 220
FIGURA 8.52 – RESPOSTA EM FREQÜÊNCIA DO PSS DERIVADO DA POTÊNCIA ELÉTRICA 221
FIGURA 8.53 - ROOT LOCUS NA FAIXA DE FREQÜÊNCIA DO MODO ELETROMECÂNICO – PSS DERIVADO DA POTÊNCIA ELÉTRICA 222
FIGURA 8.54 - ROOT LOCUS NA FAIXA DE FREQÜÊNCIA DOS MODOS TORCIONAIS – PSS DERIVADO DA POTÊNCIA ELÉTRICA 222
FIGURA 8.55 – MAPA DE PÓLOS E ZEROS DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA $\Delta P_E/\Delta P_{MEC}$ – (A) CASO COM PSS DERIVADO DA POTÊNCIA ELÉTRICA; (B) CASO COM PSS DERIVADO DA VELOCIDADE 224
FIGURA 8.56 – POTÊNCIA ELÉTRICA PARA UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA DO GERADOR – PSS DE VELOCIDADE X PSS DE POTÊNCIA ELÉTRICA 225
FIGURA 8.57 - MAPA DE PÓLOS E ZEROS DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA $\Delta Q_E/\Delta P_{MEC}$ – (A) CASO COM PSS DERIVADO DA POTÊNCIA ELÉTRICA; (B) CASO COM PSS DERIVADO DA VELOCIDADE 226
FIGURA 8.58 – POTÊNCIA REATIVA E TENSÃO TERMINAL PARA UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA DO GERADOR – PSS DE VELOCIDADE X PSS DE POTÊNCIA ELÉTRICA 227
FIGURA 8.59 – RESPOSTA DO SISTEMA PARA RAMPA DE -0,04%/SEG NA POTÊNCIA MECÂNICA DO GERADOR – PSS DE VELOCIDADE X PSS DE POTÊNCIA ELÉTRICA 229
FIGURA 8.60 – SÍNTESE DO SINAL DE POTÊNCIA MECÂNICA 231
FIGURA 8.61 – SÍNTESE DO SINAL DE INTEGRAL DE POTÊNCIA ACELERANTE 231
FIGURA 8.62 – SÍNTESE DO SINAL DE INTEGRAL DE POTÊNCIA ACELERANTE – DIAGRAMA DE BLOCOS REARRANJADO 231
FIGURA 8.63 – PSS DERIVADO DA INTEGRAL DE POTÊNCIA ACELERANTE 232
FIGURA 8.64 – DIAGRAMA DE BODE DE F(S) E DE 1-F(S) 232
FIGURA 8.65 – RESPOSTA DO FILTRO RASTREADOR DE RAMPA A UMA VARIAÇÃO EM RAMPA DE 0,04 PU POR SEGUNDO 233
FIGURA 8.66 – ESTABILIZADOR DERIVADO DA INTEGRAL DE POTÊNCIA ACELERANTE UTILIZADO NO SISTEMA EXEMPLO 233
FIGURA 8.67 – DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DO PARÂMETRO T DE 0 A 0,5 235

FIGURA 8.68 – RESPOSTA DO SISTEMA PARA UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA DO GERADOR PARA DIFERENTES VALORES DE T – CASO COM ESTABILIZADOR DERIVADO DA INTEGRAL DE POTÊNCIA ACELERANTE 236
FIGURA 9.1 – RESISTÊNCIA EQUIVALENTE DO GERADOR PARA A FREQÜÊNCIA Ω_N VARIANDO DE 0 A Ω_0 240
FIGURA 9.2 – CIRCUITO EQUIVALENTE (SEQÜÊNCIA A) DO GERADOR PARA ANÁLISE DA INTERAÇÃO TORCIONAL 241
FIGURA 9.3 – DIAGRAMA FASORIAL DAS COMPONENTES DE TORQUE SUBSÍNCRONA E SUPERSÍNCRONA 244
FIGURA 9.4 – SISTEMA COM 2 UNIDADES GERADORAS E 4 MASSAS: (A) EQUIVALENTE MECÂNICO; (B) EQUIVALENTE ELÉTRICO 249
FIGURA 9.5 – MODE-SHAPES DE VELOCIDADE PARA O SISTEMA DE 2 GERADORES E 4 MASSAS 250
FIGURA 9.6 – EQUIVALENTE MECÂNICO PARA O CASO GERAL COM N x M MASSAS 253
FIGURA 9.7 – REPRESENTAÇÃO BÁSICA DO DISPOSITIVO NGH 262
FIGURA 9.8 – TENSÃO SENOIDAL (60 HZ) SUPERPOSTA POR UMA COMPONENTE DC 262
FIGURA 9.9 – TENSÃO SENOIDAL (60 HZ) SUPERPOSTA POR UMA COMPONENTE SUBSÍNCRONA 262
FIGURA 9.10 – PRINCÍPIO BÁSICO DE OPERAÇÃO DO DISPOSITIVO NGH 263
FIGURA 9.11 – TENSÃO SOBRE O CAPACITOR SÉRIE E SUA COMPONENTE FUNDAMENTAL PRODUZIDA POR UMA CORRENTE DE FREQÜÊNCIA DE 24 HZ NA PRESENÇA DO DISPOSITIVO NGH 263
FIGURA 9.12 – TENSÃO SOBRE O CAPACITOR SÉRIE E SUA COMPONENTE FUNDAMENTAL PRODUZIDA POR UMA CORRENTE DE FREQÜÊNCIA DE 24 HZ NA PRESENÇA DO TCSC 265
FIGURA 9.13 - SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL PARA ANÁLISE DE RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA 267
FIGURA 9.14 – AUMENTO DA RESISTÊNCIA APARENTE DEVIDO À PRESENÇA DE CARGA LOCAL: (A) CIRCUITO EQUIVALENTE; (B) RESISTÊNCIA EQUIVALENTE; (C) REATÂNCIA EQUIVALENTE; (D) IMPEDÂNCIA EQUIVALENTE 268
FIGURA 9.15 – LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DE 0,07 PU (10%) A 0,665 PU (95%) – CASO COM CARGA LOCAL 269
FIGURA 9.16 – LUGAR DAS RAÍZES NA FAIXA DE FREQÜÊNCIA SUBSÍNCRONA PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DE 0,07 PU (10%) A 0,665 PU (95%) – CASO COM CARGA LOCAL 269
FIGURA 9.17 – DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES NAS FAIXAS CRÍTICAS DE COMPENSAÇÃO – CASO COM CARGA LOCAL 270
FIGURA 9.18 – LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DE 0,07 PU (10%) A 0,665 PU (95%) – CASO SEM CARGA LOCAL 273
FIGURA 9.19 - LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DE 0,07 PU (10%) A 0,665 PU (95%) – CASO SEM CARGA LOCAL – EIXO MULTIMASSA X CORPO RÍGIDO 274
FIGURA 9.20 - LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DE 0,07 PU (10%) A 0,63 PU (90%) – CASO SEM CARGA LOCAL E R_E=0 275
FIGURA 9.21 – VELOCIDADE DO GERADOR (MASSA GEN) PARA UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA DO GERADOR – XC=0,379 PU – CASO SEM CARGA LOCAL 276
FIGURA 9.22 – VELOCIDADE DA EXCITATRIZ (MASSA EXC) PARA UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA DO GERADOR – XC=0,379 PU – CASO SEM CARGA LOCAL 276
FIGURA 9.23 – POTÊNCIA ATIVA PARA UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA DO GERADOR – XC=0,379 PU – CASO SEM CARGA LOCAL 277
FIGURA 9.24 – POTÊNCIA REATIVA PARA UM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA DO GERADOR – XC=0,379 PU – CASO SEM CARGA LOCAL 277
FIGURA 9.25 – DIAGRAMA DE BLOCOS DO CONTROLE SUPLEMENTAR APLICADO AO SISTEMA DE EXCITAÇÃO DO GERADOR PARA MITIGAR A RSS NO SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 280
FIGURA 9.26 – AJUSTE DOS GANHOS DO CONTROLE SUPLEMENTAR APLICADO AO SISTEMA DE EXCITAÇÃO PARA CADA CASO CRÍTICO 281
FIGURA 9.27 – LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DE 0,0 PU (0%) A 0,50 PU (72%) – CASO COM CONTROLE SUPLEMENTAR 281
FIGURA 9.28 - LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DE 0,0 PU (0%) A 0,50 PU (72%) – CASO COM CONTROLE SUPLEMENTAR – MODOS 1 E 2 282
FIGURA 9.29 - RESPOSTA DO SISTEMA IEEE FBM A UMA PERTURBAÇÃO EM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA DO GERADOR – X_C = 0,379 PU (54,1%) 283
FIGURA 9.30 – DIAGRAMA DE BLOCOS DO SISTEMA DE CONTROLE UTILIZANDO O MONITOR TORCIONAL 284
FIGURA 9.31 – SISTEMA IEEE SECOND BENCHMARK MODEL (SISTEMA 2) PARA ANÁLISE DE RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA 285
FIGURA 9.32 – RESPOSTA EM FREQÜÊNCIA DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA $\Omega_1(s)/P_{MEC1}(s)$ – IEEE SECOND BENCHMARK MODEL – SISTEMA 2 285

FIGURA 9.33 – RESPOSTA EM FREQÜÊNCIA DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA $\Omega_2(s)/P_{MEC2}(s)$ – IEEE SECOND BENCHMARK MODEL – SISTEMA 2 286
FIGURA 9.34 – MODE-SHAPES DO SISTEMA IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 288
FIGURA 9.35 – LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DE 0,0054 PU (10%) A 0,0486 (90%) – IEEE SECOND BENCHMARK MODEL – SISTEMA 2 288
FIGURA 9.36 - DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES NAS FAIXAS CRÍTICAS DE COMPENSAÇÃO – IEEE SECOND BENCHMARK MODEL – SISTEMA 2 289
FIGURA 9.37 – RESPOSTA DO SISTEMA IEEE SBM (SISTEMA 2) A UMA PERTURBAÇÃO EM DEGRAU DE 0,01 PU POSITIVA EM P_{MEC1} E NEGATIVA EM P_{MEC2} – X_C = 0,0162 PU (30%) 292
FIGURA 9.38 – RESPOSTA DO SISTEMA IEEE SBM (SISTEMA 2) A UMA PERTURBAÇÃO EM DEGRAU DE 0,01 PU POSITIVA EM P_{MEC1} E NEGATIVA EM P_{MEC2} – X_C = 0,0394 PU (72,9%) 293
FIGURA 9.39 – LOCALIZAÇÃO DO SVC APLICADO AO IEEE SECOND BENCHMARK MODEL PARA O CONTROLE DA RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA 294
FIGURA 9.40 – CONTROLE SUPLEMENTAR APLICADO AO SVC UTILZANDO $\Delta\omega_{GEN,G1}$ COMO SINAL DE ENTRADA 294
FIGURA 9.41 – VARIAÇÃO DO GANHO DO CONTROLE SUPLEMENTAR APLICADO AO SVC NO SISTEMA IEEE SECOND BENCHMARK MODEL UTILIZANDO $\Delta\omega_{GEN,G1}$ COMO SINAL DE ENTRADA 296
FIGURA 9.42 - CONTROLE SUPLEMENTAR APLICADO AO SVC UTILIZANDO SINAL SEM A COMPONENTE REFERENTE AO SEGUNDO MODO TORCIONAL DE G1 297
FIGURA 9.43 - VARIAÇÃO DO GANHO DO CONTROLE SUPLEMENTAR APLICADO AO SVC NO SISTEMA IEEE SECOND BENCHMARK MODEL UTILIZANDO SINAL SEM A COMPONENTE REFERENTE AO SEGUNDO MODO TRSIONAL DE G1 298
FIGURA 9.44 - VARIAÇÃO DO GANHO PROPORCIONAL DO REGULADOR DE TENSÃO DO SVC NA PRESENÇA DO CONTROLE SUPLEMENTAR PROPOSTO 299
FIGURA 9.45 - VARIAÇÃO DO GANHO INTEGRAL DO REGULADOR DE TENSÃO DO SVC NA PRESENÇA DO CONTROLE SUPLEMENTAR PROPOSTO 300
FIGURA 9.46 - RESPOSTA DO SISTEMA IEEE SBM A UMA PERTURBAÇÃO EM DEGRAU DE 0,01 PU POSITIVA EM P_{MEC1} E NEGATIVA EM P_{MEC2} – X_C = 0,0394 PU (72,9%) 302
FIGURA 9.47 – LOCALIZAÇÃO DO TCSC APLICADO AO IEEE SECOND BENCHMARK MODEL PARA O CONTROLE DA RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA 303
FIGURA 9.48 – CARACTERÍSTICA DE REGIME PERMANENTE DO TCSC 304
FIGURA 9.49 – CONTROLE DE CORRENTE APLICADO AO TCSC 304
FIGURA 9.50 - COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS COMPLETO E REDUZIDO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA QUE RELACIONA A DIFERENÇA ENTRE AS VELOCIDADES DOS GERADORES E A DIFERENÇA ENTRE AS RESPECTIVAS POTÊNCIAS MECÂNICAS: (A) NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA; (B) NO DOMÍNIO DO TEMPO 306
FIGURA 9.51 – COMPARAÇÃO ENTRE CAPACITOR FIXO E TCSC PARA DIFERENTES NÍVEIS DE COMPENSAÇÃO SÉRIE 307
FIGURA 10.1 – DIAGRAMA GEOELÉTRICO DO SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL (ONS, 2007) 309
FIGURA 10.2 – SISTEMA DE TRANSMISSÃO DA ÁREA RIO DE JANEIRO / ESPÍRITO SANTO (ONS, 2006) 311
FIGURA 10.3 - PARÂMETROS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE ANGRA 1 312
FIGURA 10.4 – PARÂMETROS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE ANGRA 2 313
FIGURA 10.5 – DIAGRAMA UNIFILAR DO EQUIVALENTE GRANDE – ESTUDO DO SISTEMA DE 500 KV DA ÁREA RJ/ES 317
FIGURA 10.6 - DIAGRAMA UNIFILAR DO EQUIVALENTE PEQUENO – ESTUDO DO SISTEMA DE 500 KV DA ÁREA RJ/ES 318
FIGURA 10.7 – MÓDULO DA ADMITÂNCIA VISTA PELA UNIDADE GERADORA DE ANGRA 1 – COMPARAÇÃO ENTRE O SISTEMA ORIGINAL E OS MODELOS REDUZIDOS 320
FIGURA 10.8 – ÂNGULO DE FASE DA ADMITÂNCIA VISTA PELA UNIDADE GERADORA DE ANGRA 1 – COMPARAÇÃO ENTRE O SISTEMA ORIGINAL E OS MODELOS REDUZIDOS 321
FIGURA 10.9 - MÓDULO DA ADMITÂNCIA VISTA PELA UNIDADE GERADORA DE ANGRA 2 – COMPARAÇÃO ENTRE O SISTEMA ORIGINAL E OS MODELOS REDUZIDOS 321
FIGURA 10.10 – ÂNGULO DE FASE DA ADMITÂNCIA VISTA PELA UNIDADE GERADORA DE ANGRA 2 – COMPARAÇÃO ENTRE O SISTEMA ORIGINAL E OS MODELOS REDUZIDOS 321
FIGURA 10.11 - MODE-SHAPES DOS MODOS TORCIONAIS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE ANGRA 1 323
FIGURA 10.12 - MODE-SHAPES DOS MODOS TORCIONAIS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE ANGRA 2 326
FIGURA 10.13 – ARRANJO EM ANEL DO BARRAMENTO DE 500 KV DA SUBESTAÇÃO DE ANGRA 328
FIGURA 10.14 - RESPOSTA EM FREQÜÊNCIA DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA $\Omega_1(s)$- $\Omega_2(s)/P_{MEC1}(s)$- $P_{MEC2}(s)$ 329

FIGURA 10.15 - RESPOSTA EM FREQÜÊNCIA DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA $I_{T1}(s)/V_{T1}(s)$ E $I_{T2}(s)/V_{T2}(s)$ – EIXO REPRESENTADO COMO CORPO RÍGIDO – ALTERNATIVA 1 330
FIGURA 10.16 – AUTOVALORES DO SISTEMA – ALTERNATIVA 1 332
FIGURA 10.17 – LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DE 0,0 PU (0%) A 0,0148 PU (100%) – ALTERNATIVA 1 333
FIGURA 10.18 – DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA O TERCEIRO MODO TORCIONAL DE ANGRA 2 (19,3 HZ) – ALTERNATIVA 1 334
FIGURA 10.19 - DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA O SEGUNDO MODO TORCIONAL DE ANGRA 2 (14,9 HZ) – ALTERNATIVA 1 334
FIGURA 10.20 - DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA O SEGUNDO MODO TORCIONAL DE ANGRA 1 (17,5 HZ) – ALTERNATIVA 1 335
FIGURA 10.21 - LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DE 0,0 PU (0%) A 0,0148 PU (100%) – ALTERNATIVA 1 - ANGRA 2 CONECTADA RADIALMENTE A LT 500 KV ANGRA - CACHOEIRA PAULISTA 338
FIGURA 10.22 - DIAGRAMA DE BLOCOS DO CONTROLE SUPLEMENTAR APLICADO AO SISTEMA DE EXCITAÇÃO DE ANGRA 1 340
FIGURA 10.23 - DIAGRAMA DE BLOCOS DO CONTROLE SUPLEMENTAR APLICADO AO SISTEMA DE EXCITAÇÃO DE ANGRA 2 341
FIGURA 10.24 - AJUSTE DOS GANHOS DO CONTROLE SUPLEMENTAR APLICADO AO SISTEMA DE EXCITAÇÃO DE ANGRA 1 E ANGRA 2 PARA CADA CASO CRÍTICO 342
FIGURA 10.25 - LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DE 0,0 PU (0%) A 0,0148 PU (100%) – ALTERNATIVA 1 - CASO COM CONTROLE SUPLEMENTAR 343
FIGURA 10.26 - DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA O SEGUNDO MODO TORCIONAL DE ANGRA 2 (14,9 HZ) – ALTERNATIVA 1 – CASO COM CONTROLE SUPLEMENTAR 344
FIGURA 10.27 - DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA O TERCEIRO MODO TORCIONAL DE ANGRA 2 (19,3 HZ) – ALTERNATIVA 1 – CASO COM CONTROLE SUPLEMENTAR 344
FIGURA 10.28 - DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA O SEGUNDO MODO TORCIONAL DE ANGRA 1 (17,5 HZ) – ALTERNATIVA 1 – CASO COM CONTROLE SUPLEMENTAR 345
FIGURA 10.29 - RESPOSTA DO SISTEMA UMA PERTURBAÇÃO EM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA DE ANGRA 2 – $X_C = 0{,}0125$ *PU* (84%) – ALTERNATIVA 1 346
FIGURA 10.30 - RESPOSTA EM FREQÜÊNCIA DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA $I_{T1}(s)/V_{T1}(s)$ E $I_{T2}(s)/V_{T2}(s)$ – EIXO REPRESENTADO COMO CORPO RÍGIDO – ALTERNATIVA 2 348
FIGURA 10.31 – AUTOVALORES DO SISTEMA – ALTERNATIVA 2 349
FIGURA 10.32 - LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DA LT 500 KV ANGRA – CACHOEIRA PAULISTA DE 0,0 PU (0%) A 0,0148 PU (100%) – ALTERNATIVA 2 350
FIGURA 10.33 - DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA O TERCEIRO MODO TORCIONAL DE ANGRA 2 (19,3 HZ) – VARIAÇÃO DA COMPENSAÇÃO DA LT 500 KV ANGRA – CACHOEIRA PAULISTA (0 A 100%) - ALTERNATIVA 2 351
FIGURA 10.34 - DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA O SEGUNDO MODO TORCIONAL DE ANGRA 2 (14,9 HZ) – VARIAÇÃO DA COMPENSAÇÃO DA LT 500 KV ANGRA – CACHOEIRA PAULISTA (0 A 100%) – ALTERNATIVA 2 351
FIGURA 10.35 - DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA O SEGUNDO MODO TORCIONAL DE ANGRA 1 (17,5 HZ) – VARIAÇÃO DA COMPENSAÇÃO DA LT 500 KV ANGRA – CACHOEIRA PAULISTA (0 A 100%) – ALTERNATIVA 2 352
FIGURA 10.36 - LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DO NÍVEL DE COMPENSAÇÃO DA LT 500 KV CACHOEIRA PAULISTA - ADRIANÓPOLIS DE 0 A 80% – ALTERNATIVA 2 353
FIGURA 10.37 - DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA O TERCEIRO MODO TORCIONAL DE ANGRA 2 (19,3 HZ) – VARIAÇÃO DO NÍVEL DE COMPENSAÇÃO DA LT 500 KV CACHOEIRA PAULISTA – ADRIANÓPOLIS (0 A 100%) - ALTERNATIVA 2 354
FIGURA 10.38 - LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DA LT 500 KV ANGRA – CACHOEIRA PAULISTA DE 0,0 PU (0%) A 0,0148 PU (100%) – ALTERNATIVA 2 - ANGRA 2 CONECTADA RADIALMENTE A LT 500 KV ANGRA - CACHOEIRA PAULISTA 355
FIGURA 10.39 - LUGAR DAS RAÍZES PARA VARIAÇÃO DA REATÂNCIA DO CAPACITOR SÉRIE X_C DA LT 500 KV ANGRA – CACHOEIRA PAULISTA DE 0,0 PU (0%) A 0,0148 PU (100%) – ALTERNATIVA 2 - CASO COM CONTROLE SUPLEMENTAR 356
FIGURA 10.40 - DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA O SEGUNDO MODO TORCIONAL DE ANGRA 2 (14,9 HZ) – ALTERNATIVA 2 – CASO COM CONTROLE SUPLEMENTAR 356
FIGURA 10.41 - DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA O TERCEIRO MODO TORCIONAL DE ANGRA 2 (19,3 HZ) – ALTERNATIVA 2 – CASO COM CONTROLE SUPLEMENTAR 357

FIGURA 10.42 - DETALHE DO DIAGRAMA DO LUGAR DAS RAÍZES PARA O SEGUNDO MODO TORCIONAL DE ANGRA 1 (17,5 HZ) – ALTERNATIVA 2 – CASO COM CONTROLE SUPLEMENTAR 357
FIGURA 10.43 - RESPOSTA DO SISTEMA UMA PERTURBAÇÃO EM DEGRAU DE 0,01 PU NA POTÊNCIA MECÂNICA DE ANGRA 2 – ALTERNATIVA 2 359

FIGURA A.1 – DIAGRAMA UNIFILAR DO IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 383
FIGURA A.2 – REPRESENTAÇÃO A PARÂMETROS CONCENTRADOS DO EIXO TURBINA-GERADOR DO IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 384
FIGURA A.3 - MODE-SHAPES DOS MODOS TORCIONAIS DO EIXO TURBINA-GERADOR DO IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 388
FIGURA A.4 – DIAGRAMA UNIFILAR EQUIVALENTE DO SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 389
FIGURA A.5 – VISUALIZAÇÃO DA MATRIZ JACOBIANA DO SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 390

FIGURA B.1 – DIAGRAMA UNIFILAR DO IEEE SECOND BENCHMARK MODEL – SISTEMA 1 398
FIGURA B.2 – REPRESENTAÇÃO A PARÂMETROS CONCENTRADOS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE G1 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 399
FIGURA B.3 – DIAGRAMA UNIFILAR DO IEEE SECOND BENCHMARK MODEL – SISTEMA 2 401
FIGURA B.4 – REPRESENTAÇÃO A PARÂMETROS CONCENTRADOS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE G2 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 402
FIGURA B.5 – MODE-SHAPES DOS MODOS TORCIONAIS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE G1 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 405
FIGURA B.6 – MODE-SHAPES DOS MODOS TORCIONAIS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE G2 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 407

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 3.1 – INDUTÂNCIAS DA MÁQUINA SÍNCRONA 41
TABELA 3.2 – GRANDEZAS BASE PARA A NORMALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO ESTATOR 47
TABELA 5.1 – ELEMENTOS BÁSICOS DE CIRCUITOS ELÉTRICOS 86
TABELA 7.1 – CARACTERÍSTICA DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA EM FUNÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DOS AUTOVALORES 146
TABELA 8.1 – CONSTANTES DE AMORTECIMENTO UTILIZADAS NAS SIMULAÇÕES 185
TABELA 8.2 – AUTOVALORES DO SISTEMA SEM AVR 187
TABELA 8.3 – AUTOVALORES DO SISTEMA COM AVR E SEM PSS 192
TABELA 8.4 – AUTOVALORES DO SISTEMA COM PSS DERIVADO DA VELOCIDADE DO EIXO – K_{PSS} = 2,5 PU/PU 198
TABELA 8.5 – AUTOVALORES DO SISTEMA COM PSS DERIVADO DA VELOCIDADE MEDIDA EM LOCAIS ALTERNATIVOS DO EIXO 206
TABELA 8.6 – AUTOVALORES DO SISTEMA COM PSS E FILTRO TORCIONAL 214
TABELA 8.7 – COMPORTAMENTO DE UM SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM FRENTE A UM DEGRAU UNITÁRIO PARA DIFERENTES POSIÇÕES DO ZERO 220
TABELA 8.8 – AUTOVALORES DO SISTEMA COM PSS DERIVADO DA POTÊNCIA ELÉTRICA – KPSS = -0,17 PU/PU 223
TABELA 8.9 – PARÂMETROS DOS PSS'S – VELOCIDADE X POTÊNCIA ELÉTRICA 223
TABELA 8.10 – PÓLOS E ZEROS DO SISTEMA COM ESTABILIZADOR DERIVADO DA INTEGRAL DA POTÊNCIA ACELERANTE PARA DIFERENTES VALORES DE T – K_{PSS} = 2,5 PU/PU 234
TABELA 9.1 – EXEMPLOS DE APLICAÇÕES DE MEDIDAS PREVENTIVAS CONTRA RSS 266
TABELA 9.2 – GRAUS DE COMPENSAÇÃO CRÍTICOS DO PONTO DE VISTA DE INTERAÇÃO TORCIONAL – CASO COM CARGA LOCAL 270
TABELA 9.3 – COMPORTAMENTO DO MODO SUBSÍNCRONO E DO MODO TORCIONAL (MODO 4 - 32 HZ) EM FUNÇÃO DO GRAU DE COMPENSAÇÃO SÉRIE 272
TABELA 9.4 – AUTOVALORES DO SISTEMA PARA VALORES CRÍTICOS DE COMPENSAÇÃO - CASO COM CONTROLE SUPLEMENTAR 282
TABELA 9.5 – GRAUS DE COMPENSAÇÃO CRÍTICOS DO PONTO DE VISTA DE INTERAÇÃO TORCIONAL – IEEE SECOND BENCHMARK MODEL – SISTEMA 2 289
TABELA 9.6 – COMPORTAMENTO DO MODO SUBSÍNCRONO E DO MODO TORCIONAL COMUM (MODO 1 – 24,8 HZ) EM FUNÇÃO DO GRAU DE COMPENSAÇÃO SÉRIE 291
TABELA 9.7 – AJUSTE DOS PARÂMETROS DO SVC 295
TABELA 9.8 – AUTOVALORES DO SISTEMA IEEE SECOND BENCHMARK MODEL - CASO COM CONTROLE SUPLEMENTAR APLICADO AO SVC 296
TABELA 9.9 – AUTOVALORES DO SISTEMA IEEE SECOND BENCHMARK MODEL - CASO COM CONTROLE SUPLEMENTAR APLICADO AO SVC – SINAL ALTERNATIVO 298
TABELA 9.10 – AJUSTE DOS PARÂMETROS DO TCSC 305
TABELA 9.11 – PÓLOS DOMINANTES DO SISTEMA COM O TCSC – COMPENSAÇÃO DE 72,9% 305
TABELA 10.1 – PARÂMETROS ELÉTRICOS DAS UNIDADES GERADORAS DE ANGRA 1 E 2 311
TABELA 10.2 – PARÂMETROS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE ANGRA 1 312
TABELA 10.3 – PARÂMETROS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE ANGRA 2 313
TABELA 10.4 – FATORES DE AMORTECIMENTO MODAL PARA ANGRA 1 314
TABELA 10.5 – FATORES DE AMORTECIMENTO MODAL PARA ANGRA 2 314
TABELA 10.6 – IMPEDÂNCIAS DE TRANSFERÊNCIA (PU) – EQUIVALENTE PEQUENO 319
TABELA 10.7 – COMPARAÇÃO ENTRE AS DIMENSÕES DOS EQUIVALENTES GRANDE E PEQUENO 319
TABELA 10.8 – MODE-SHAPES DO EIXO TURBINA-GERADOR DE ANGRA 1 322
TABELA 10.9 – GRANDEZAS MODAIS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE ANGRA 1 324
TABELA 10.10 – CONSTANTES DE AMORTECIMENTO INDIVIDUAL DAS SEÇÕES DO EIXO DE ANGRA 1 324
TABELA 10.11 – MODE-SHAPES DO EIXO TURBINA-GERADOR DE ANGRA 2 324
TABELA 10.12 – GRANDEZAS MODAIS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE ANGRA 2 326
TABELA 10.13 – CONSTANTES DE AMORTECIMENTO INDIVIDUAL DAS SEÇÕES DO EIXO DE ANGRA 2 326
TABELA 10.14 – ALTERNATIVAS DE COMPENSAÇÃO SÉRIE AVALIADAS PARA A MALHA DE 500 KV DA ÁREA RJ/ES 327
TABELA 10.15 - AUTOVALORES DO SISTEMA – ALTERNATIVA 1 331
TABELA 10.16 –COMPORTAMENTO DO MODO SUBSÍNCRONO E DO TERCEIRO MODO TORCIONAL DE ANGRA 2 (19,3 HZ) EM FUNÇÃO DO GRAU DE COMPENSAÇÃO SÉRIE 337

TABELA 10.17 - AUTOVALORES DO SISTEMA – ALTERNATIVA 2 348

TABELA A.1 – PARÂMETROS DO GERADOR DO IEEE FIRST BENCHMARK MODEL (892,4 MVA) 384
TABELA A.2 – PARÂMETROS DO EIXO TURBINA-GERADOR DO IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 385
TABELA A.3 – FATORES DE AMORTECIMENTO MODAL PARA O IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 386
TABELA A.4 – TORQUE MECÂNICO DESENVOLVIDO POR CADA SEÇÃO DA TURBINA DO IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 386
TABELA A.5 – MODE-SHAPES DO EIXO TURBINA-GERADOR DO IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 387
TABELA A.6 – GRANDEZAS MODAIS PARA O EIXO TURBINA-GERADOR DO IEEE FIRST BENCHMARK MODEL 388
TABELA A.7 – CONSTANTES DE AMORTECIMENTO INDIVIDUAL DAS SEÇÕES DO EIXO DO IEEE FIRST BENCHMARK MODEL (OPERAÇÃO EM VAZIO) 389

TABELA B.1 – PARÂMETROS DO GERADOR G1 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 399
TABELA B.2 – PARÂMETROS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE G1 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 400
TABELA B.3 – FATORES DE AMORTECIMENTO MODAL PARA O GERADOR G1 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 400
TABELA B.4 – TORQUE MECÂNICO DESENVOLVIDO POR CADA SEÇÃO DA TURBINA DO GERADOR G1 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 401
TABELA B.5 – PARÂMETROS DO GERADOR G2 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 401
TABELA B.6 – PARÂMETROS DO EIXO TURBINA-GERADOR DE G2 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 402
TABELA B.7 – FATORES DE AMORTECIMENTO MODAL PARA O GERADOR G2 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 403
TABELA B.8 – TORQUE MECÂNICO DESENVOLVIDO POR CADA SEÇÃO DA TURBINA DO GERADOR G2 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 403
TABELA B.9 – MODE-SHAPES DO EIXO TURBINA-GERADOR DE G1 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 404
TABELA B.10 – GRANDEZAS MODAIS PARA O EIXO TURBINA-GERADOR DE G1 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 405
TABELA B.11 – CONSTANTES DE AMORTECIMENTO INDIVIDUAL DAS SEÇÕES DO EIXO DE G1 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 405
TABELA B.12 – MODE-SHAPES DO EIXO TURBINA-GERADOR DE G2 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 406
TABELA B.13 – GRANDEZAS MODAIS PARA O EIXO TURBINA-GERADOR DE G2 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 407
TABELA B.14 – CONSTANTES DE AMORTECIMENTO INDIVIDUAL DAS SEÇÕES DO EIXO DE G2 - IEEE SECOND BENCHMARK MODEL 408

Capítulo 1 Introdução

1.1. Motivação

Atualmente, cerca de 76% da energia elétrica produzida no Brasil provém da geração hidrelétrica (BEN, 2006). A opção pela geração de energia elétrica a partir de fontes hídricas, renováveis e de baixo custo, somente foi possível devido a grande disponibilidade de cursos d'água no país. Apesar do Brasil possuir um vasto território e um potencial hidráulico abundante, estes recursos geralmente estão localizados em regiões pouco desenvolvidas, distante dos centros consumidores e com fortes restrições ambientais. À medida que os aproveitamentos com maior potencial energético e próximos aos grandes centros consumidores foram sendo explorados, o custo de expansão do sistema hidrelétrico nacional foi se elevando. Além disso, em uma matriz predominantemente hidrelétrica, a alta dependência dos recursos hídricos torna o sistema vulnerável às condições hidrológicas. A estratégia adotada para lidar com essa vulnerabilidade foi o superdimensionamento da capacidade instalada do parque hidrelétrico. Não obstante, a redução na taxa de expansão da capacidade instalada aliada ao aumento da demanda reduziu bastante a margem de segurança do sistema antes superdimensionado.

Desta forma, a alternativa proposta para reduzir o risco de suprimento e tornar o sistema menos vulnerável às condições hidrológicas consistiu na reestruturação do setor elétrico, de forma a torná-lo atrativo aos investimentos privados. Assim, há uma tendência na diversificação da matriz energética, intensificando o emprego de outras fontes, como o carvão mineral, o gás natural e o aproveitamento de fontes não-convencionais, como a biomassa e a energia eólica (ELETROBRAS, 2007). Esta tendência se intensificou nos últimos anos, principalmente após a crise de energia de 1999. Dentro deste contexto, o Governo Federal instituiu o chamado Plano Prioritário de Termelétricas (PPT), através do Decreto nº 3.371, de 24/02/2000. Com este plano, o Ministério das Minas e Energia definiu a implantação de 49 centrais termelétricas, totalizando uma capacidade geradora prevista de aproximadamente 16 GW (MME, 2007).

Associado aos problemas supracitados, a reestruturação do setor de energia elétrica traz mudanças significativas nas filosofias de operação e controle dos sistemas. Este novo

cenário institucional é baseado em um ambiente competitivo, onde as necessidades de mercado levam à máxima utilização do sistema de transmissão. Neste contexto, a utilização de compensação série em longas linhas de transmissão constitui uma alternativa econômica e eficiente para aumentar a transferência de energia entre os subsistemas, elevando assim os limites de estabilidade do sistema.

No entanto, esta diversificação tem implicações importantes no comportamento dinâmico do sistema. Diferentemente dos geradores hidráulicos, o rotor de um gerador termelétrico consiste em uma estrutura mecânica complexa, constituída por diversas massas girantes conectadas através de longos eixos não-rígidos. Durante perturbações no sistema, são originadas oscilações torcionais entre as diferentes seções do eixo turbina-gerador. A faixa de freqüência destas oscilações normalmente coincide com as freqüências naturais da rede elétrica quando capacitores série estão presentes. Estas oscilações geralmente ocorrem em freqüências abaixo da freqüência síncrona e, por isso, são denominadas oscilações subsíncronas. Sob determinadas condições, poderá existir interação adversa com o sistema elétrico ou com os sistemas de controle da máquina, submetendo o rotor a torques intensos. Se a amplitude dos torques originados por estas oscilações for muito elevada ou o efeito acumulativo de torques de baixa amplitude for considerável, a fadiga do eixo pode levar à sua deformação ou até mesmo à sua ruptura (GOLDBERG e SCHMUS, 1979).

Diante desse problema iminente, é necessário que os engenheiros responsáveis pelo planejamento e operação do sistema disponham do conhecimento e ferramental necessário acerca dos problemas potenciais e das possíveis soluções relacionadas à análise e controle de oscilações subsíncronas em sistemas elétricos de potência.

1.2. Desenvolvimento Histórico

Problemas relacionados à utilização de capacitores série em sistemas de potência foram relatados pela primeira vez em 1937 no artigo publicado por J. W. Buttler e C. Concordia (BUTLER e CONCORDIA, 1937). Neste artigo, os autores discutem a ocorrência de auto-excitação elétrica em máquinas síncronas e de indução. Eles verificaram que, sob certas condições, correntes subsíncronas com grande amplitude poderiam ser originadas no estator da máquina, resultando em torques pulsantes intensos em seu rotor. Uma análise mais detalhada do problema foi publicada por

CONCORDIA e CARTER (1941). Neste artigo, os autores concluíram que as oscilações eletromecânicas e a auto-excitação em máquinas elétricas eram fenômenos mútuos e inseparáveis, e que sua análise separada somente era possível devido às diferenças entre as constantes de tempo dos fenômenos envolvidos. Muitos outros artigos foram publicados sobre o assunto, mas sem a devida atenção por parte da indústria elétrica até a década de 70.

Em 1970, foi registrada a primeira falha do eixo de um turbogerador da Usina de Mohave, localizada ao Sul da Califórnia, EUA. Nesta ocasião, foi constatado um curto-circuito entre os anéis coletores do sistema de excitação e o próprio eixo. Após uma análise apurada, foi concluído que o eixo sofreu aquecimento excessivo devido às oscilações mecânicas intensas produzidas pela interação adversa com o sistema de transmissão série-compensado. No entanto, o problema somente foi reconhecido como ressonância subsíncrona após a segunda falha, em 1971 (BALLANCE e GOLDBERG, 1973). Estas ocorrências proporcionaram aos engenheiros de potência um aprimoramento no grau de conhecimento acerca dos fenômenos que envolvem os aspectos torcionais da máquina, e permitiu o desenvolvimento de uma teoria mais consolidada sobre o assunto (HEDIN et al., 1973). Testes foram conduzidos em Mohave para identificar precisamente as características torcionais do sistema eletromecânico, como as freqüências naturais de oscilação do eixo e os amortecimentos modais (WALKER et al., 1975).

Após os eventos ocorridos em Mohave, problemas relacionados à ressonância subsíncrona se tornaram uma grande preocupação para a indústria de energia elétrica. Como a utilização de capacitores série constitui uma forma simples, econômica e eficiente de aumentar a capacidade de transmissão e melhorar o desempenho dinâmico dos sistemas elétricos, tornou-se necessário o desenvolvimento de medidas mitigadoras que prevenissem os efeitos adversos de sua utilização. Muitas alternativas foram propostas desde então (IEEE, 1980b), e a aplicação de uma medida específica depende principalmente da avaliação do risco e severidade do problema e de questões econômicas. Entidades especializadas do setor criaram comitês especiais para o estabelecimento das nomenclaturas, modelagem dos componentes e métodos de análise de oscilações subsíncronas (IEEE, 1980, 1985b, 1992). Foram propostos ainda alguns

sistemas *benchmark* para permitir a validação de ferramentas computacionais e possibilitar a comparação de resultados de simulações e análises (IEEE, 1977, 1985a).

Na mesma época dos incidentes na Usina de Mohave, foi publicado por W. Watson e Murray E. Coultes, da *Hydro-Electric Power Comission of Ontario*, Canadá, um artigo relatando o surgimento de vibrações mecânicas anormais no eixo de uma unidade de 555 MVA da Usina de Lambton, provocadas pela ação do controle de excitação (WATSON e COULTES, 1973). Este evento foi observado em 1969, no qual verificou-se que a ação do sinal estabilizador (PSS – *"Power System Stabilizer"*) resultava em instabilização do primeiro modo torcional, em 16 Hz. Os autores solucionaram o problema através da localização do transdutor de velocidade do PSS em um ponto alternativo, próximo ao nó do primeiro modo torcional. Neste local, entre as duas seções de baixa pressão da turbina, outros modos torcionais também possuíam amplitude muito pequena e, portanto, não eram sensibilizados. No entanto, esta não era uma solução geral e, em muitos casos, sua aplicação era impraticável. LAWSON et al. (1978) sugeriu a utilização de filtros torcionais projetados especialmente para este fim. O projeto destes filtros deve ser realizado cuidadosamente, de forma a não introduzir atraso de fase excessivo ao modo da excitatriz, o que pode restringir demasiadamente o ganho do PSS, tornando o projeto crítico (LARSEN e SWANN, 1981c). O grau de interação torcional depende da natureza do sinal de entrada do PSS. Estabilizadores baseados na velocidade do rotor apresentam elevada interação torcional, necessitando atenção especial no projeto de filtros torcionais. Em contrapartida, os estabilizadores derivados da potência elétrica exercem pouca influência sobre os modos torcionais, mas causam efeitos adversos no desempenho da tensão e da potência reativa durante variações rápidas de potência mecânica (FIGUEIREDO et al., 1993, FERRAZ, 2002). A tendência atual é a utilização de estabilizadores baseados na composição de ambos os sinais, sintetizando um sinal equivalente à integral de potência acelerante (DE MELLO et al., 1978, LEE et al., 1981, MURDOCH et al., 1999a).

Em outubro de 1977, durante testes de campo realizados no sistema HVDC (*"High Voltage Direct Current"*) de Square Butte, Dakota do Norte, EUA, foi verificada a existência de interação adversa entre o sistema de amortecimento suplementar do terminal retificador e o primeiro modo torcional (11,5 Hz) de uma unidade geradora de 410 MW da Usina de Milton Young (BAHRMAN et al., 1980). O problema foi

resolvido através da utilização de um filtro notch no controle suplementar, ajustado na freqüência do modo torcional. Os testes também indicaram que o controle de corrente do retificador poderia interagir de forma adversa com o primeiro modo torcional quando algumas linhas AC eram desligadas, mesmo na ausência do sistema do controle suplementar. Este problema foi resolvido através de modificações nas características do regulador. Neste artigo, os mecanismos que dão origem a estas interações são discutidos, bem como os fatores que as influenciam, tais como o nível de potência transmitido pela linha DC, a configuração do sistema AC ao qual a estação conversora está conectada e o modo de controle do terminal HVDC. Os testes realizados em Square Butte mostraram a necessidade de incorporar a avaliação da possibilidade de interação torcional no planejamento e projeto de conversores HVDC. Desde então, muitos artigos foram publicados sobre o assunto, sugerindo modelos e métodos de análise da interação torcional envolvendo sistemas HVDC (PADYIAR e KOTHARY, 1988, 1989, RAUHALA et al., 2005). Uma metodologia para o projeto de um controle suplementar para sistemas HVDC, destinado ao amortecimento de oscilações subsíncronas, é apresentado em (PIWKO e LARSEN, 1982). Em 1979, testes foram realizados no sistema HVDC de CU para verificar a possibilidade de interação torcional com as unidades geradoras de Coal Creek (MORTENSEN et al., 1981). O sistema HVDC de CU foi projetado antes dos testes realizados em Square Butte e, por isso, não levou em consideração qualquer possibilidade de interação torcional adversa como critério de projeto. Como resultado, os estudos e testes foram realizados após sua entrada em operação. Os testes e análises posteriores mostraram que o sistema poderia operar sem riscos de instabilidade relacionados à interação torcional.

Problemas de interação torcional adversa envolvendo os reguladores de velocidade dos geradores síncronos foram registrados pela primeira vez em 1983, durante o comissionamento de uma unidade geradora nuclear de 635 MVA pela *Ontario Hydro* (LEE et al., 1985). Até a ocasião, pouca atenção havia sido dada a este fenômeno, e apenas alguns artigos sobre o assunto haviam sido publicados (HAMMONS, 1981). Durante os testes de comissionamento, quando a unidade atingia um nível de potência de 100 MW, vibrações anormais eram detectadas nas válvulas do regulador. Mudanças na compensação de fase e no circuito de linearização da característica da válvula (abertura versus fluxo de vapor) eliminaram parcialmente o problema, permitindo elevação da geração a um nível de 475 MW (aproximadamente 88% da potência

nominal). Acima deste nível, vibrações intensas eram sentidas nas válvulas do regulador. Os estudos realizados durante o comissionamento mostraram que a instabilidade torcional poderia ocorrer através de dois mecanismos distintos: (a) discrepâncias no circuito de linearização da característica da válvula, fazendo com que o estatismo efetivo do regulador fosse aumentado em até 12 vezes com o aumento da geração e, (b) ampla banda passante do servomecanismo eletro-hidráulico do regulador, o que permitia interações significativas em altas freqüências. O problema foi resolvido através da correção do circuito de linearização da característica da válvula, mantendo o estatismo constante e igual a 4% independente do nível de potência gerado. Como medida adicional, foram incorporados filtros para eliminar as componentes torcionais do sinal de velocidade.

Os problemas ocorridos em Mohave, Lambton e Square Butte, possibilitaram o desenvolvimento de uma teoria que explicasse os mecanismos pelos quais os modos torcionais da máquina síncrona podem se tornar instáveis devido à interação adversa com a rede elétrica ou com os sistemas de controle. A experiência mostrou que não somente os sistemas compensados por capacitores série estão sujeitos a problemas relacionados à interação torcional. Em geral, qualquer dispositivo próximo a um turbogerador e que responda a variações de potência ou velocidade na faixa de freqüência subsíncrona pode interagir de forma adversa com os sistemas elétricos e mecânicos da máquina síncrona. Atualmente, com o advento da tecnologia FACTS ("*Flexible AC Transmission Systems*"), os engenheiros de potência enfrentam novos desafios para avaliar as interações destes equipamentos com os eixos dos turbogeradores. Uma vez que os equipamentos FACTS são baseados em eletrônica de potência, suas respostas são cada vez mais rápidas e, portanto, compatíveis com as freqüências naturais dos eixos turbina-gerador (RIVERA et al., 2000).

Em junho de 1980, um dispositivo denominado *"Dynamic Stabilizer"* foi instalado na Usina de San Juan, Novo México, como medida preventiva contra a ressonância subsíncrona (RAMEY et al., 1981). Este equipamento utiliza um reator controlado a tiristores (TCR) conectado diretamente aos terminais do gerador. O controle da ressonância subsíncrona é realizado através da modulação do ângulo de disparo dos tiristores, utilizando sinais derivados da velocidade do eixo do gerador. A única diferença entre este dispositivo e o SVC (*"Static Var Compensator"*) é que neste último

o TCR está conectado em paralelo a um capacitor fixo ou chaveado a tiristores, além de possuir um regulador de tensão. Em 1990, foram apresentados os estudos referentes à instalação de um SVC na subestação de Chester, Maine, EUA, previsto para a entrada em operação de uma linha de interligação entre New Brunswick e New England (ROSTAMKOLAI et al., 1990). Neste artigo, foi mostrado que, sob determinadas condições, o SVC pode reduzir consideravelmente o amortecimento torcional de turbogeradores localizados próximos a este equipamento. Como medida mitigadora, os autores sugerem a utilização de filtros passa-baixa no regulador de tensão do SVC.

Em 1981, Narain G. Hingorani apresentou um novo dispositivo para o controle da ressonância subsíncrona em sistemas série-compensados (HINGORANI, 1981a). Este equipamento ficou conhecido como dispositivo NGH (iniciais do seu inventor), e consiste em um resistor conectado em série com uma válvula tiristorizada bidirecional, sendo este arranjo conectado em paralelo com o capacitor. Em junho de 1984, um protótipo deste equipamento foi instalado na subestação de Lugo, Califórnia, EUA (HINGORANI et al., 1987). O dispositivo NGH pode ser considerado como o precursor do TCSC (*"Thyristor Controlled Series Capacitor"*). O TCSC consiste em um reator controlado a tiristores (TCR) conectado em paralelo com um capacitor fixo. O TCSC foi concebido inicialmente para aplicações que envolviam o controle do fluxo de potência em rotas específicas. No entanto, logo foi verificado que este equipamento poderia ser utilizado no controle de amortecimento de oscilações eletromecânicas (GAMA et al., 1997) ou como forma de prevenção contra ressonância subsíncrona. O primeiro TCSC liberado para operação comercial com esta finalidade foi instalado em Stöde, Suécia, em 1998 (AHLGREN et al., 1997). Muitos outros projetos ao redor do mundo comprovaram sua imunidade à ressonância subsíncrona (URBANEK et al.,1993, PIWKO et al., 1996).

A análise linear de oscilações subsíncronas na presença de equipamentos FACTS requer a adoção de modelos complexos, que representem a dinâmica do controle do disparo dos tiristores, incluindo a ação do controle interno e do PLL (*"Phase-Locked Loop"*). Esta não é uma tarefa trivial, uma vez que o disparo dos tiristores é uma função variante no tempo, envolvendo variáveis contínuas e discretas, sendo necessária a utilização de técnicas sofisticadas para lidar com esse problema (RAJARAMAN et al., 1996a, MATTAVELLI et al., 1999, GOMES JR. et al., 2006b). Com o advento das chaves

semicondutoras autocomutadas, tais como o GTO e o IGBT, novos equipamentos FACTS vêm sendo desenvolvidos como, por exemplo, o STATCOM, o SSSC e o UPFC (HINGORANI e GUGYI, 2000). Alguns resultados envolvendo a avaliação da interação destes dispositivos com os modos torcionais dos geradores síncronos já foram apresentados (PADIYAR, 1999), mas certamente este é um assunto ainda pouco explorado e que deve ser alvo de estudo de pesquisadores nos próximos anos.

1.3. Estrutura da Dissertação

A carência de material em língua portuguesa relacionado à análise de oscilações subsíncronas associada à crescente participação da geração termelétrica na matriz energética brasileira foram as principais fontes de motivação para o desenvolvimento desta dissertação. Em sistemas nos quais a participação de geração termelétrica é considerável, a compreensão dos fenômenos e mecanismos responsáveis pelos esforços torcionais nos eixos dos turbogeradores é fundamental. Além disso, as técnicas utilizadas para a mitigação dos efeitos adversos destes fenômenos devem ser bem conhecidas. Desta forma, esta dissertação se propõe a apresentar os principais conceitos relacionados à análise e controle de oscilações subsíncronas, através da abordagem de três tópicos principais: modelagem dos componentes do sistema, análise teórica dos fenômenos envolvidos e avaliação de técnicas utilizadas para mitigação de seus efeitos adversos. No decorrer do texto são apresentados resultados de simulações realizadas em sistemas de pequeno porte. Ao final, os conceitos e técnicas empregadas são avaliados em sistemas reais. Todos os resultados apresentados foram obtidos com o programa de análise da estabilidade a pequenas perturbações Pacdyn, do CEPEL (CEPEL, 2007). O Pacdyn possui um módulo, denominado PacSSR, destinado a análise de ressonância subsíncrona a pequenas perturbações (GOMES JR. et al., 2004). Para atingir este objetivo, a dissertação foi dividida em 11 capítulos, que são descritos brevemente a seguir.

O Capítulo 1 faz uma discussão prévia sobre o assunto, inserindo as oscilações subsíncronas no contexto geral das oscilações de sistemas de potência. O capítulo traz ainda um desenvolvimento histórico, apresentando os principais relatos e referências encontradas na literatura.

O Capítulo 2 visa caracterizar o problema do ponto de vista da modelagem, dos mecanismos de surgimento das interações adversas e das ferramentas de análise utilizadas. O fenômeno de ressonância subsíncrona é ilustrado de maneira simplificada através da teoria básica de campos (teoria eletromagnética) e de circuitos, a partir da análise da influência de freqüências subsíncronas nos geradores síncronos e nos sistemas mecânicos associados.

O Capítulo 3 descreve em detalhes a modelagem da máquina síncrona para estudos de oscilações subsíncronas. Considerações sobre a obtenção do modelo linearizado da máquina e sobre a representação em sistemas multimáquinas são também discutidas.

O Capítulo 4 trata da modelagem do sistema mecânico do eixo turbina-gerador. Além do desenvolvimento das equações do modelo, são apresentadas as equações que definem o acoplamento com o sistema elétrico do gerador e as técnicas para a obtenção dos parâmetros mecânicos do eixo.

O Capítulo 5 apresenta a modelagem adotada para a rede elétrica em estudos de oscilações subsíncronas.

O Capítulo 6 apresenta os conceitos fundamentais acerca dos equipamentos FACTS (*Flexible AC Transmission Systems*). São discutidos os princípios de funcionamento e os principais elementos dos sistemas de controle de dois importantes equipamentos FACTS: SVC e TCSC.

O Capítulo 7 apresenta as principais ferramentas utilizadas na avaliação da estabilidade de sistemas lineares, baseadas na análise de autovalores e na resposta em freqüência.

O Capítulo 8 trata da interação torcional com estabilizadores de sistemas de potência (PSS). Algumas técnicas para mitigação destas interações adversas são avaliadas, bem como a influência de sinais de entrada alternativos.

O Capítulo 9 apresenta o problema da ressonância subsíncrona em sistemas série-compensados. Neste capítulo é discutida a influência da compensação série das linhas de transmissão no amortecimento das oscilações torcionais nos eixos dos geradores síncronos. Os efeitos de gerador de indução e interação torcional são analisados a partir de simulações em sistemas de pequeno porte. Ao final, técnicas de controle de

amortecimento envolvendo a aplicação do sistema de excitação e de equipamentos FACTS são apresentadas.

O Capítulo 10 apresenta os resultados de simulações realizadas no Sistema Interligado Nacional (SIN).

Por fim, as principais conclusões e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 11.

Capítulo 2 Fundamentos Básicos

2.1. Definições e Caracterização do Problema

Os sistemas de energia elétrica devem atender requisitos mínimos de confiabilidade, qualidade do serviço e custo. Com este objetivo, os sistemas isolados vão dando lugar a gigantescos sistemas interligados, que cobrem áreas de dimensões continentais. A interligação desses sistemas é realizada de forma a otimizar o aproveitamento dos recursos energéticos disponíveis e aumentar a confiabilidade no atendimento à carga. Por outro lado, sistemas interligados são muito mais complexos do ponto de vista do planejamento, operação e controle.

Quando dois ou mais geradores são interligados através de uma rede de transmissão, o intercâmbio de energia entre estes geradores dá origem a oscilações eletromecânicas de baixa freqüência (0,2 a 2,5 Hz) no sistema (DE MELLO, 1983a). Estas oscilações podem ser sustentadas ou até mesmo crescentes na presença de sistemas de excitação de atuação rápida e reguladores de tensão de ganho elevado. Este assunto já foi estudado exaustivamente na literatura utilizando-se modelos linearizados (KUNDUR, 1994, ROGERS, 1999, PAI et al., 2004). Em estudos deste tipo, a rede de transmissão e o estator das máquinas síncronas são representados por equações algébricas, atribuindo uma característica estática a estes elementos. Estas hipóteses são válidas somente para a análise de fenômenos de baixa freqüência e simplificam bastante a avaliação de sistemas de grande porte. Além disso, o eixo do conjunto turbina-gerador é considerado rígido o suficiente para ser representado como uma única massa e as inércias das seções individuais do rotor podem ser agrupadas em uma inércia equivalente.

No entanto, as diversas seções do rotor oscilam entre si, uma vez que o acoplamento mecânico entre elas não é efetivamente rígido. Estas oscilações ocorrem em uma faixa de freqüência de até algumas dezenas de Hertz e podem ser excitadas, por exemplo, por perturbações no sistema de transmissão associado ao gerador. Oscilações desta natureza são classificadas de uma maneira geral como *oscilações subsíncronas*. Se a amplitude dos torques originados por estas oscilações for elevada, a fadiga do do eixo pode levar à sua deformação ou até mesmo ruptura, causando danos irreparáveis (GOLDBERG e SCHMUS, 1979).

A Figura 2.1 apresenta um diagrama esquemático referente aos fenômenos dinâmicos encontrados em sistemas de potência, caracterizando-os por suas escalas de tempo. Estão representados desde fenômenos muito rápidos, como surtos atmosféricos e de manobra, até fenômenos de longa duração, como o controle de geração. A faixa de interesse para as oscilações subsíncronas não difere muito da faixa para a estabilidade transitória. Desta forma, a menos de algumas considerações adicionais, boa parte dos modelos utilizados nos estudos de estabilidade transitória podem ser aproveitados em estudos de oscilações subsíncronas (ANDERSON et al., 1990).

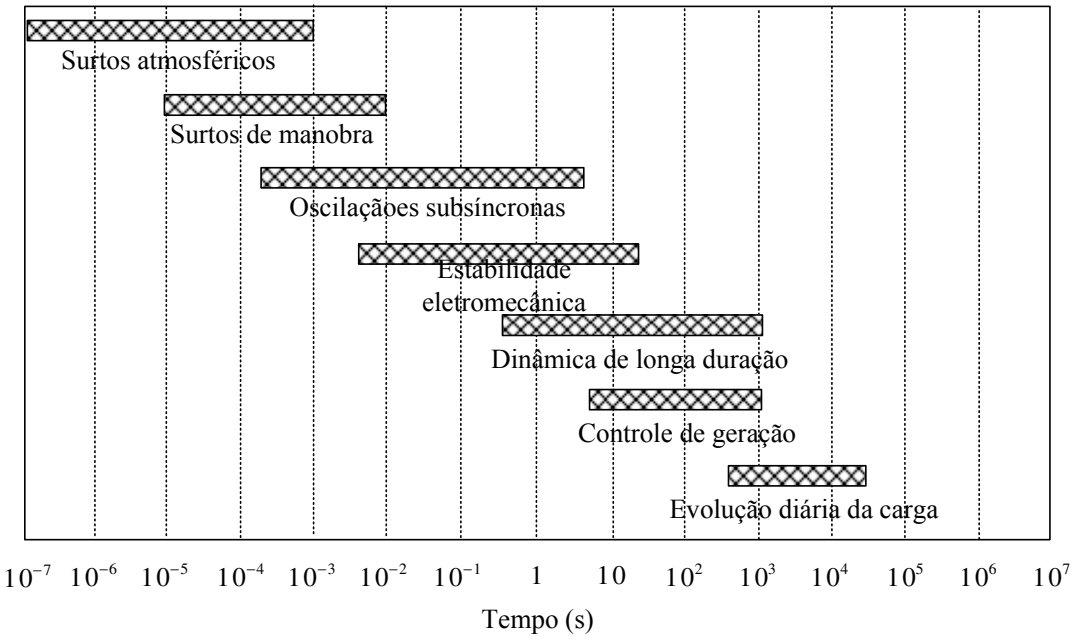


Figura 2.1 – Escala de tempo para os diferentes fenômenos dinâmicos observados em sistemas de potência

As oscilações subsíncronas têm sido objeto de estudo de pesquisadores e empresas de energia elétrica há bastante tempo. Os problemas mais comuns relacionados às oscilações subsíncronas são (KUNDUR, 1994):

- Ressonância subsíncrona, resultante da interação entre os sistemas elétricos e mecânicos da máquina síncrona e as freqüências naturais presentes em redes elétricas série-compensadas;

- Interação torcional com sistemas de controle, que podem introduzir torques de amortecimento negativo na faixa de freqüência subsíncrona, provocando instabilização de modos torcionais;

- Fadiga torcional decorrente de manobras na rede elétrica. Este fenômeno está relacionado aos torques transitórios originados nos geradores síncronos devido a perturbações no sistema de transmissão (GOLDBERG e SCHMUS, 1979).

Os dois primeiros podem ser avaliados a partir de ferramentas de análise modal e serão os alvos principais desta dissertação. O terceiro problema está relacionado a grandes perturbações no sistema, como o chaveamento de longas linhas de transmissão e de capacitores, e não será considerado neste trabalho. Mais informações sobre este assunto podem ser encontradas em (IEEE, 1980).

Formalmente, o IEEE define *oscilação subsíncrona* como uma condição do sistema de potência na qual a rede elétrica troca energia com um eixo associado a um conjunto turbina-gerador em uma ou mais freqüências naturais de oscilação do sistema combinado, abaixo da freqüência nominal do sistema quando submetido a uma perturbação (IEEE, 1985b).

Dentro desse contexto, o fenômeno da ressonância subsíncrona é certamente o que apresenta maior destaque na literatura. O próximo item aborda este tema de uma maneira simplificada, de forma a ilustrar os conceitos básicos que regem os fenômenos presentes em sistemas dotados de compensação série.

2.2. Introdução à Ressonância Subsíncrona

Desde os eventos ocorridos em Mohave, a indústria de energia elétrica tem se mostrado preocupada no detalhamento do comportamento dos sistemas mecânicos dos turbogeradores e sua interação com o sistema elétrico, em virtude do aumento considerável no uso de compensação série nos sistemas de transmissão.

Os itens a seguir ilustram o problema da ressonância subsíncrona a partir de modelos bastante simplificados, mas que traduzem a idéia básica por trás dos fenômenos que governam o comportamento de sistemas termelétricos série-compensados.

2.2.1. Influência de Capacitores Série em Sistemas de Potência

Considere um simples sistema radial, constituído por uma unidade geradora conectada a uma barra infinita, através de uma linha de transmissão série-compensada, cujo diagrama unifilar é apresentado na Figura 2.2:

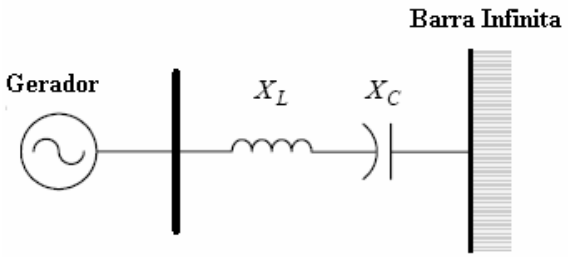


Figura 2.2 – Sistema radial com compensação série

Este sistema de transmissão consiste em um circuito *LC* série, que possui apenas uma freqüência natural de oscilação, dada por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \omega_B \sqrt{\frac{X_C}{X_L}} \tag{2.1}$$

onde:

- ω_n é a freqüência natural, em rad/s;

- ω_B é a freqüência síncrona do sistema, em rad/s;

- L e C representam a indutância e capacitância equivalente, em Henry e Farad, respectivamente;

- X_L e X_C correspondem às reatâncias indutiva e capacitiva à freqüência síncrona, em ohms.

Com base na equação (2.1), verifica-se que, para este sistema radial, a freqüência natural ω_n será sempre inferior a freqüência síncrona ω_B, uma vez que o capacitor série compensa apenas parte da reatância indutiva da linha de transmissão ($X_C < X_L$). Na realidade, a equação (2.1) deveria considerar a reatância equivalente do gerador no cálculo de ω_n, mas por simplicidade ela será desprezada. Modelos para a máquina síncrona e detalhes acerca do acoplamento à rede elétrica serão apresentados no Capítulo 3.

Em geral, os sistemas de potência são mais complexos, apresentando muitas freqüências naturais de oscilação. Cada uma destas freqüências pode ser determinada a partir dos parâmetros dos componentes da rede. Elementos em derivação, em geral, introduzem freqüências elevadas, não compatíveis com as faixas de freqüências naturais dos

sistemas mecânicos acoplados aos geradores e, em geral, podem ser desprezados (KUNDUR, 1994).

2.2.2. Influência de Freqüências Subsíncronas nos Geradores Síncronos

No item anterior foi visto que os sistemas de transmissão série-compensados introduzem freqüências naturais de oscilação na faixa subsíncrona. Estas oscilações são refletidas na máquina síncrona, induzindo torques característicos no rotor. Estes torques induzidos podem interagir de forma adversa com os sistemas elétricos e mecânicos associados ao conjunto turbina-gerador, tornando o sistema auto-excitado.

Para compreender a origem destas interações, considere o sistema eletromecânico apresentado na Figura 2.3 (TOMIM, 2004). Este sistema é uma representação bastante simplificada do rotor de um gerador síncrono e é constituído de uma bobina com *N* espiras, percorrida por uma corrente i_{f0} e sob a ação de um campo magnético girante $\overrightarrow{B_s}$ à velocidade síncrona ω_s, idêntica à rotação da bobina. A bobina também está sujeita a um outro campo magnético girante $\overrightarrow{B_n}$, com velocidade ω_n, diferente da síncrona.

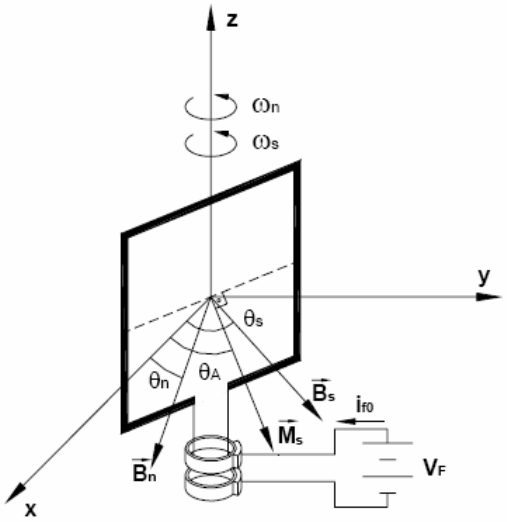


Figura 2.3 – Sistema eletromecânico simplificado para ilustração do efeito das freqüências subsíncronas nos geradores síncronos

O vetor $\overrightarrow{M_s}$ indicado na figura representa o momento de dipolo magnético da bobina. O módulo deste vetor é dado pelo produto da corrente total percorrida pela bobina pela

área do circuito fechado formado pela bobina, ou seja $N \cdot A \cdot i_{f0}$. O vetor $\overrightarrow{M_s}$ é normal ao plano da bobina, e sua orientação é dada pela regra da mão-direita.

Os ângulos θ_A, θ_s e θ_n referem-se aos vetores $\overrightarrow{M_s}$, $\overrightarrow{B_s}$ e $\overrightarrow{B_n}$, respectivamente, e são medidos em relação a uma referência fixa. Estes ângulos são dados em função de ω_s, ω_n e de seus valores iniciais, de acordo com as expressões a seguir:

$$\begin{aligned} \theta_A &= \omega_s t + \theta_{A0} \quad \text{[rad]} \\ \theta_s &= \omega_s t + \theta_{s0} \quad \text{[rad]} \\ \theta_n &= \omega_n t + \theta_{n0} \quad \text{[rad]} \end{aligned} \tag{2.2}$$

A interação da corrente i_{f0} e o campo magnético $\overrightarrow{B_s}$ dá origem a um conjugado eletromagnético $\overrightarrow{C_s}$, que é dado pelo produto vetorial entre $\overrightarrow{M_s}$ e $\overrightarrow{B_s}$.

$$\overrightarrow{C_s} = \overrightarrow{M_s} \times \overrightarrow{B_s} \quad \text{[N.m]} \tag{2.3}$$

Para facilitar a notação, pode-se escrever:

$$\overrightarrow{M_s} = NAi_{f0}\vec{m} \quad \text{[A.m}^2\text{]} \tag{2.4}$$

$$\overrightarrow{B_s} = B_s\vec{s} \quad \text{[Wb/m}^2\text{]} \tag{2.5}$$

onde $\vec{m}$ e $\vec{s}$ são vetores unitários que determinam a direção e sentido de $\overrightarrow{M_s}$ e $\overrightarrow{B_s}$, respectivamente.

Levando em consideração que a rotação da bobina e do campo girante $\overrightarrow{B_s}$ são iguais à velocidade síncrona e que o ângulo entre $\vec{m}$ e $\vec{s}$ é dado pela diferença entre θ_s e θ_A, obtém-se $\overrightarrow{C_s}$ dado a seguir:

$$\overrightarrow{C_s} = N \cdot A \cdot B_s \cdot i_{f0} \cdot sen(\theta_{s0} - \theta_{A0})\vec{z} \quad \text{[N.m]} \tag{2.6}$$

onde $\vec{z}$ é um vetor unitário que determina a direção e sentido do vetor resultante do produto vetorial.

Pela equação (2.6) verifica-se que se o eixo magnético da bobina estiver atrasado em relação ao campo, o conjugado será positivo, ajudando o movimento da bobina. Esta condição determina a operação da bobina como um motor síncrono. Por outro lado, se o eixo magnético da bobina estiver adiantado em relação ao campo, o conjugado negativo, se opondo ao movimento da bobina. Esta condição caracteriza a operação da bobina como gerador síncrono. A relação de torque apresentada na equação (2.6) exprime o funcionamento básico das máquinas síncronas.

Analisemos agora o efeito das correntes subsíncronas presentes nos enrolamentos do estator nos torques induzidos no rotor da máquina síncrona. Estas correntes subsíncronas dão origem a campos girantes na armadura da máquina, com freqüência angular ω_n. Uma vez que as velocidades da bobina e do campo magnético girante não são mais iguais, serão induzidas tensões e correntes na bobina.

Pela Lei de Indução de Faraday, pode-se determinar a tensão induzida na bobina pela ação de $\overrightarrow{B_n}$. As grandezas denotadas por λ e $\overrightarrow{B_t}$ ¨referem-se ao fluxo total enlaçado e ao campo magnético total aplicado à bobina, respectivamente, e estão relacionadas pela equação a seguir:

$$\varepsilon = -\frac{d\lambda}{dt} \qquad [\text{V}] \tag{2.7}$$

$$\lambda = N \cdot A \cdot \overrightarrow{B_t} \bullet \vec{m} \qquad [\text{Wb}] \tag{2.8}$$

Tendo em vista que:

$$\overrightarrow{B_n} = B_n \vec{n} \qquad [\text{Wb/m}^2] \tag{2.9}$$

$$\overrightarrow{B_t} = \overrightarrow{B_s} + \overrightarrow{B_n} \quad [\text{Wb/m}^2] \tag{2.10}$$

Pode-se determinar uma expressão analítica para o fluxo total enlaçado λ em função do tempo:

$$\lambda(t) = N \cdot A \cdot \left[B_s \cos\left(\theta_{s0} - \theta_{A0}\right) + B_n \cos\left(s\omega_s t + \theta_{A0} - \theta_{n0}\right) \right] \qquad \text{[Wb]} \tag{2.11}$$

Nesta equação, o termo *s* é definido como o *escorregamento* entre o campo magnético girante $\overrightarrow{B_n}$ e o eixo magnético da bobina $\overrightarrow{M_s}$. Ou seja, *s* é dado pela velocidade relativa entre ω_n e ω_s, normalizada em relação a ω_s:

$$s = \frac{\omega_s - \omega_n}{\omega_s} \tag{2.12}$$

Substituindo esta expressão para λ na equação (2.7), determina-se a tensão induzida na bobina pela ação do campo magnético total.

$$\varepsilon(t) = s \cdot \omega_s \cdot N \cdot A \cdot B_n \operatorname{sen}(s\omega_s t + \theta_{A0} - \theta_{n0}) = s \cdot E \cdot \operatorname{sen}(s\omega_s t + \theta_{A0} - \theta_{n0}) \text{ [V]} \tag{2.13}$$

Como a bobina forma um circuito fechado com parâmetros de indutância *L* e resistência *R* próprios, a tensão induzida na bobina dá origem a uma corrente *i*, que circula na bobina. A expressão analítica para a corrente induzida pode ser então calculada, resultando em:

$$i(t) = I \cdot sen(s\omega_s t + \varphi) \text{ [A]} \tag{2.14}$$

onde: $I = \dfrac{E}{\sqrt{\left(\dfrac{R}{s}\right)^2 + X_L^2}}$ [A]

$$\varphi = \theta_{A0} - \theta_{n0} - \tan^{-1}\left(\frac{sX_L}{R}\right) \quad \text{[rad]}$$

e: $X_L = \omega_s L$ [Ω]

A corrente total na bobina será dada pela soma entre i_{f0} e *i(t)*. Desta forma, o momento de dipolo magnético total resultante será dado pelas contribuições de i_{f0} e de *i(t)*, dadas respectivamente por $\overrightarrow{M_s}$ e $\overrightarrow{M_i}$. Assim sendo:

$$\overrightarrow{M_t} = \overrightarrow{M_s} + \overrightarrow{M_i} = N \cdot A\left[i_{f0} + I \cdot sen\left(s\omega_s t + \varphi\right)\right]\overrightarrow{m} \qquad [\text{A.m}^2] \tag{2.15}$$

Conseqüentemente, o torque eletromagnético exercido sobre a bobina pode ser calculado a partir da equação a seguir:

$$\overrightarrow{C_t} = \overrightarrow{M_t} \times \overrightarrow{B_t} \qquad \text{[N.m]} \tag{2.16}$$

Desenvolvendo analiticamente esta expressão e efetuando simplificações trigonométricas, verifica-se que o conjugado eletromagnético desenvolvido é composto por três parcelas distintas: uma constante, uma com a freqüência relativa entre $\overrightarrow{B_n}$ e $\overrightarrow{M_s}$, e outra com freqüência dada pelo dobro desta última.

$$\overrightarrow{C_t} = \left[C_0 + C(s\omega_s t) + C(2s\omega_s t)\right]\vec{z} \qquad \text{[N.m]} \tag{2.17}$$

As expressões para as parcelas individuais de torque na equação (2.17) são dadas por:

$$C_0 = C_s - \frac{N \cdot A \cdot I \cdot B_n}{2}\cos(\varphi + \theta_{n0} - \theta_{A0}) \qquad \text{[N.m]} \tag{2.18}$$

$$C(s\omega_s t) = N \cdot A \cdot \sqrt{k_1^2 + k_2^2}\cos(s\omega_s t + \psi) \qquad \text{[N.m]} \tag{2.19}$$

$$C(2s\omega_s t) = \frac{N \cdot A \cdot I \cdot B_n}{2}\cos(2s\omega_s t - \varphi + \theta_{n0} - \theta_{A0}) \qquad \text{[N.m]} \tag{2.20}$$

onde:

$$k_1 = I \cdot B_s \cdot sen(\theta_{s0} - \theta_{A0})\cos\varphi - i_{f0} \cdot B_n \cdot \cos(\theta_{A0} - \theta_{n0}) \tag{2.21}$$

$$k_2 = I \cdot B_s \cdot sen(\theta_{s0} - \theta_{A0}) \cdot sen\varphi - i_{f0} \cdot B_n \cdot sen(\theta_{A0} - \theta_{n0}) \tag{2.22}$$

$$\psi = \tan^{-1}\left(-\frac{k_1}{k_2}\right) \tag{2.23}$$

A componente contínua pode ser ainda desmembrada em outras duas parcelas. A primeira corresponde ao torque referente à operação síncrona da bobina, dado por C_s. A segunda componente de torque surge devido à presença das correntes subsíncronas na armadura, devido à interação do campo girante $\overrightarrow{B_n}$ e o momento de dipolo da bobina.

Efetuando algumas simplificações analíticas, a expressão para a parcela de torque contínua pode ser expressa da seguinte forma:

$$C_0 = C_s - \frac{A \cdot E \cdot R \cdot B_n}{2s\left[\left(\frac{R}{s}\right)^2 + X_L^2\right]} = C_s + C(s) \tag{2.24}$$

A Figura 2.4 apresenta o comportamento de *C(s)* em função da freqüência ω_n. Estando a máquina operando como gerador síncrono, C_s é negativo. Neste caso, se *s* é negativo ($\omega_n > \omega_s$), o torque *C(s)* se opõe a C_s, ou seja, tende a diminuir o torque eletromagnético total exercido sobre a bobina. Por outro lado, se *s* é positivo ($\omega_n < \omega_s$), *C(s)* atua a favor de C_s e o torque total é acrescido.

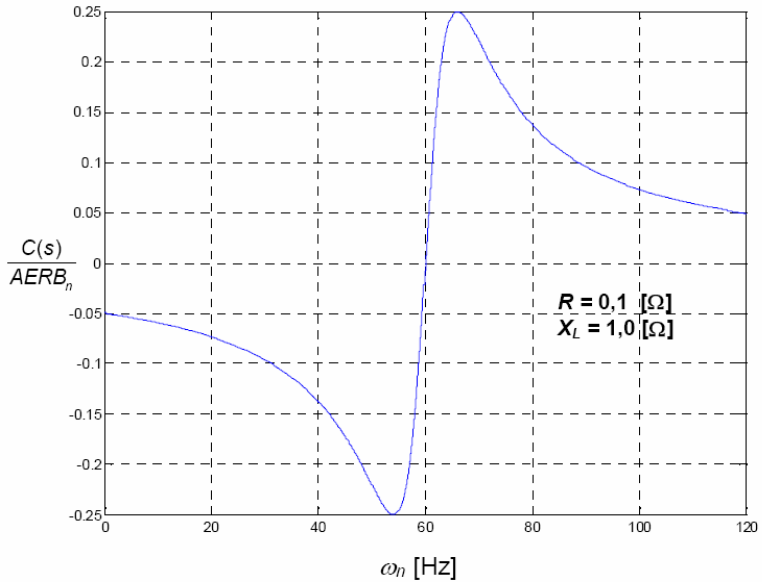


Figura 2.4 – Característica de *C(s)* em função da freqüência ω_n

A componente $C(s\omega_s t)$ advém das interações entre $\overrightarrow{B_n}$ e $\overrightarrow{M_s}$, e $\overrightarrow{B_s}$ e $\overrightarrow{M_i}$, uma vez que ambos os pares apresentam escorregamento *s* entre si. Esta componente desempenha um papel fundamental na análise da ressonância subsíncrona, como será mostrado mais adiante. Por último, a interação entre $\overrightarrow{B_n}$ e $\overrightarrow{M_i}$ produz a componente $C(2s\omega_s t)$. Estas duas últimas componentes não geram trabalho, como C_0, mas provocam vibrações na bobina.

Durante as análises do torque eletromagnético desenvolvido sobre a bobina da Figura 2.3 realizadas neste item, considerou-se que a freqüência angular da bobina foi mantida constante. Ou seja, adotou-se uma bobina de inércia infinita. No entanto, se a inércia da

bobina for finita, a freqüência angular da bobina passa a variar frente a perturbações no torque eletromagnético. Este comportamento será analisado em maiores detalhes na próxima seção.

2.2.3. Influência de Freqüências Subsíncronas nos Sistemas Mecânicos do Eixo Turbina-Gerador

No item anterior, vimos que a presença de correntes subsíncronas na armadura das máquinas síncronas produzem torques nas freqüências $(\omega_s - \omega_n)$ e $2\cdot(\omega_s - \omega_n)$ no rotor da máquina. Suponha, agora, que a bobina da Figura 2.3 esteja conectada a um sistema massa-mola como o ilustrado na Figura 2.5 (TOMIM, 2004).

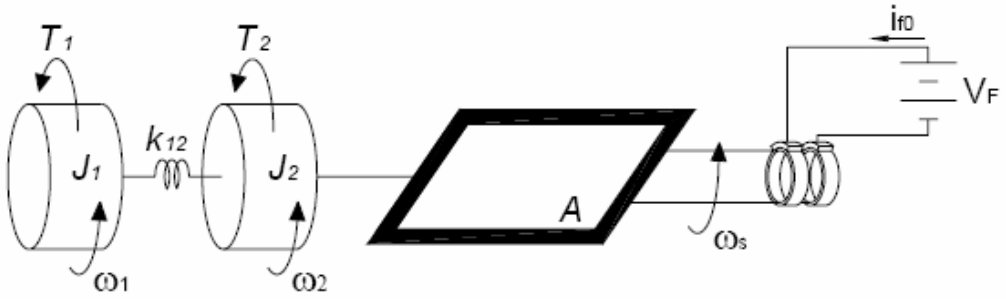


Figura 2.5 – Bobina acoplada a um sistema mecânico do tipo massa-mola

Este sistema é composto por duas massas com momentos de inércia J_1 e J_2, conectadas entre si através de um eixo com constante elástica k_{12}. O amortecimento do sistema foi desprezado por simplicidade. As equações dinâmicas para este sistema são dadas pela Lei de Newton, como mostrado a seguir:

$$J_1 \frac{d^2\theta_1}{dt^2} = T_1 - k_{12}(\theta_1 - \theta_2) \qquad \text{[N.m]} \tag{2.25}$$

$$J_2 \frac{d^2\theta_2}{dt^2} = T_2 - k_{12}(\theta_2 - \theta_1) \qquad \text{[N.m]} \tag{2.26}$$

Se definirmos $\theta = \theta_1 - \theta_2$, as equações (2.25) e (2.26) podem ser agrupadas em uma única equação, dada por:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2\theta_2}{dt^2} - \frac{d^2\theta_1}{dt^2} \tag{2.27}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\left(\frac{k_{12}}{J_1} + \frac{k_{12}}{J_2}\right)\theta + \left(\frac{T_2}{J_2} - \frac{T_1}{J_1}\right) \tag{2.28}$$

A resposta natural deste sistema é obtida anulando-se as excitações, ou seja, fazendo os torques aplicados às massas, T_1 e T_2, iguais a zero. Nestas condições, a equação diferencial do sistema pode então ser escrita como:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k_{12}}{J_{eq}}\theta = 0 \tag{2.29}$$

onde: $\frac{1}{J_{eq}} = \frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2}$

A freqüência natural de oscilação deste sistema pode ser obtida comparando-se a equação (2.29) com a equação diferencial ordinária de segunda ordem padrão, mostrada em (2.30). Nesta equação, ω_M e ζ representam a freqüência natural de oscilação e a constante de amortecimento do sistema, respectivamente.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\zeta\omega_M \frac{dy}{dt} + \omega_M^2 y = 0 \tag{2.30}$$

Portanto, a freqüência natural do sistema mecânico da Figura 2.5 é dada por:

$$\omega_M = \sqrt{\frac{k_{12}}{J_{eq}}} \qquad \text{[rad/s]} \tag{2.31}$$

Como este sistema é constituído por duas massas acopladas, apenas uma freqüência natural de oscilação é verificada. No caso geral, o sistema mecânico é composto por *n* massas acopladas, e *n-1* freqüências naturais são originadas.

Se considerarmos agora que a bobina da Figura 2.5 esteja sujeita à ação dos campos magnéticos girantes $\overrightarrow{B_s}$ e $\overrightarrow{B_n}$, como ilustrado na Figura 2.3, o torque total aplicado à massa J_2 por meio da bobina será dado pela expressão (2.17). Segundo a teoria de sistemas dinâmicos, se uma das freqüências $(\omega_s - \omega_n)$ ou $2\cdot(\omega_s - \omega_n)$, que compõem o torque eletromagnético aplicado à bobina, coincidir ou for próxima da freqüência natural ω_M do sistema mecânico, o sistema pode se tornar instável.

2.2.4. Análise Global

Os itens anteriores apresentaram as bases teóricas necessárias para a compreensão dos fenômenos que regem as interações envolvendo os sistemas elétricos e mecânicos das máquinas síncronas. A presença da freqüência natural ω_n na armadura do gerador síncrono pode ser fruto da interação entre as linhas de transmissão e suas compensações série ou com qualquer outro elemento que influencie o comportamento dinâmico da rede elétrica, como os sistemas de controle e dispositivos FACTS (PADIYAR, 1999).

A faixa de freqüências subsíncronas é a que atrai maior atenção por parte da indústria de energia elétrica, uma vez que as freqüências naturais de oscilação dos sistemas mecânicos dos eixos turbina-gerador geralmente se situam nesta faixa.

As grandezas relacionadas ao estator da máquina síncrona são refletidas para o rotor da máquina através de um processo matemático denominado Transformação de Park (PARK, 1929). Por esta transformação, as componentes de freqüência fundamental (60 Hz) das correntes nos enrolamentos da armadura são vistas pelo rotor como valores constantes em regime permanente. No entanto, correntes subsíncronas na freqüência ω_n são refletidas para o rotor nas freqüências $(\omega_s - \omega_n)$ e $(\omega_s + \omega_n)$. Estas freqüências são denominadas comumente na literatura como freqüência *subsíncrona* e *supersíncrona*, respectivamente.

No caso das freqüências $2\cdot(\omega_s - \omega_n)$ e $2\cdot(\omega_s + \omega_n)$, que são o dobro das freqüências tratadas no parágrafo anterior, apenas a primeira tem capacidade de excitar o conjunto mecânico do eixo turbina-gerador. No entanto, geralmente a magnitude destas componentes é reduzida.

2.3. Mecanismos da Ressonância Subsíncrona

Nos itens anteriores foi mostrado, de uma forma elementar, como as freqüências naturais da rede elétrica podem ser refletidas nos sistemas mecânicos do eixo turbina-gerador (e vice-versa), e desta forma interagir de maneira adversa com os modos torcionais dos geradores síncronos. Neste contexto, a ressonância subsíncrona pode ser originada através de dois mecanismos distintos, embora mútuos: *efeito de gerador de indução* e *interação torcional*. Um terceiro tipo de interação é mencionado na literatura

e recebe o nome de *amplificação de torque*. Em todos os casos a ressonância subsíncrona é fruto da interação dos sistemas mecânicos dos geradores síncronos com os torques produzidos por correntes subsíncronas presentes na armadura do gerador (IEEE, 1985b). Nos itens a seguir, cada mecanismo fundamental é descrito em detalhes separadamente.

2.3.1. Efeito de Gerador de Indução

O efeito gerador de indução é um fenômeno estritamente de origem elétrica e é causado pela auto-excitação do sistema elétrico associado ao gerador. Uma vez que os circuitos do rotor giram mais rápido que o campo magnético girante produzido pelas correntes subsíncronas na armadura, a resistência do rotor vista pela armadura para estas correntes é negativa. Esta característica é semelhante à operação de uma máquina de indução. A Figura 2.6 representa um circuito equivalente simplificado de uma máquina síncrona na presença de freqüências subsíncronas, onde o *s* é o escorregamento entre as velocidades síncrona e subsíncrona.

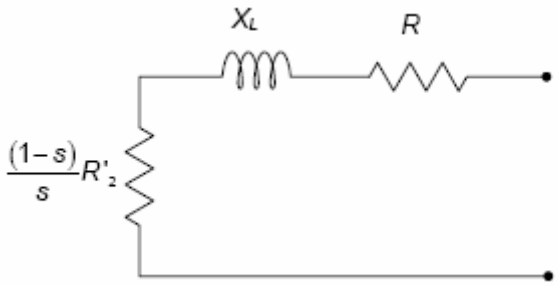


Figura 2.6 – Circuito equivalente da máquina síncrona para freqüências subsíncronas

Se desconsiderarmos o efeito da saliência, o comportamento da máquina síncrona seria idêntico ao de um gerador de indução, frente a freqüências subsíncronas. Desta forma, na presença de freqüências subsíncronas, o escorregamento torna-se negativo e, conseqüentemente, também a resistência do rotor. Para valores elevados de compensação série, esta resistência aparente negativa pode superar a resistência da rede, resultando efetivamente em um circuito RLC com resistência negativa. Sob esta condição, o sistema elétrico torna-se auto-excitado, provocando oscilações de tensão e corrente de amplitudes crescentes no tempo.

Como visto no item 2.2.2, o conjugado *C(s)* denota o comportamento de gerador de indução quando a máquina síncrona opera na presença de freqüências subsíncronas.

Esta característica pode ser traduzida como uma resistência negativa para o sistema, reforçando assim a idéia apresentada no parágrafo anterior. Esta forma de auto-excitação é um fenômeno puramente elétrico e não depende das características do eixo turbina-gerador (KUNDUR, 1994).

2.3.2. Interação Torcional

Ao contrário do efeito de gerador de indução, a interação torcional envolve tanto o sistema elétrico quanto o sistema mecânico associado ao eixo turbina-gerador. No item 2.2.3 vimos que o sistema mecânico do eixo turbina-gerador apresenta diversas freqüências naturais de oscilação, em geral situadas na faixa subsíncrona. Estas oscilações são responsáveis pela modulação da tensão na armadura da máquina, fazendo com que sejam refletidas na rede elétrica. Caso uma destas freqüências seja próxima a alguma das freqüências naturais da rede, as correntes percorridas na armadura da máquina induzem torques eletromagnéticos que amplificam as oscilações originais. Quando estes torques superam os torques de amortecimento inerentes ao sistema mecânico, o sistema torna-se auto-excitado (IEEE, 1980). Em geral, fenômenos desta natureza têm conseqüências catastróficas para o eixo do turbogerador. Mesmo que o sistema não seja instável, pequenas perturbações podem resultar em esforços torcionais de grande magnitude, causando perda de vida útil do eixo por fadiga cíclica.

2.3.3. Amplificação de Torque

Perturbações no sistema impõem torques transitórios aos rotores dos geradores síncronos. Em um sistema de transmissão sem capacitores série, estes transitórios sempre decaem com uma constante de tempo dada pela razão da indutância pela resistência do sistema. Em redes elétricas contendo capacitores série, as correntes originadas por estes distúrbios são oscilatórias podendo conter componentes em diversas freqüências subsíncronas. Se o complemento de uma destas freqüências ($\omega_n - \omega_s$) for próximo de alguma das freqüências naturais do eixo turbina-gerador, torques muito elevados podem ser originados, amplificando o efeito dos torques originais. Os torques transitórios resultantes provocam esforços torcionais nos eixos dos turbogeradores, podendo contribuir para a perda de vida útil por fadiga mecânica, principalmente quando capacitores série estão presentes. Este tipo de fenômeno é resultado de grandes perturbações no sistema, tais como o chaveamento de longas linhas

de transmissão e capacitores, curtos-circuitos, etc., e, portanto, não pode ser avaliado a partir de modelos lineares. Nestes casos, simulações no domínio do tempo utilizando programas do tipo EMTP (*"Electromagnetic Transients Programs"*) são mais apropriadas.

2.4. Interação Torcional com Sistemas de Controle

Os sistemas de controle dos sistemas de potência são projetados com o objetivo de melhorar o desempenho dinâmico do sistema, e assim aumentar as suas margens de segurança. No entanto, em muitos casos observa-se que estes dispositivos podem interagir de forma adversa com os modos torcionais dos eixos turbina-gerador, afetando seu desempenho. Este é um assunto ainda pouco explorado no país e que vem recebendo atenção especial em países predominantemente termelétricos nas últimas décadas. Na literatura, encontram-se diversas referências de interações desta natureza envolvendo o controle de excitação e de velocidade dos geradores síncronos (LEE et al., 1985, HAMMONS, 1981 e 1989, HAMMONS e GOH, 1999), controle de conversores HVDC (BAHRMAN et al., 1980, MORTENSEN et al., 1981, PADIYAR e KOTHARI, 1988, PADIYAR e GEETHA, 1993) e equipamentos FACTS (HINGORANI e GUGYI, 2000, IRAVANI e MATHUR, 1986, PADIYAR e PRABHU, 2005, PILLAI et al., 2002, PILLAI e JOVCIC, 2005, PIWKO et al., 1996, RAJARAMAN et al., 1996a, ROSTAMKOLAI et al., 1990, SALAMANCA et al., 2001, SUBHASH et al., 2005, URBANEK et al., 1993, XING e KUSIC, 1989, ZHU et al., 1995, LARSEN et al., 1990). Em geral, qualquer dispositivo localizado próximo a um turbogerador e que responda a variações de potência ou velocidade na faixa de freqüência subsíncrona pode interagir de forma adversa com os sistemas elétricos e mecânicos da máquina síncrona.

Interações desta natureza serão analisadas separadamente no decorrer desta dissertação. Serão investigadas suas origens e mecanismos de surgimento, bem como avaliadas soluções mitigadoras para os problemas originados.

2.5. Métodos de Análise de Oscilações Subsíncronas

O problema de auto-excitação envolve a análise da estabilidade do sistema em torno de uma condição de equilíbrio (pequenas perturbações). Em geral, este tipo de análise é

convenientemente realizada através de modelos linearizados dos componentes do sistema. Duas técnicas principais são utilizadas na análise da estabilidade a pequenas perturbações (IEEE, 1992):

- Análise de autovalores, baseada em uma formulação no domínio do tempo;
- Análise no domínio da freqüência:
  - Utilizando os conceitos de torques sincronizantes e de amortecimento;
  - Utilizando técnicas de varredura em freqüência (*"Frequency Scan"*).

Em contraste à análise da auto-excitação, os estudos de amplificação de torque envolvem grandes perturbações no sistema e não podem ser avaliados utilizando-se modelos linearizados. Nestes casos, a análise do sistema é realizada através da integração numérica das equações algébrico-diferenciais (lineares e não-lineares) que modelam o sistema. Uma vez que os transitórios da rede elétrica devem ser modelados em detalhes, as simulações no domínio do tempo podem ser convenientemente realizadas através de programas de transitórios eletromagnéticos (PSCAD/EMTDC, 1994). Estes programas permitem a modelagem detalhada das máquinas síncronas e seus sistemas de controle, elementos não-lineares, bem como a representação da ação de disjuntores durante curto-circuitos e outros tipos de chaveamentos.

2.5.1. Varredura em Freqüência ('*Frequency Scan*')

As técnicas de varredura em freqüência (AGRAWAL e FARMER, 1979) vêm sendo bastante utilizadas como análise preliminar de problemas relacionados a oscilações subsíncronas, principalmente no estudo do efeito gerador de indução (LIMA JR. et al, 1977a, LIMA JR. et al., 1977b, ELFAYOUMY e MORAN, 2003, HENSCEL e LIMA, 2006). Estes métodos são rápidos e simples, exigindo esforço computacional reduzido em relação a outros métodos. Como resultado, é fornecida a impedância do sistema vista pela barra interna de determinado gerador em função da freqüência. Podem existir freqüências nas quais a reatância é próxima de zero e a resistência global é negativa, indicando a possibilidade de oscilações sustentadas devido ao efeito gerador de indução (ANDERSON et al., 1990). O método de varredura em freqüência pode ser útil ainda na identificação das partes do sistema que não influenciam o problema da ressonância

subsíncrona e, portanto, podem ser omitidas ou substituídas por equivalentes nos estudos de amplificação de torque e interação torcional.

Em (KILGORE et al., 1977) é apresentada uma forma simplificada de avaliação da interação torcional baseada no método de varredura em freqüência. Este método requer a avaliação independente de cada modo torcional, através da utilização de grandezas modais (ver item 4.7). O amortecimento negativo devido à interação torcional pode ser determinado com relativa precisão a partir da seguinte relação:

$$\Delta\sigma_n = \frac{f_p}{8H_n f_n}\left(\frac{R_p}{R_p^2 + X_p^2}\right) - \frac{f_q}{8H_n f_n}\left(\frac{R_q}{R_q^2 + X_q^2}\right) \tag{2.32}$$

onde:

$\Delta\sigma_n$ - Amortecimento negativo devido a interação torcional relativo ao modo *n*

f_n - Freqüência natural do modo torcional *n*

f_0 - Freqüência síncrona

$f_p = f_0 - f_n$

$f_q = f_0 + f_n$

R_p - Resistência medida à freqüência f_p

X_p - Reatância medida à freqüência f_p

R_q - Resistência medida à freqüência f_q

X_q - Reatância medida à freqüência f_q

H_n - Inércia modal referente ao modo *n*

O primeiro termo da equação (2.32) refere-se à componente subsíncrona e sempre contribuirá com amortecimento negativo. A segunda parcela corresponde a componente supersíncrona e apresenta amortecimento positivo. Esta parcela em geral é muito

pequena em relação à componente subsíncrona e, em muitos casos, pode ser desprezada. O amortecimento líquido devido à interação torcional é determinado comparando-se o amortecimento calculado em (2.32) com o amortecimento mecânico do eixo turbina-gerador (σ_n). Ou seja:

$$\sigma_{liquido} = \sigma_n - \Delta\sigma_n$$

Os métodos de varredura em freqüência vêm sendo aplicados em muitos estudos com considerável sucesso e com baixo custo computacional. No entanto, deve-se ficar atento na análise dos resultados obtidos no estudo. Se os resultados indicarem a presença de amortecimento positivo em todas as condições, mas existem reduções significativas de reatância, testes devem ser conduzidos para validar os resultados dos estudos antes de tomar a decisão de não se implementar nenhuma medida preventiva. Por outro lado, se o método de varredura em freqüência indicar um eventual problema de ressonância subsíncrona que necessite a adoção de medidas preventivas, é prudente validar os resultados do estudo a partir de testes (ou métodos mais detalhados) antes de adotar medidas de alto investimento ou reduzir o grau de compensação.

2.5.2. Análises de Torques Sincronizantes e de Amortecimento

Em geral, os métodos baseados na análise de torques sincronizantes e de amortecimento utilizam modelos simplificados, possibilitando o desenvolvimento analítico para sistemas de pequeno porte (CANAY, 1982a). Apesar de serem utilizados modelos aproximados, estes métodos fornecem uma boa visão física dos mecanismos envolvidos e fornecem indicativas de possíveis soluções de controle.

Para compreender os conceitos relacionados aos torques originados na máquina síncrona, considere o diagrama de blocos da Figura 2.7. Este diagrama representa a equação de oscilação linearizada da máquina síncrona, nos quais as componentes de torque em fase com as variações de velocidade do rotor e com as variações do ângulo δ são consideradas separadamente. A componente de torque produzida pelas variações de fluxo nos enrolamentos do rotor foi desconsiderada por simplicidade.

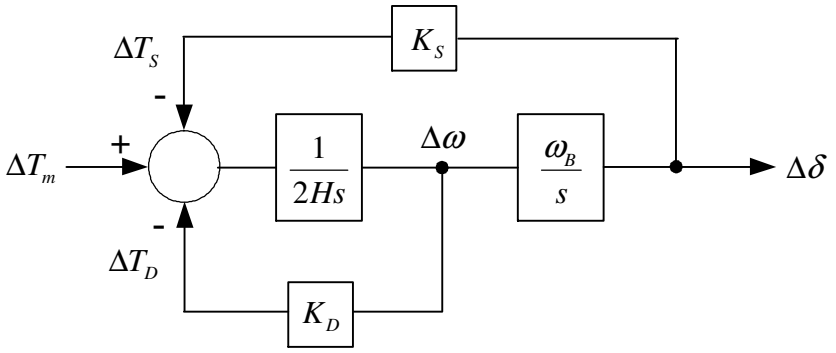


Figura 2.7 – Diagrama de blocos referente à equação de oscilação eletromecânica da máquina síncrona

A variação no torque eletromagnético da máquina síncrona é dada pela soma das duas componentes indicadas na figura, ou seja:

$$\Delta T_e = \Delta T_S + \Delta T_D \tag{2.33}$$

onde:

- ΔT_S é a variação da componente do torque em fase com as variações no ângulo do rotor, denominada *componente de torque sincronizante*;
- ΔT_D é a variação da componente do torque em fase com as variações de velocidade do rotor, denominada *componente de torque de amortecimento*.

Para qualquer sistema, os torques provenientes da ação de qualquer elemento podem ser decompostos nestas duas componentes. Desta forma, a influência dos diversos elementos do sistema no torque eletromagnético de um determinado gerador síncrono podem ser agrupados, de forma que as componentes de torque sejam dadas por:

$$\Delta T_S = K_S \Delta\delta \tag{2.34}$$

$$\Delta T_D = K_D \Delta\omega \tag{2.35}$$

Nas equações anteriores, K_S é o coeficiente de torque sincronizante e K_D é o coeficiente de torque de amortecimento. A estabilidade angular do sistema depende da existência das duas componentes de torque para cada máquina síncrona conectada à rede elétrica. A insuficiência de torque sincronizante resulta em instabilidade angular aperiódica. Por outro lado, a insuficiência de torque de amortecimento resulta em instabilidade

oscilatória do ângulo do rotor. A Figura 2.8 ilustra a natureza dos fenômenos de instabilidade em função dos torques sincronizantes e de amortecimento.

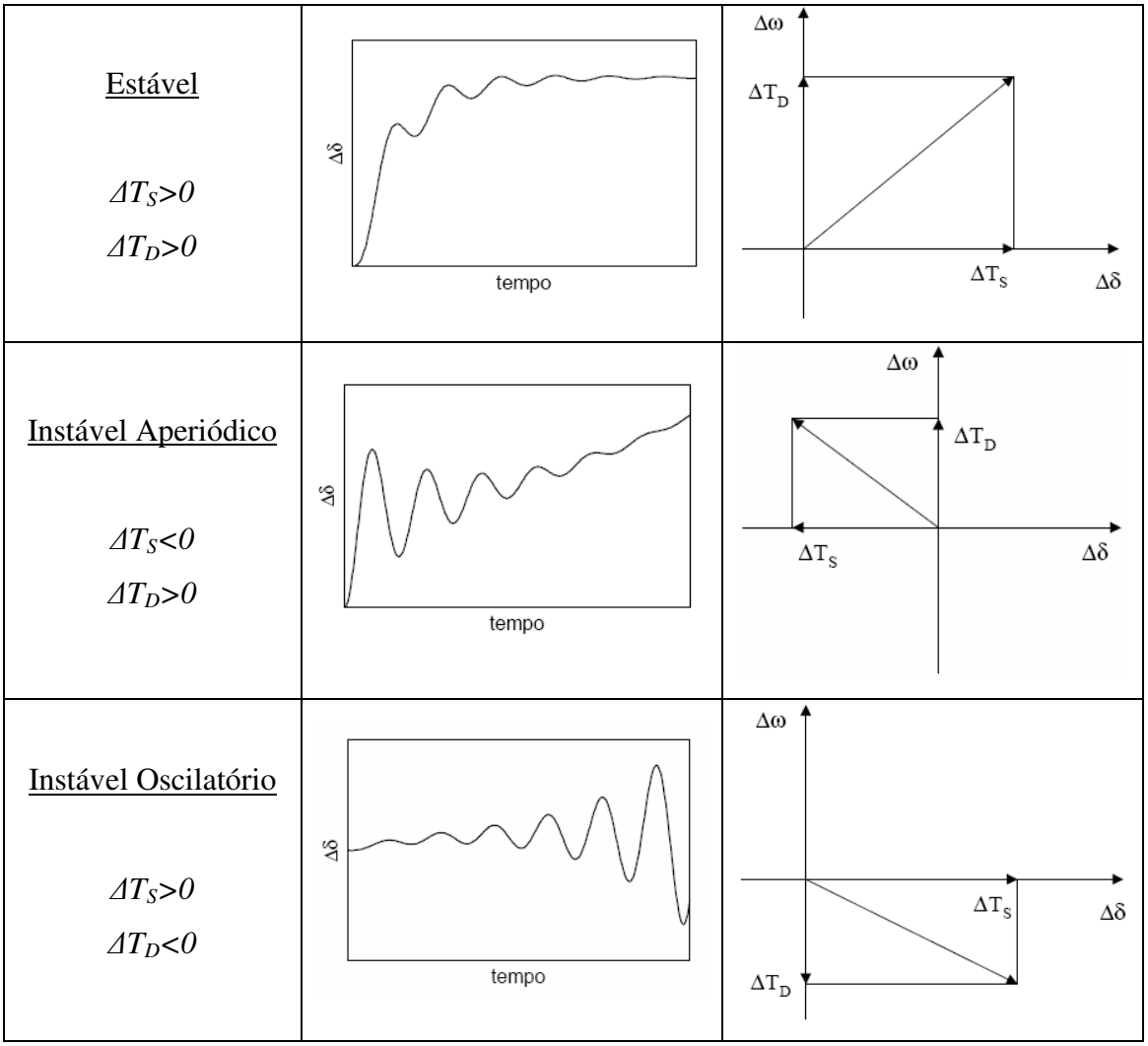


Figura 2.8 – Influência dos coeficientes de torque sincronizante e de amortecimento na resposta no domínio do tempo

2.5.3. Análise de Autovalores

Em sistemas de grande porte, quando resultados mais precisos são desejados, as técnicas apresentadas nos itens anteriores não se mostram mais computacionalmente eficientes. Nestes casos, a análise de autovalores aparece como uma ferramenta matemática apropriada para a análise linear do comportamento dinâmico dos sistemas de potência. A análise de autovalores permite a representação detalhada dos componentes do sistema e de seus sistemas de controle, e requer a utilização de modelos linearizados em um ponto de operação (MARTINS, 1986).

A análise de autovalores apresenta muitas vantagens em relação a outros métodos de análise. Dentre elas, pode-se destacar:

- Utilização de modelos-padrão para o sistema, como a representação no espaço de estados ou por sistemas descritores (LIMA, 1999). Isto permite a utilização de diversas ferramentas analíticas amplamente difundidas que utilizam as mesmas representações;

- Determinação direta dos modos de oscilação e dos parâmetros que mais os influenciam. Em um único processamento, é possível a identificação de ações mitigadoras através de análises de sensibilidade em relação à variação de parâmetros de interesse;

- Avaliação da localização mais apropriada e o projeto de sensores e atuadores baseado em índices de observabilidade/controlabilidade e em técnicas no domínio da freqüência, posicionamento de pólos, root locus e sensibilidade;

- Determinação das componentes de maior atividade nos modos oscilatórios individuais, fornecendo os *mode-shapes* e informações associadas, como pontos de maior excitação, coerência entre grupos, etc.;

- Simulações no domínio do tempo utilizando as equações linearizadas, que podem ser computadas muito mais rapidamente do que simulações não-lineares.

No entanto, a análise de autovalores apresenta algumas limitações, listadas a seguir :

- Este método só pode ser aplicado à análise de pequenas perturbações, uma vez que requer a utilização de modelos linearizados. Desta forma, não pode ser utilizado em estudos de amplificação de torque;

- As não-linearidades físicas de alguns elementos do sistema, tais como saturação de geradores e transformadores, não podem ser facilmente incluídas no modelo do sistema;

- Dispositivos de chaveamento, como os sistemas de disparo de tiristores, são geralmente representados por funções de transferência lineares aproximadas, o que inibe a observação dos possíveis impactos dos chaveamentos no

comportamento do sistema. A correta representação de tais elementos é muito complexa, exigindo técnicas de modelagem muito sofisticadas;

- A análise de sistemas de ordem muito elevada não permite o cálculo direto de todos os autovalores do sistema. Os métodos diretos só são confiáveis na análise de sistemas de ordem relativamente baixa. Em sistemas de ordem muito elevada, devem ser utilizados outros métodos, que efetuam o cálculo de autovalores selecionados e geralmente requerem uma avaliação inicial dos autovalores, exigindo experiência do analista para ser eficaz.

No Capítulo 7 serão apresentadas maiores informações sobre o ferramental necessário para a avaliação do grau de estabilidade dos sistemas, empregando técnicas baseadas no cálculo de autovalores e autovetores.

2.6. Modelagem dos Componentes do Sistema de Potência para Estudos de Oscilações Subsíncronas

Em estudos de oscilações subsíncronas, estamos interessados na modelagem dinâmica dos sistemas de potência. Isto significa que o sistema é representado por um número considerável de equações algébrico-diferenciais. Geralmente estas equações são não-lineares e, por isso, devem ser linearizadas em um ponto de operação para possibilitar utilização de técnicas de análise e controle linear.

A Figura 2.9 apresenta a estrutura básica de um sistema de potência, identificando os elementos que afetam a seu desempenho dinâmico. Basicamente, o sistema é composto por diversos geradores síncronos, interligados por uma extensa rede de transmissão. Associados a cada gerador existem sistemas de controle primário de tensão e velocidade, de forma a garantir a operação da máquina dentro de faixas aceitáveis. Para unidades térmicas, existem ainda os sistemas de controle associados às turbinas e caldeiras. Na figura estão também representadas as ações de controle secundário, realizadas a partir dos centros de operação do sistema (COS), incluindo o controle automático de geração (CAG).

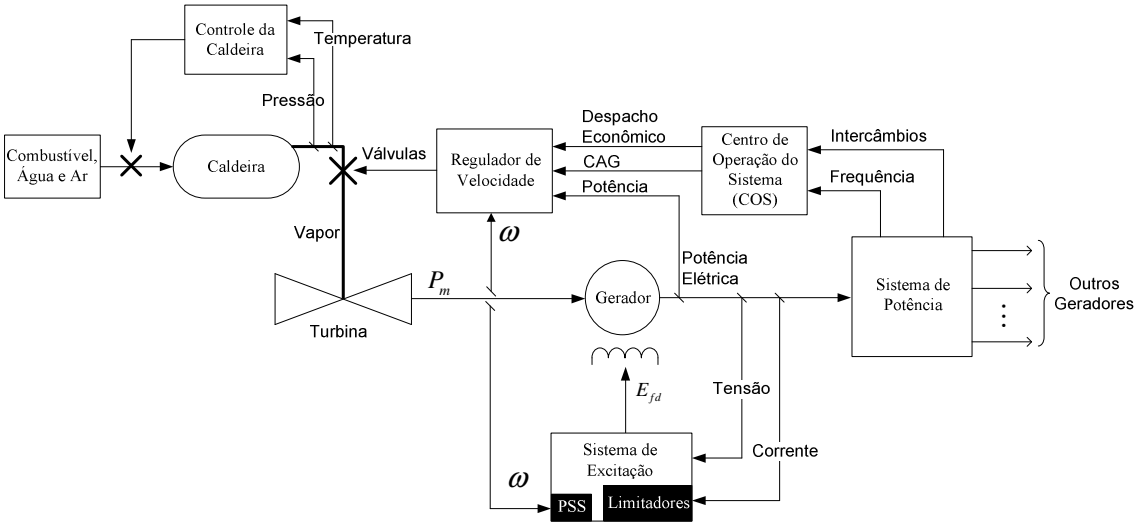


Figura 2.9 – Estrutura de um sistema elétrico de potência para estudos dinâmicos

A modelagem dos sistemas de potência requer a segregação do sistema em vários subsistemas, conforme apresentado na Figura 2.10 (ANDERSON et al., 1990). A figura ilustra os subsistemas associados a uma unidade geradora, seus sistemas de controle e suas interconexões com a rede elétrica. Em estudos de ressonância subsíncrona e de interação torcional, não é necessária a representação de todos os subsistemas. Os subsistemas de interesse nestes tipos de estudo são identificados na região sombreada na figura.

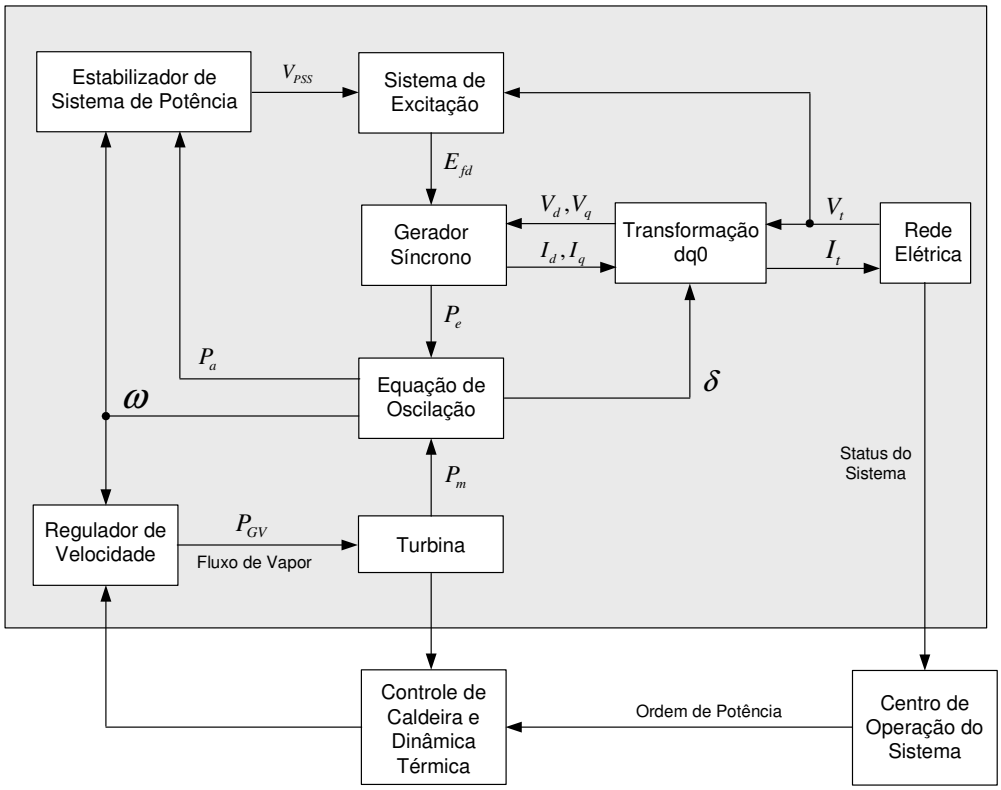


Figura 2.10 – Subsistemas associados ao gerador síncrono

Na análise de oscilações subsíncronas, é fundamental a avaliação das interações dinâmicas entre a rede elétrica e os eixos turbina-gerador. Para isto, torna-se importante representar detalhadamente as turbinas, geradores e controles associados. Além disso, a rede elétrica deve ser representada apropriadamente, a partir de suas equações diferenciais ordinárias a parâmetros concentrados. A representação da rede elétrica utilizando equações diferenciais parciais a parâmetros distribuídos não é necessária, uma vez que o maior interesse se encontra nos transitórios de baixa freqüência da rede, não em ondas viajantes. Fenômenos de freqüências muito baixas, oriundos de fontes de energia (como caldeiras e reatores nucleares) e das ações de controle secundário (como o CAG), fogem ao escopo destes estudos (ANDERSON et al., 1990). Em determinadas condições, equipamentos FACTS podem interagir com os modos dos eixos turbina-gerador, devendo ser representados detalhadamente. A modelagem de sistemas HVDC e FACTS deve ser realizada cuidadosamente, e seus modelos devem ser válidos para a faixa de freqüência das oscilações subsíncronas (OTHMAN e ÄNGQUIST, 1996, MATTAVELLI et al., 1999, PILOTTO et al., 2000, PILLAI e JOVCIC, 2005, JOVCIC e PILLAI, 2005, GOMES JR. et al., 2006b, LIRIO et al., 2006b).

Em suma, as características dinâmicas que devem ser consideradas em estudos de oscilações subsíncronas são:

- Representação dos transitórios do estator das máquinas síncronas;
- Representação dos transitórios de baixa freqüência da rede elétrica, a partir de suas equações diferenciais ordinárias a parâmetros concentrados;
- Representação multimassa do eixo turbina-gerador.

Os capítulos que se seguem apresentam detalhadamente os modelos utilizados nas análises de oscilações subsíncronas para a máquina síncrona, para o eixo turbina-gerador, para a rede elétrica e para os equipamentos FACTS. Os modelos utilizados para os sistemas de controle da máquina síncrona são essencialmente os mesmos adotados nos estudos de desempenho dinâmico à freqüência fundamental. Por outro lado, existe um grande interesse na avaliação da influência de alguns componentes de atuação mais rápida dos reguladores, tais como os relacionados ao processo de retificação nas pontes tiristorizadas, os quais são representados por funções de

transferência simplificadas nos modelos convencionais. Esta análise foge ao escopo desta dissertação, ficando como sugestão para trabalhos futuros.

Capítulo 3 Máquinas Síncronas

3.1. Introdução

Neste capítulo será apresentada a modelagem dos geradores síncronos para análise linear de oscilações subsíncronas. Uma descrição mais detalhada sobre a teoria de máquinas síncronas pode ser encontrada em diversas referências na literatura (DE MELLO, 1983a, CHAPMAN, 1999). Em (LAUWN e MEYER, 1982), são apresentados modelos universais para a representação de máquinas elétricas em programas do tipo EMTP (*"Electromagnetic Transients Programs"*), incorporando as características necessárias para estudos de oscilações subsíncronas. O modelo desenvolvido nesta dissertação permite a representação dos geradores em sistemas multimáquinas e o acoplamento com as equações do sistema mecânico associado ao eixo turbina-gerador (ver Capítulo 4). A principal diferença em relação ao modelo de máquina adotado em estudos de estabilidade é a consideração da dinâmica dos fluxos do estator (também chamado efeito transformador). Esta característica é fundamental para compatibilizar o modelo com a representação da dinâmica da rede elétrica, e assim permitir a interação entre os sistemas elétricos e mecânicos da máquina com o sistema de transmissão. O modelo deve ainda levar em consideração a variação das tensões e dos parâmetros da máquina com a freqüência.

A representação da máquina síncrona é baseada em uma transformação de variáveis amplamente utilizada (denominada transformação de Park), que resulta na projeção das grandezas do estator (tensões, correntes e fluxos) sobre os eixos coordenados do rotor (*d* e *q*). A vantagem desta transformação é que a matriz de indutâncias resultante é composta por coeficientes (próprios e mútuos) constantes. Adicionalmente, as equações de cada máquina síncrona devem ser expressas em um sistema *pu* apropriado e linearizadas em um ponto de operação, de forma a possibilitar o cálculo de autovalores e a aplicação de técnicas de análise modal.

3.2. Representação da Máquina Síncrona

A máquina síncrona é constituída por duas estruturas básicas: o *estator* e o *rotor*. Os enrolamentos do estator (ou armadura) são trifásicos, uniformemente distribuídos e deslocados de 120° no espaço. Quando percorridos por correntes trifásicas equilibradas,

os enrolamentos da armadura produzem um campo magnético girante no entreferro à velocidade síncrona. O rotor, por sua vez, possui um enrolamento principal denominado enrolamento de campo (*fd*), o qual conduz a corrente contínua responsável pela produção do campo magnético de excitação. A interação entre estes dois campos magnéticos é responsável pelo torque eletromagnético aplicado ao rotor da máquina (CHAPMAN, 1999).

A velocidade mecânica do rotor da máquina síncrona é determinada a partir da freqüência elétrica das correntes no estator e do número de pólos da máquina, dada pela seguinte relação:

$$\eta = \frac{120 f}{p} \tag{3.1}$$

onde η é a velocidade do rotor (em r.p.m.), *f* é a freqüência síncrona (em Hz) e *p* é o número de pólos da máquina.

A estrutura básica do rotor pode ser de dois tipos construtivos: *rotor liso* ou de *pólos salientes*. Hidrogeradores operam a baixas velocidades e, portanto, necessitam de um número elevado de pólos para produzir a freqüência nominal. Para isso, uma estrutura com pólos salientes é mais apropriada. Geralmente, estes são ainda equipados com enrolamentos amortecedores curto-circuitados localizados nas faces polares, cujo objetivo principal é contribuir para o amortecimento de oscilações eletromecânicas do rotor. Por outro lado, turbogeradores são projetados para operar em velocidades elevadas e, portanto, uma estrutura cilíndrica com dois ou quatro pólos é mais adequada. As características construtivas de rotores lisos não permitem a utilização de enrolamentos amortecedores. No entanto, a estrutura maciça do rotor proporciona múltiplos caminhos para correntes parasitas, cujo efeito é equivalente à representação de enrolamentos amortecedores nos eixos direto e em quadratura (KUNDUR, 1994).

A primeira consideração a ser feita na concepção do modelo da máquina síncrona é a determinação do número de enrolamentos amortecedores equivalentes em cada eixo. Para os hidrogeradores, estes enrolamentos existem de fato e a representação de um enrolamento amortecedor em cada eixo é suficiente (*kd* e *kq*). Para a faixa de freqüência de interesse nos estudos de estabilidade e oscilações subsíncronas, a representação de

um enrolamento amortecedor no eixo *d* (*kd*) e dois no eixo *q* (*gq* e *kq*) representam o efeito das correntes parasitas com boa precisão para turbogeradores.

Como o foco principal dos estudos de oscilações subsíncronas está relacionado ao desempenho dos turbogeradores, será apresentado o desenvolvimento do modelo considerando a presença de quatro enrolamentos no rotor. A sistemática adotada para a obtenção das equações do turbogerador pode ser aplicada sem perda de generalidade a um hidrogerador, com poucas modificações. A Figura 3.1 ilustra a estrutura básica de uma máquina síncrona de rotor liso.

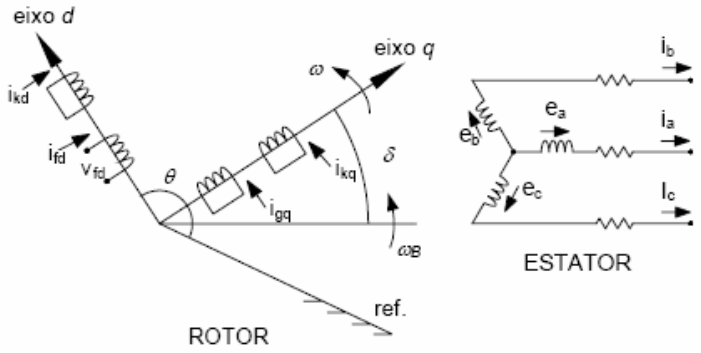


Figura 3.1 – Representação dos enrolamentos do estator e do rotor de uma máquina síncrona de rotor liso

Os eixos *d* e *q* são ortogonais e referem-se aos eixos direto e em quadratura, respectivamente. Ambos giram com a velocidade angular ω, relativa a uma referência arbitrária fixa, geralmente assumida coincidente com o eixo magnético da fase *a* do estator. O ângulo θ define a posição angular do eixo *d* em relação a esta referência. O ângulo δ é denominado ângulo de carga da máquina e denota a posição angular entre o eixo *q* e uma outra referência com rotação constante ω_B. Ou seja:

$$\theta = \omega_B t + \delta + \pi/2 \qquad \text{[rad]} \tag{3.2}$$

$$\omega = \omega_B + \frac{d\delta}{dt} \qquad \text{[rad/s]} \tag{3.3}$$

Nota-se que foi adotada uma convenção em que o eixo *d* está adiantado em relação ao eixo *q*, conforme apresentado em (ANDERSON et al., 1990).

3.3. Equações de Tensão – Referência abc

As equações de tensão para os enrolamentos do estator e do rotor podem ser expressas sob a forma matricial dada a seguir:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ \cdots \\ -v_{fd} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} R_a & & & \vdots & & & & \\ & R_b & & \vdots & & & & \\ & & R_c & \vdots & & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & & \vdots & R_{fd} & & & \\ & & & \vdots & & R_{kd} & & \\ & & & \vdots & & & R_{gq} & \\ & & & \vdots & & & & R_{kq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ \cdots \\ i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{gq} \\ i_{kq} \end{bmatrix} - \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \cdots \\ \psi_{fd} \\ \psi_{kd} \\ \psi_{gq} \\ \psi_{kq} \end{bmatrix} \quad \text{[V]} \qquad (3.4)$$

Escrevendo este conjunto de equações sob uma forma compacta, temos:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{abc} \\ \mathbf{V}_R \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{abc} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{abc} \\ \mathbf{I}_R \end{bmatrix} - \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_{abc} \\ \mathbf{\Lambda}_R \end{bmatrix} \quad \text{[V]} \qquad (3.5)$$

As equações anteriores foram escritas considerando a convenção de gerador, inclusive para os enrolamentos do rotor, motivo pelo qual a tensão v_{fd} aparece com sinal negativo. Os enlaces de fluxo do rotor e do estator se relacionam com as correntes nos enrolamentos por meio de uma matriz de indutâncias, dada a seguir:

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \cdots \\ \psi_{fd} \\ \psi_{kd} \\ \psi_{gq} \\ \psi_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{aa} & l_{ab} & l_{ac} & \vdots & l_{afd} & l_{akd} & l_{agq} & l_{akq} \\ l_{ba} & l_{bb} & l_{bc} & \vdots & l_{bfd} & l_{bkd} & l_{bgq} & l_{bkq} \\ l_{ca} & l_{cb} & l_{cc} & \vdots & l_{cfd} & l_{ckd} & l_{cgq} & l_{ckq} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ l_{afd} & l_{bfd} & l_{cfd} & \vdots & L_{fd} & L_{fkd} & & \\ l_{akd} & l_{bkd} & l_{ckd} & \vdots & L_{fkd} & L_{kd} & & \\ l_{agq} & l_{bgq} & l_{cgq} & \vdots & & & L_{gq} & L_{gkq} \\ l_{akq} & l_{bkq} & l_{ckq} & \vdots & & & L_{gkq} & L_{kq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ \cdots \\ i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{gq} \\ i_{kq} \end{bmatrix} \quad \text{[Wb]} \qquad (3.6)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_{abc} \\ \mathbf{\Lambda}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sR} \\ \mathbf{L}_{sR}^T & \mathbf{L}_R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{abc} \\ \mathbf{I}_R \end{bmatrix} \quad \text{[Wb]} \qquad (3.7)$$

Nas relações anteriores, as indutâncias representadas por letras minúsculas variam com a posição do rotor (θ), enquanto que as indutâncias representadas por letras maiúsculas

referem-se a grandezas constantes. A Tabela 3.1 apresenta as expressões que descrevem como estas indutâncias variam com a posição do rotor (KUNDUR, 1994).

Tabela 3.1 – Indutâncias da máquina síncrona

Indutâncias do Estator [Henry]	
Próprias	**Mútuas**
$l_{aa} = L_{aa0} + L_{aa2}\cos 2\theta$	$l_{ab} = l_{ba} = -L_{ab0} - L_{aa2}\cos 2(\theta + 30^\circ)$
$l_{bb} = L_{aa0} + L_{aa2}\cos 2(\theta - 120^\circ)$	$l_{bc} = l_{cb} = -L_{ab0} - L_{aa2}\cos 2(\theta - 90^\circ)$
$l_{cc} = L_{aa0} + L_{aa2}\cos 2(\theta + 120^\circ)$	$l_{ac} = l_{ca} = -L_{ab0} - L_{aa2}\cos 2(\theta + 150^\circ)$
Indutâncias Mútuas entre Rotor e Estator [Henry]	
Estator x Campo (fd)	**Estator x Amortecedor (kd)**
$l_{afd} = L_{afd}\cos\theta$	$l_{akd} = L_{akd}\cos\theta$
$l_{bfd} = L_{afd}\cos(\theta - 120^\circ)$	$l_{bkd} = L_{akd}\cos(\theta - 120^\circ)$
$l_{cfd} = L_{afd}\cos(\theta + 120^\circ)$	$l_{ckd} = L_{akd}\cos(\theta + 120^\circ)$
Estator x Amortecedor (gq)	**Estator x Amortecedor (kq)**
$l_{agq} = L_{agq}\cos\theta$	$l_{akq} = L_{akq}\cos\theta$
$l_{bgq} = L_{agq}\cos(\theta - 120^\circ)$	$l_{bkq} = L_{akq}\cos(\theta - 120^\circ)$
$l_{cgq} = L_{agq}\cos(\theta + 120^\circ)$	$l_{ckq} = L_{akq}\cos(\theta + 120^\circ)$

Obs: As indutâncias denotadas por letras maiúsculas correspondem a valores constantes.

3.4. Transformação de Park

Como foi visto no item anterior, a matriz de indutâncias da máquina síncrona é constituída por elementos que variam com a posição do rotor e, conseqüentemente, variantes no tempo. Para contornar esta dificuldade, emprega-se uma transformação de variáveis definida pela matriz dada em (3.8), denominada *transformação de Park* (PARK, 1929). Esta transformação resulta na projeção das grandezas dadas na referência *abc* do estator sobre os eixos coordenados do rotor, *d* e *q*. Adicionalmente, é acrescido à formulação um terceiro eixo, denominado *0*, estacionário e proporcional às grandezas de seqüência zero.

$$\mathbf{P} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\theta & \cos\left(\theta - 2\pi/3\right) & \cos\left(\theta + 2\pi/3\right) \\ \operatorname{sen}\theta & \operatorname{sen}\left(\theta - 2\pi/3\right) & \operatorname{sen}\left(\theta + 2\pi/3\right) \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

Alguns autores preferem a utilização de uma matriz de transformação alternativa, na qual o termo $\sqrt{2/3}$ é substituído por $2/3$. No entanto, este procedimento resulta em uma transformação de variáveis não ortogonal e não invariante em potência (DE MELLO, 1983a). Nesta dissertação será utilizada a matriz definida em (3.8). Devido à ortogonalidade desta transformação, a seguinte relação é verdadeira:

$$\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}^{T} \tag{3.9}$$

Considerando uma grandeza genérica *f*, tem-se por definição:

$$\mathbf{f}_{dq0} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{f}_{abc} \tag{3.10}$$

$$\begin{bmatrix} f_0 \\ f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \mathbf{P} \cdot \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

A relação inversa é dada por:

$$\mathbf{f}_{abc} = \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{f}_{dq0} \tag{3.12}$$

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = \mathbf{P}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} f_0 \\ f_d \\ f_q \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

Como a transformação de Park deve ser aplicada apenas às variáveis do estator, define-se a matriz **T**, que permite a manipulação simultânea das equações do rotor e do estator:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_4 \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

onde $\mathbf{I}_4$ é a matriz identidade de ordem 4.

3.5. Equações de Enlace de Fluxo – Referência dq0

Aplicando-se a transformação **T** às equações de fluxo da máquina síncrona nas variáveis *abc* (3.7), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_{abc} \\ \mathbf{\Lambda}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sR} \\ \mathbf{L}_{sR}^T & \mathbf{L}_R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{abc} \\ \mathbf{I}_R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_{dq0} \\ \mathbf{\Lambda}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sR} \\ \mathbf{L}_{sR}^T & \mathbf{L}_R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{dq0} \\ \mathbf{I}_R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_{dq0} \\ \mathbf{\Lambda}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} \cdot \mathbf{L}_{ss} \cdot \mathbf{P}^{-1} & \mathbf{P} \cdot \mathbf{L}_{sR} \\ \mathbf{L}_{sR}^T \cdot \mathbf{P}^{-1} & \mathbf{L}_R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{dq0} \\ \mathbf{I}_R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_{dq0} \\ \mathbf{\Lambda}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_S & \mathbf{L}_M \\ \mathbf{L}_M^T & \mathbf{L}_R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{dq0} \\ \mathbf{I}_R \end{bmatrix} \qquad \text{[Wb]} \tag{3.15}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_0 \\ \psi_d \\ \psi_q \\ \cdots \\ \psi_{fd} \\ \psi_{kd} \\ \psi_{gq} \\ \psi_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 & & & \vdots & & & & \\ & L_d & & \vdots & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{afd} & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{akd} & & \\ & & L_q & \vdots & & & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{agq} & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{akq} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{afd} & & \vdots & L_{fd} & L_{fkd} & & \\ & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{akd} & & \vdots & L_{fkd} & L_{kd} & & \\ & & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{agq} & \vdots & & & L_{gq} & L_{gkq} \\ & & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{akq} & \vdots & & & L_{gkq} & L_{kq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \\ \cdots \\ i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{gq} \\ i_{kq} \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

onde:

$$\begin{aligned} L_0 &= L_{aa0} - 2L_{ab0} && \text{[H]} \\ L_d &= L_{aa0} + L_{ab0} + \frac{3}{2}L_{aa2} && \text{[H]} \\ L_q &= L_{aa0} + L_{ab0} - \frac{3}{2}L_{aa2} && \text{[H]} \end{aligned} \tag{3.17}$$

A principal característica e vantagem da transformação de Park é que todas as indutâncias são independentes de θ e, portanto, não variam no tempo. Além disso, verifica-se que as equações constituem três sistemas completamente desacoplados. Esta

característica pode ser observada mais claramente se a equação (3.16) for rearranjada, conforme ilustrado na equação (3.18).

$$\begin{bmatrix} \psi_0 \\ \cdots \\ \psi_d \\ \psi_{fd} \\ \psi_{kd} \\ \cdots \\ \psi_q \\ \psi_{gq} \\ \psi_{kq} \end{bmatrix} = \cdot \begin{bmatrix} L_0 & \vdots & & & & \vdots & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & \vdots & L_d & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{afd} & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{akd} & \vdots & & & \\ & \vdots & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{afd} & L_{fd} & L_{fkd} & \vdots & & & \\ & \vdots & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{akd} & L_{fkd} & L_{kd} & \vdots & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & \vdots & & & & \vdots & L_q & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{agq} & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{akq} \\ & \vdots & & & & \vdots & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{agq} & L_{gq} & L_{gkq} \\ & \vdots & & & & \vdots & \sqrt{\frac{3}{2}}L_{akq} & L_{gkq} & L_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ \cdots \\ i_d \\ i_{fd} \\ i_{kd} \\ \cdots \\ i_q \\ i_{gq} \\ i_{kq} \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

Este resultado pode ser interpretado como se os enrolamentos de fase *a*, *b* e *c* fossem substituídos por enrolamentos fictícios *d*, *q* e *0*. Os enrolamentos *d* e *q* giram em conjunto com o rotor, uma vez que as indutâncias mútuas entre estes enrolamentos e os enrolamentos do rotor são constantes. Por outro lado, o enrolamento *0* é completamente desacoplado dos demais enrolamentos, e pode ser desconsiderado se $i_0 = 0$ (operação balanceada).

3.6. Equações de Tensão – Referência dq0

Aplicando-se a transformação definida por **T** às equações de tensão da máquina síncrona nas variáveis *abc* (3.5), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{abc} \\ \mathbf{V}_R \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{abc} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{abc} \\ \mathbf{I}_R \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_4 \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_{abc} \\ \mathbf{\Lambda}_R \end{bmatrix} \quad \text{[V]} \tag{3.19}$$

Considerando apenas as equações do estator:

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{V}_{abc} = -\mathbf{P} \cdot \mathbf{R}_{abc} \cdot \mathbf{I}_{abc} - \mathbf{P} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{\Lambda}_{abc} \qquad \text{[V]} \tag{3.20}$$

$$\mathbf{V}_{dq0} = -\mathbf{P}\cdot\mathbf{R}_{abc}\cdot\mathbf{P}^{-1}\cdot\mathbf{I}_{dq0} - \mathbf{P}\cdot\frac{d}{dt}\mathbf{\Lambda}_{abc} \qquad [\text{V}] \tag{3.21}$$

Se $R_a = R_b = R_c = r$, a seguinte relação é válida:

$$\mathbf{P}\cdot\mathbf{R}_{abc}\cdot\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{R}_{abc} \qquad [\,\Omega\,] \tag{3.22}$$

A parcela $\mathbf{P}\cdot\frac{d}{dt}\mathbf{\Lambda}_{abc}$ pode ser desenvolvida considerando a seguinte relação:

$$\mathbf{\Lambda}_{dq0} = \mathbf{P}\cdot\mathbf{\Lambda}_{abc} \qquad [\text{Wb}] \tag{3.23}$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{\Lambda}_{dq0} = \mathbf{P}\cdot\frac{d}{dt}\mathbf{\Lambda}_{abc} + \frac{d\mathbf{P}}{dt}\cdot\mathbf{P}^{-1}\cdot\mathbf{\Lambda}_{dq0}$$

$$\mathbf{P}\cdot\frac{d}{dt}\mathbf{\Lambda}_{abc} = \frac{d}{dt}\mathbf{\Lambda}_{dq0} - \mathbf{V}_{\omega} \tag{3.24}$$

$$\mathbf{P}\cdot\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\psi_a\\ \psi_b\\ \psi_c\end{bmatrix} = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\psi_0\\ \psi_d\\ \psi_q\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0\\ -\omega\psi_q\\ \omega\psi_d\end{bmatrix} \tag{3.25}$$

Os termos $-\omega\psi_q$ e $\omega\psi_d$ são denominados *tensões de velocidade* (*"speed voltages"*), sendo representados pelo vetor $\mathbf{V}_{\omega}$.

Substituindo (3.22) e (3.24) em (3.21), obtém-se:

$$\mathbf{V}_{dq0} = -\mathbf{R}_{abc}\cdot\mathbf{I}_{dq0} - \frac{d}{dt}\mathbf{\Lambda}_{0dq} + \mathbf{V}_{\omega} \qquad [\text{V}] \tag{3.26}$$

Escrevendo este resultado em conjunto com as equações do rotor, obtém-se:

$$\begin{bmatrix}\mathbf{V}_{dq0}\\ \mathbf{V}_R\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix}\mathbf{R}_{abc} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_R\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\mathbf{I}_{dq0}\\ \mathbf{I}_R\end{bmatrix} - \frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\mathbf{\Lambda}_{dq0}\\ \mathbf{\Lambda}_R\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{V}_{\omega}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix} \qquad [\text{V}] \tag{3.27}$$

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_d \\ v_q \\ \cdots \\ -v_{fd} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} r & & & \vdots & & & & \\ & r & & \vdots & & & & \\ & & r & \vdots & & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & & \vdots & R_{fd} & & & \\ & & & \vdots & & R_{kd} & & \\ & & & \vdots & & & R_{gq} & \\ & & & \vdots & & & & R_{kq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \\ \cdots \\ i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{gq} \\ i_{kq} \end{bmatrix} - \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \psi_0 \\ \psi_d \\ \psi_q \\ \cdots \\ \psi_{fd} \\ \psi_{kd} \\ \psi_{gq} \\ \psi_{kq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega\psi_q \\ \omega\psi_d \\ \cdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad [\text{V}] \qquad (3.28)$$

A equação matricial (3.28) constitui um conjunto de equações diferenciais a parâmetros constantes, de solução mais simples, sendo os fluxos do rotor e do estator definidos na equação (3.18). Estas equações descrevem por completo a dinâmica elétrica da máquina síncrona e são escritas individualmente a seguir:

Equações do Estator

$$v_0 = -r i_0 - \frac{d\psi_0}{dt} \qquad [\text{V}] \qquad (3.29)$$

$$v_d = -r i_d - \frac{d\psi_d}{dt} - \omega\psi_q \qquad [\text{V}] \qquad (3.30)$$

$$v_q = -r i_q - \frac{d\psi_q}{dt} + \omega\psi_d \qquad [\text{V}] \qquad (3.31)$$

Equações do Rotor

$$-v_{fd} = -R_{fd} i_{fd} - \frac{d\psi_{fd}}{dt} \qquad [\text{V}] \qquad (3.32)$$

$$0 = -R_{kd} i_{kd} - \frac{d\psi_{kd}}{dt} \qquad [\text{V}] \qquad (3.33)$$

$$0 = -R_{gq} i_{gq} - \frac{d\psi_{gq}}{dt} \qquad [\text{V}] \qquad (3.34)$$

$$0 = -R_{kq} i_{kq} - \frac{d\psi_{kq}}{dt} \qquad [\text{V}] \qquad (3.35)$$

Resumindo, a representação da máquina síncrona na referência *dq0* apresenta as seguintes vantagens:

- Obtenção de indutâncias próprias e mútuas independentes da posição do rotor;

- A componente de seqüência zero é completamente desacoplada e é nula em condições de operação balanceada;

- As correntes i_d e i_q assumem valores constantes em regime permanente equilibrado;

- A transformação de Park é invariante em potência, ou seja, $v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = v_d i_d + v_q i_q + v_0 i_0$;

- Os parâmetros da máquina relacionados aos eixos *d* e *q* podem ser medidos diretamente através de ensaios.

3.7. Normalização

É uma prática comum na análise de sistemas elétricos expressar as grandezas em *pu*, a partir da escolha de bases apropriadas. A escolhas das bases é arbitrária, a menos de certas restrições dimensionais entre bases interdependentes. Nesta dissertação, as bases do estator foram escolhidas de acordo com a Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Grandezas base para a normalização das equações do estator

Grandezas Base - Primárias		**Unidade**
V_B	Tensão fase-neutro	[V]
I_B	Corrente por fase	[A]
f_B	Freqüência nominal	[Hz]
Grandezas Base - Secundárias		**Unidade**
$S_B = V_B I_B$	Potência aparente por fase	[VA]
$Z_B = \frac{V_B}{I_B}$	Impedância	[Ω]
$\omega_B = 2\pi f_B$	Velocidade angular síncrona	[rad/s]
$L_B = \frac{Z_B}{\omega_B}$	Indutância	[H]
$\psi_B = \frac{V_B}{\omega_B} = L_B I_B$	Fluxo enlaçado	[Wb]
$t_B = \frac{1}{\omega_B}$	Tempo	[s]

As grandezas base para a normalização das equações do rotor devem ser calculadas a partir das escolhidas para o estator, de forma a atingir os seguintes objetivos:

- Indutâncias mútuas em *pu* entre os enrolamentos sobre o mesmo eixo idênticas;
- Indutâncias mútuas recíprocas, independente do enrolamento tomado como referência;
- Bases de freqüência e de tempo idênticas às do estator.

3.7.1. Equações do Estator

Referindo-se a equação (3.26) e à Tabela 3.2, pode-se dividir as equações relativas ao estator por V_B, obtendo-se o seguinte resultado:

$$\overline{\mathbf{V}}_{dq0} = -\overline{\mathbf{R}}_{abc} \cdot \overline{\mathbf{I}}_{dq0} - \frac{1}{\omega_B}\frac{d}{dt}\overline{\mathbf{\Lambda}}_{0dq} + \overline{\mathbf{V}}_{\omega} \qquad \text{[pu]} \qquad (3.36)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{v}_0 \\ \overline{v}_d \\ \overline{v}_q \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \overline{r} & & \\ & \overline{r} & \\ & & \overline{r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{i}_0 \\ \overline{i}_d \\ \overline{i}_q \end{bmatrix} - \frac{1}{\omega_B}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \overline{\psi}_0 \\ \overline{\psi}_d \\ \overline{\psi}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\overline{\omega}\,\overline{\psi}_q \\ \overline{\omega}\,\overline{\psi}_d \end{bmatrix} \qquad \text{[pu]} \qquad (3.37)$$

Na equação (3.37) todas as variáveis estão em *pu*, a menos do tempo, dado em segundos. Se o tempo estivesse exprimido em *pu*, as derivadas não estariam divididas por ω_B. Grandezas em *pu* serão identificadas por um traço acima da respectiva variável.

3.7.2. Equações do Rotor

Devido à simetria do arranjo, as quantidades base do estator foram adotadas iguais para as três fases. Por outro lado, cada enrolamento do rotor deve possuir seu próprio sistema de bases. Dividindo as equações relativas ao rotor na equação (3.27) pelas respectivas tensões base, obtém-se o seguinte conjunto de equações normalizadas:

$$\overline{\mathbf{V}}_R = -\overline{\mathbf{R}}_R \cdot \overline{\mathbf{I}}_R - \frac{1}{\omega_B}\frac{d}{dt}\overline{\mathbf{\Lambda}}_R \qquad \text{[pu]} \qquad (3.38)$$

$$\begin{bmatrix} -\overline{v}_{fd} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \overline{R}_{fd} & & & \\ & \overline{R}_{kd} & & \\ & & \overline{R}_{gq} & \\ & & & \overline{R}_{kq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{i}_{fd} \\ \overline{i}_{kd} \\ \overline{i}_{gq} \\ \overline{i}_{kq} \end{bmatrix} - \frac{1}{\omega_B}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \overline{\psi}_{fd} \\ \overline{\psi}_{kd} \\ \overline{\psi}_{gq} \\ \overline{\psi}_{kq} \end{bmatrix} \quad \text{[pu]} \tag{3.39}$$

onde novamente todas as variáveis estão em *pu*, a menos do tempo, dado em segundos.

3.7.3. Equações de Enlace de Fluxo

Foi afirmado que a escolha das grandezas base do rotor deve ser realizada de forma a se obter indutâncias mútuas recíprocas e idênticas entre enrolamentos no mesmo eixo. O sistema de bases que resulta em uma matriz de indutâncias com estas características denomina-se *"sistema L_{ad} recíproco"* (DE MELLO, 1983a).

Considerando indutâncias recíprocas, a equação (3.16) pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \overline{\psi}_0 \\ \overline{\psi}_d \\ \overline{\psi}_q \\ \cdots \\ \overline{\psi}_{fd} \\ \overline{\psi}_{kd} \\ \overline{\psi}_{gq} \\ \overline{\psi}_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{L}_0 & & & \vdots & & & & \\ & \overline{L}_d & & \vdots & \overline{L}_{afd} & \overline{L}_{akd} & & \\ & & \overline{L}_q & \vdots & & & \overline{L}_{agq} & \overline{L}_{akq} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & \overline{L}_{afd} & & \vdots & \overline{L}_{fd} & \overline{L}_{fkd} & & \\ & \overline{L}_{akd} & & \vdots & \overline{L}_{fkd} & \overline{L}_{kd} & & \\ & & \overline{L}_{agq} & \vdots & & & \overline{L}_{gq} & \overline{L}_{gkq} \\ & & \overline{L}_{akq} & \vdots & & & \overline{L}_{gkq} & \overline{L}_{kq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{i}_0 \\ \overline{i}_d \\ \overline{i}_q \\ \cdots \\ \overline{i}_{fd} \\ \overline{i}_{kd} \\ \overline{i}_{gq} \\ \overline{i}_{kq} \end{bmatrix} \quad \text{[pu]} \tag{3.40}$$

onde as indutâncias mútuas são definidas a seguir:

$$\overline{L}_{afd} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{L_{afd}I_{fdB}}{L_B I_B} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{L_{afd}I_B}{L_{fdB}I_{fdB}} \quad \text{[pu]} \tag{3.41}$$

$$\overline{L}_{akd} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{L_{akd}I_{kdB}}{L_B I_B} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{L_{akd}I_B}{L_{kdB}I_{kdB}} \quad \text{[pu]} \tag{3.42}$$

$$\overline{L}_{agq} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{L_{agq}I_{gqB}}{L_B I_B} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{L_{agq}I_B}{L_{gqB}I_{gqB}} \quad \text{[pu]} \tag{3.43}$$

$$\overline{L}_{akq} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{L_{akq}I_{kqB}}{L_B I_B} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{L_{akq}I_B}{L_{kqB}I_{kqB}} \quad \text{[pu]} \tag{3.44}$$

$$\bar{L}_{fkd} = \frac{L_{fkd} I_{kdB}}{L_{fdB} I_{fdB}} = \frac{L_{fkd} I_{fdB}}{L_{kdB} I_{kdB}} \qquad \text{[pu]} \tag{3.45}$$

$$\bar{L}_{gkq} = \frac{L_{gkq} I_{kqB}}{L_{gqB} I_{gqB}} = \frac{L_{gkq} I_{gqB}}{L_{kqB} I_{kqB}} \qquad \text{[pu]} \tag{3.46}$$

A partir do conjunto de indutâncias definidas em (3.41) a (3.46), as relações entre as bases dos enrolamentos do rotor e do estator podem ser encontradas de forma que as indutâncias mútuas em *pu* sejam recíprocas. Assim:

$$V_{fdB} I_{fdB} = V_{kdB} I_{kdB} = V_{gqB} I_{gqB} = V_{kqB} I_{kqB} = V_B I_B = S_B \qquad \text{[VA]} \tag{3.47}$$

Ou seja, as potências base dos enrolamentos do rotor devem ser iguais a potência base utilizada para os enrolamentos do estator.

A obtenção de indutâncias mútuas iguais para enrolamentos sobre o mesmo eixo é realizada igualando-se estas indutâncias a uma indutância comum. Estas indutâncias comuns são conhecidas como *indutâncias de magnetização*, e são representadas por L_{ad} para o eixo *d*, e L_{aq} para o eixo *q*. Estas indutâncias podem ainda ser determinadas subtraindo-se as indutâncias L_d e L_q da indutância de dispersão da armadura, L_l. Em suma:

$$\bar{L}_{afd} = \bar{L}_{akd} = \bar{L}_{fkd} \triangleq \bar{L}_{ad} = \frac{L_{ad}}{L_B} = \frac{L_d - L_l}{L_B} = \bar{L}_d - \bar{L}_l \qquad \text{[pu]} \tag{3.48}$$

$$\bar{L}_{agq} = \bar{L}_{akq} = \bar{L}_{gkq} \triangleq \bar{L}_{aq} = \frac{L_{aq}}{L_B} = \frac{L_q - L_l}{L_B} = \bar{L}_q - \bar{L}_l \qquad \text{[pu]} \tag{3.49}$$

Para isso, as bases de correntes dos enrolamentos do rotor devem ser fixadas de forma a atender as seguintes restrições:

$$I_{fdB} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{L_{afd}}{L_{ad}} I_B \qquad \text{[A]} \tag{3.50}$$

$$I_{kdB} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{L_{akd}}{L_{ad}} I_B \qquad \text{[A]} \tag{3.51}$$

$$I_{gqB} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{L_{agq}}{L_{aq}} I_B \qquad \text{[A]} \tag{3.52}$$

$$I_{kqB} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{L_{akq}}{L_{aq}} I_B \qquad \text{[A]} \tag{3.53}$$

Portanto, a equação (3.40) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \overline{\psi}_0 \\ \overline{\psi}_d \\ \overline{\psi}_q \\ \cdots \\ \overline{\psi}_{fd} \\ \overline{\psi}_{kd} \\ \overline{\psi}_{gq} \\ \overline{\psi}_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{L}_0 & & & \vdots & & & & \\ & \overline{L}_d & & \vdots & \overline{L}_{ad} & \overline{L}_{ad} & & \\ & & \overline{L}_q & \vdots & & & \overline{L}_{aq} & \overline{L}_{aq} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & \overline{L}_{ad} & & \vdots & \overline{L}_{fd} & \overline{L}_{ad} & & \\ & \overline{L}_{ad} & & \vdots & \overline{L}_{ad} & \overline{L}_{kd} & & \\ & & \overline{L}_{aq} & \vdots & & & \overline{L}_{gq} & \overline{L}_{aq} \\ & & \overline{L}_{aq} & \vdots & & & \overline{L}_{aq} & \overline{L}_{kq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{i}_0 \\ \overline{i}_d \\ \overline{i}_q \\ \cdots \\ \overline{i}_{fd} \\ \overline{i}_{kd} \\ \overline{i}_{gq} \\ \overline{i}_{kq} \end{bmatrix} \qquad \text{[pu]} \tag{3.54}$$

Ou, matricialmente:

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{\Lambda}}_{dq0} \\ \overline{\mathbf{\Lambda}}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{L}}_S & \overline{\mathbf{L}}_M \\ \overline{\mathbf{L}}_M^T & \overline{\mathbf{L}}_R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{I}}_{dq0} \\ \overline{\mathbf{I}}_R \end{bmatrix} \qquad \text{[pu]} \tag{3.55}$$

Desta forma, agrupando-se as equações normalizadas do rotor e do estator, obtém-se a equação (3.56), onde os fluxos enlaçados do rotor e do estator estão definidos na equação (3.54).

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{V}}_{dq0} \\ \overline{\mathbf{V}}_R \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{R}}_{abc} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \overline{\mathbf{R}}_R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{I}}_{dq0} \\ \overline{\mathbf{I}}_R \end{bmatrix} - \frac{1}{\omega_B} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{\Lambda}}_{dq0} \\ \overline{\mathbf{\Lambda}}_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{V}}_\omega \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \qquad \text{[pu]} \tag{3.56}$$

3.8. Equação de Oscilação

A equação que governa o comportamento rotacional das máquinas síncronas é baseada em um princípio elementar da dinâmica que estabelece que o torque de aceleração (T_a) é dado pelo produto do momento de inércia do rotor (J) por sua aceleração angular (α). Ou seja:

$$J\alpha = T_a \qquad \text{[N.m]} \tag{3.57}$$

Para um gerador síncrono, o torque de aceleração é dado pela diferença entre o torque mecânico (T_m) e o torque eletromagnético (T_e) aplicado ao rotor. O torque mecânico é proveniente da ação da turbina. Por outro lado, o torque eletromagnético é originado a partir da interação entre os campos magnéticos oriundos da armadura e do circuito de campo. É comum incluir uma parcela adicional de torque (T_D), que representa o efeito do amortecimento global introduzido pela turbina, carga e outras fontes. Em suma:

$$J\frac{d\omega_M}{dt} = T_m - T_e - T_D \qquad \text{[N.m]} \tag{3.58}$$

ou:

$$J\frac{d^2\theta_M}{dt^2} = T_m - T_e - T_D \qquad \text{[N.m]} \tag{3.59}$$

onde:

J - Momento de inércia equivalente do conjunto turbina-gerador (Kg.m^2)

ω_M - Velocidade angular mecânica do rotor (rad/s)

θ_M - Posição angular mecânica do rotor (radianos mecânicos)

T_m - Torque mecânico (N.m)

T_e - Torque eletromagnético (N.m)

T_D - Torque de amortecimento (N.m)

Em geral, a turbina dos turbogeradores é constituída por diversas seções conectadas através de eixos com acoplamentos não-rígidos. Em estudos de estabilidade, é comum combinar essas várias seções em uma massa equivalente, como se o acoplamento entre elas fosse efetivamente rígido. No entanto, em estudos de oscilações subsíncronas estamos interessados nas oscilações torcionais entre massas, de forma que uma representação multimassa se torna necessária. A representação multimassa do eixo turbina-gerador é apresentada no Capítulo 4.

As equações (3.58) e (3.59) são dadas em função do momento de inércia *J*. No conjunto de parâmetros da máquina síncrona para estudos de estabilidade fornecidos pelos fabricantes, é encontrada com maior freqüência uma outra constante denominada *constante H*. Esta constante é definida como a razão entre a energia cinética armazenada à velocidade síncrona pela potência aparente nominal da máquina. Ou seja:

$$H \triangleq \frac{\frac{1}{2} J \omega_{MB}^2}{S_{3\phi}} \qquad \text{[s]} \tag{3.60}$$

onde:

$$S_{3\phi} = 3S_B \qquad \text{[VA]} \tag{3.61}$$

Resolvendo para *J* e substituindo na equação (3.58), obtém-se:

$$\frac{2H}{\omega_{MB}^2} S_{3\phi} \frac{d\omega_M}{dt} = T_m - T_e - T_D \qquad \text{[N.m]} \tag{3.62}$$

Dividindo por $S_{3\phi}$, e notando que $T_B = S_{3\phi} / \omega_{MB}$, pode-se escrever:

$$2H \frac{d}{dt}\left(\frac{\omega_M}{\omega_{MB}}\right) = \frac{T_m}{\left(S_{3\phi} / \omega_{MB}\right)} - \frac{T_e}{\left(S_{3\phi} / \omega_{MB}\right)} - \frac{T_D}{\left(S_{3\phi} / \omega_{MB}\right)} = \frac{T_m}{T_B} - \frac{T_e}{T_B} - \frac{T_D}{T_B} \tag{3.63}$$

Utilizando a notação para grandezas em *pu*:

$$2H \frac{d\overline{\omega}_M}{dt} = \overline{T}_m - \overline{T}_e - \overline{T}_D \qquad \text{[pu]} \tag{3.64}$$

As relações entre as grandezas mecânicas e elétricas da máquina síncrona são dadas pelas expressões a seguir:

$$\omega = \frac{p}{2} \omega_M \qquad \text{[rad/s]} \tag{3.65}$$

$$\theta = \frac{p}{2} \theta_M \qquad \text{[rad]} \tag{3.66}$$

Em *pu*, tem-se:

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_M \qquad \text{[pu]} \tag{3.67}$$

$$\bar{\theta} = \bar{\theta}_M \qquad \text{[pu]} \tag{3.68}$$

Ou seja, em *pu* as grandezas mecânicas e elétricas são iguais. Portanto, as variações do ângulo de carga de um determinado gerador são idênticas às variações angulares do seu rotor, quando grandezas por unidade são consideradas.

O ângulo δ denota a posição angular do eixo q do rotor em relação a uma referência síncrona. Desta forma, pode-se escrever:

$$\delta = (\omega - \omega_B)t + \delta_0 \qquad \text{[rad]} \tag{3.69}$$

Tomando a primeira e segunda derivada em relação ao tempo:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_B \qquad \text{[rad/s]} \tag{3.70}$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = \omega_B \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \omega_B \frac{d\bar{\omega}_M}{dt} \qquad \text{[rad/s}^2\text{]} \tag{3.71}$$

Substituindo esta relação em (3.64), obtém-se:

$$\frac{2H}{\omega_B}\frac{d^2\delta}{dt^2} = \bar{T}_m - \bar{T}_e - \bar{T}_D \qquad \text{[pu]} \tag{3.72}$$

O torque de amortecimento geralmente é considerado através de uma parcela proporcional ao desvio de velocidade da máquina, resultando em:

$$\frac{2H}{\omega_B}\frac{d^2\delta}{dt^2} = \bar{T}_m - \bar{T}_e - D(\bar{\omega} - \bar{\omega}_0) \qquad \text{[pu]} \tag{3.73}$$

onde *D* é denominada constante de amortecimento, dada em pu/pu.

A potência instantânea trifásica medida nos terminais da máquina síncrona é dada por:

$$P_t = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \qquad \text{[W]} \tag{3.74}$$

Uma vez que a transformação de Park é invariante em potência, a expressão para o cálculo da potência terminal da máquina em termo das componentes *dq0* é dada por:

$$P_t = v_d i_d + v_q i_q + v_0 i_0 \qquad \text{[W]} \tag{3.75}$$

Substituindo as expressões para v_d, v_q e v_0 nesta equação e rearranjando, obtém-se:

$$P_t = -\left(i_d \frac{d\psi_d}{dt} + i_q \frac{d\psi_q}{dt} + i_0 \frac{d\psi_0}{dt} \right) + \omega\left(\psi_d i_q - \psi_q i_d\right) - r\left(i_d^2 + i_q^2 + i_0^2\right) \qquad \text{[W]} \tag{3.76}$$

Verifica-se que a potência terminal gerada pela máquina é dada por três parcelas distintas. A primeira refere-se à taxa de variação da energia magnética armazenada na armadura. O segundo termo é a parcela de potência transferida através do entreferro, responsável pela produção do conjugado útil. Por fim, o último termo representa as perdas térmicas no enrolamento de armadura. A expressão do torque eletromagnético pode ser obtida diretamente a partir do segundo termo, dividindo-se a potência transferida através do entreferro pela velocidade do rotor:

$$T_e = \frac{\omega}{\omega_M}\left(\psi_d i_q - \psi_q i_d\right) = \frac{p}{2}\left(\psi_d i_q - \psi_q i_d\right) \qquad \text{[N.m]} \tag{3.77}$$

onde *p* é o número de pólos da máquina.

O torque base pode ser expresso pela relação a seguir:

$$T_B = \frac{3S_B}{\omega_{MB}} = \frac{3\omega_B \psi_B I_B}{\omega_{MB}} \qquad \text{[N.m]} \tag{3.78}$$

Assim, pode-se determinar a expressão para o cálculo do torque eletromagnético em *pu*:

$$\overline{T}_e = \frac{T_e}{T_B} = \frac{\omega_{MB}}{3\omega_B}\frac{p}{2}\frac{\left(\psi_d i_q - \psi_q i_d\right)}{\psi_B I_B} = \frac{1}{3}\left(\overline{\psi}_d \overline{i}_q - \overline{\psi}_q \overline{i}_d\right) \qquad \text{[pu]} \tag{3.79}$$

Deve-se ressaltar que os fluxos magnéticos e correntes na expressão (3.79) estão referidos ao rotor da máquina. Referindo estas variáveis ao estator, a expressão para o cálculo do torque eletromagnético se resume a (ANDERSON et al., 1990):

$$\overline{T}_e = \overline{\psi}_d \overline{i}_q - \overline{\psi}_q \overline{i}_d \qquad \text{[pu]} \tag{3.80}$$

Substituindo esta expressão na equação de oscilação dada em (3.73), obtém-se a seguinte equação diferencial de segunda ordem:

$$\frac{2H}{\omega_B}\frac{d^2\delta}{dt^2} = \overline{T}_m - \left(\overline{\psi}_d \overline{i}_q - \overline{\psi}_q \overline{i}_d\right) - D\left(\overline{\omega} - \overline{\omega}_0\right) \qquad \text{[pu]} \tag{3.81}$$

Esta equação pode ainda ser expressa a partir de duas equações diferenciais de primeira ordem, explicitando as variáveis de estado $\overline{\omega}$ e δ:

$$\frac{d\overline{\omega}}{dt} = \frac{1}{2H}\left[\overline{T}_m - \left(\overline{\psi}_d \overline{i}_q - \overline{\psi}_q \overline{i}_d\right) - D\left(\overline{\omega} - \overline{\omega}_0\right)\right] \qquad \text{[pu]} \tag{3.82}$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_B\left(\overline{\omega} - \overline{\omega}_0\right) \qquad \text{[rad]} \tag{3.83}$$

3.9. Parâmetros Operacionais da Máquina Síncrona

A equação (3.56) descreve o comportamento da máquina síncrona em função das resistências e indutâncias dos circuitos do rotor e do estator. Estes parâmetros são denominados *parâmetros básicos* ou *fundamentais* da máquina. No entanto, a determinação destes parâmetros na prática é inviável. Os parâmetros disponibilizados pelos fabricantes são obtidos a partir de ensaios e medições de grandezas terminais da máquina, e consistem em um conjunto de indutâncias e constantes de tempo. Estes parâmetros podem ser determinados em função dos parâmetros fundamentais considerando as seguintes relações entre quantidades terminais incrementais da armadura e do circuito de campo (DE MELLO, 1983a):

$$\Delta\psi_d(s) = G(s)\cdot\Delta E_{fd}(s) - L_d(s)\cdot\Delta i_d(s) \tag{3.84}$$

$$\Delta\psi_q(s) = -L_q(s)\cdot\Delta i_q(s) \tag{3.85}$$

onde:

- s é a variável de Laplace;

- $G(s)$ é a função de transferência entre rotor e estator;

- $L_d(s)$ é a indutância operacional de eixo direto;

- $L_q(s)$ é a indutância operacional de eixo em quadratura.

Estas funções de transferência podem ser escritas como uma razão entre polinômios em *s*, de ordem igual ao número de circuitos do rotor no respectivo eixo. Estas funções de transferência podem ainda ser fatoradas, assumindo a seguinte forma:

$$L_d(s) = L_d \frac{\left(1+sT_d^{'}\right)\left(1+sT_d^{''}\right)}{\left(1+sT_{d0}^{'}\right)\left(1+sT_{d0}^{''}\right)} \tag{3.86}$$

$$L_q(s) = L_q \frac{\left(1+sT_q^{'}\right)\left(1+sT_q^{''}\right)}{\left(1+sT_{q0}^{'}\right)\left(1+sT_{q0}^{''}\right)} \tag{3.87}$$

$$G(s) = G_0 \frac{\left(1+sT_{kd}\right)}{\left(1+sT_{d0}^{'}\right)\left(1+sT_{d0}^{''}\right)} \tag{3.88}$$

onde:

$T_{d0}^{'}$: constante de tempo transitória de eixo direto em circuito aberto;

$T_{d0}^{''}$: constante de tempo subtransitória de eixo direto em circuito aberto;

$T_{q0}^{'}$: constante de tempo transitória de eixo em quadratura em circuito aberto;

$T_{q0}^{''}$: constante de tempo subtransitória de eixo em quadratura em circuito aberto;

$T_d^{'}$: constante de tempo transitória de eixo direto em curto-circuito;

$T_d^{''}$: constante de tempo subtransitória de eixo direto em curto-circuito;

$T_q^{'}$: constante de tempo transitória de eixo em quadratura em curto-circuito;

$T_q^{''}$: constante de tempo subtransitória de eixo em quadratura em curto-circuito;

L_d: indutância síncrona de eixo direto;

L_q: indutância síncrona de eixo em quadratura.

Estas constantes de tempo são determinadas diretamente a partir de ensaios de campo e são subdivididas de acordo com seus tempos de atuação ao longo de um período. Este

período se divide nos regimes *subtransitório*, *transitório* e *síncrono*. Os parâmetros *subtransitórios* são aqueles que influenciam as componentes mais rápidas, que duram apenas alguns ciclos. Já os parâmetros *transitórios* influenciam componentes que duram até alguns segundos. E, por fim, os parâmetros síncronos, que estão relacionados ao regime permanente da máquina. Os parâmetros operacionais podem ser calculados em função dos parâmetros básicos da máquina síncrona. O processo analítico de determinação destas constantes é bastante trabalhoso, sendo apresentado apenas o resultado final destes cálculos (DE MELLO, 1983a e 1983b):

$$T'_{d0} = \frac{1}{\omega_B}(T_1 + T_2) \qquad T'_d = \frac{1}{\omega_B}(T_4 + T_5) \qquad \text{[s]}$$

$$T''_{d0} = \frac{1}{\omega_B}\left(\frac{T_1 T_3}{T_1 + T_2}\right) \qquad T''_d = \frac{1}{\omega_B}\left(\frac{T_4 T_6}{T_4 + T_5}\right) \qquad \text{[s]} \tag{3.89}$$

$$G_0 = \frac{L_{ad}}{R_{fd}} \qquad T_{kd} = \frac{1}{\omega_B}\left(\frac{L_{kd}}{R_{kd}}\right) \qquad \text{[s]}$$

onde:

$$T_1 = \frac{L_{ad}}{R_{fd}} \qquad T_2 = \frac{L_{ad} + L_{kd}}{R_{kd}} \qquad T_3 = \frac{1}{R_{kd}}\left(L_{kd} + \frac{L_{ad} L_{fd}}{L_{ad} + L_{fd}}\right)$$

$$T_4 = \frac{1}{R_{fd}}\left(L_{fd} + \frac{L_{ad} L_l}{L_{ad} + L_l}\right) \qquad T_5 = \frac{1}{R_{kd}}\left(L_{kd} + \frac{L_{ad} L_l}{L_{ad} + L_l}\right) \tag{3.90}$$

$$T_6 = \frac{1}{R_{kd}}\left(L_{kd} + \frac{L_{ad} L_{fd} L_l}{L_{ad} L_l + L_{ad} L_{fd} + L_{fd} L_l}\right) \qquad L_{ad} = L_d - L_l$$

Para o eixo em quadratura expressões similares são obtidas, trocando-se o subscrito *d* por *q* e *fd* por *gq*. Nas expressões anteriores, todas as constantes de tempo são dadas em segundos e as indutâncias dadas em pu.

Além das constantes de tempo já mencionadas, os fabricantes fornecem ainda as chamadas indutâncias padrão. Estas indutâncias são fornecidas para os eixos *d* e *q* e representam o valor efetivo de $L_d(s)$ e $L_q(s)$ durante os períodos subtransitório, transitório e síncrono. Assim, podemos definir:

$$L_d^{'} \triangleq L_d\left(\frac{T_d^{'}}{T_{d0}^{'}}\right)$$ - indutância transitória de eixo direto

$$L_d^{''} \triangleq L_d\left(\frac{T_d^{'}T_d^{''}}{T_{d0}^{'}T_{d0}^{''}}\right)$$ - indutância subtransitória de eixo direto

$$L_q^{'} \triangleq L_q\left(\frac{T_q^{'}}{T_{q0}^{'}}\right)$$ - indutância transitória de eixo em quadratura

$$L_q^{''} \triangleq L_q\left(\frac{T_q^{'}T_q^{''}}{T_{q0}^{'}T_{q0}^{''}}\right)$$ - indutância subtransitória de eixo em quadratura

Este comportamento das indutâncias operacionais de eixo direto e em quadratura pode ser melhor observado analisando as curvas de resposta em freqüência de $L_d(s)$ e $L_q(s)$, ilustradas na Figura 3.2.

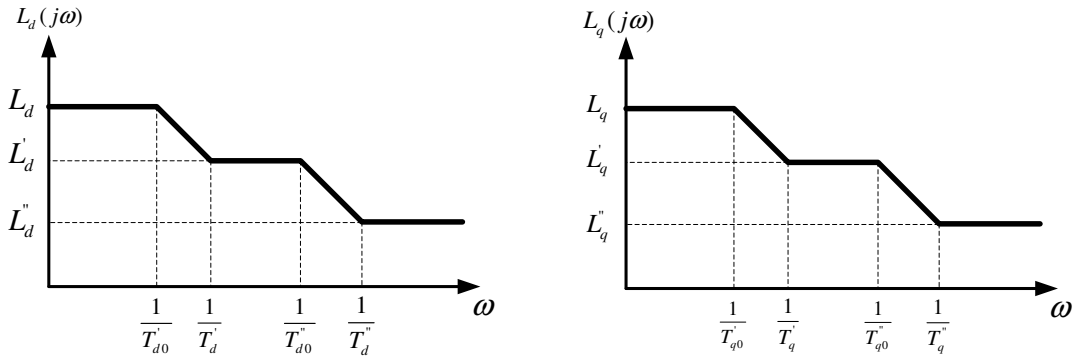


Figura 3.2 – Resposta em freqüência das indutâncias operacionais: (a) *$L_d(s)$*; (b) *$L_q(s)$*

3.10. Modelo da Máquina Síncrona para Estudos de Oscilações Subsíncronas

Uma vez definidos os parâmetros operacionais da máquina síncrona, é necessário reformular as equações que descrevem o seu comportamento em função destes parâmetros. Além disso, é prática comum definir novas variáveis representadas por tensões proporcionais aos fluxos nos enrolamentos do rotor. Estas variáveis são definidas a seguir (DE MELLO, 1983a):

$$E_d^{'} \triangleq \omega\left(\frac{L_{aq}}{L_{gq}}\right)\psi_{gq} \tag{3.91}$$

$$E_q^{'} \triangleq \omega\left(\frac{L_{ad}}{L_{fd}}\right)\psi_{fd} \tag{3.92}$$

Define-se também uma nova variável de estado para a tensão aplicada ao circuito de campo do rotor:

$$E_{fd} \triangleq \left(\frac{L_{ad}}{R_{fd}}\right)v_{fd} \tag{3.93}$$

Os fluxos subtransitórios de eixo direto e em quadratura são dados por:

$$\psi_d^{''} \triangleq -\psi_q - L_q^{''} i_q \tag{3.94}$$

$$\psi_q^{''} \triangleq \psi_d + L_d^{''} i_d \tag{3.95}$$

Para possibilitar a representação da variação dos parâmetros da máquina com a freqüência, são adotadas as variáveis definidas a seguir:

$$\begin{aligned} E_d^{'} &\triangleq \omega_B \cdot \psi_d^{'} & E_q^{'} &\triangleq \omega_B \cdot \psi_q^{'} \\ E_d^{''} &\triangleq \omega_B \cdot \psi_d^{''} & E_q^{''} &\triangleq \omega_B \cdot \psi_q^{''} \end{aligned} \tag{3.96}$$

Desta forma, o modelo pode ser dado em função das indutâncias das máquinas, obtidas dividindo-se as respectivas reatâncias pela velocidade síncrona:

$$\begin{aligned} x_d^{'} &\triangleq \omega_B \cdot L_d^{'} & x_q^{'} &\triangleq \omega_B \cdot L_q^{'} \\ x_d^{''} &\triangleq \omega_B \cdot L_d^{''} & x_q^{''} &\triangleq \omega_B \cdot L_q^{''} \end{aligned} \tag{3.97}$$

onde:

$E_d^{'}$, $E_q^{'}$, $E_d^{''}$, e $E_q^{''}$ - tensões transitórias e subtransitórias de eixo direto e em quadratura;

$\psi_d^{'}$, $\psi_q^{'}$, $\psi_d^{''}$, e $\psi_q^{''}$ - fluxos transitórios e subtransitórios de eixo direto e em quadratura;

x_d, x_q, $x_d^{'}$, $x_q^{'}$, $x_d^{''}$, e $x_q^{''}$ - reatâncias síncronas, transitórias e subtransitórias de eixo direto e em quadratura;

Após uma série de manipulações algébricas e desprezando-se a saliência subtransitória ($x_d^{''} \approx x_q^{''}$), obtém-se o seguinte conjunto de equações diferenciais para o rotor:

$$\frac{d\psi_d^{'}}{dt} = -\frac{1}{T_{q0}^{'}}\left(\frac{L_q - L_l}{L_q^{'} - L_l}\right)\psi_d^{'} + \frac{1}{T_{q0}^{'}}\left(\frac{L_q - L_q^{'}}{L_q^{'} - L_l}\right)\psi_d^{''} - \left[\frac{1}{T_{q0}^{'}}\frac{\left(L_q - L_q^{'}\right)\left(L_q^{''} - L_l\right)}{L_q^{'} - L_l}\right] i_q \tag{3.98}$$

$$\frac{d\psi_q^{'}}{dt} = -\frac{1}{T_{d0}^{'}}\left(\frac{L_d - L_l}{L_d^{'} - L_l}\right)\psi_q^{'} + \frac{1}{T_{d0}^{'}}\left(\frac{L_d - L_d^{'}}{L_d^{'} - L_l}\right)\psi_q^{''} + \frac{1}{T_{d0}^{'}}E_{fd} - \left[\frac{1}{T_{d0}^{'}}\frac{\left(L_d - L_d^{'}\right)\left(L_d^{''} - L_l\right)}{L_d^{'} - L_l}\right] i_d \tag{3.99}$$

$$\frac{d\psi_d^{''}}{dt} = \left[\frac{1}{T_{q0}^{''}} - \frac{1}{T_{q0}^{'}}\left(\frac{L_q - L_l}{L_q^{'} - L_l}\right)\left(\frac{L_q^{''} - L_l}{L_q^{'} - L_l}\right)\right]\psi_d^{'} + \left[\frac{1}{T_{q0}^{'}}\left(\frac{L_q - L_q^{'}}{L_q^{'} - L_l}\right)\left(\frac{L_q^{''} - L_l}{L_q^{'} - L_l}\right) - \frac{1}{T_{q0}^{''}}\right]\psi_d^{''} + \left[\frac{\left(L_q^{'} - L_q^{''}\right)}{T_{q0}^{''}} + \frac{\left(L_q - L_q^{'}\right)\left(L_q^{''} - L_l\right)^2}{T_{q0}^{'}\left(L_q^{'} - L_l\right)^2}\right] i_q \tag{3.100}$$

$$\frac{d\psi_q^{''}}{dt} = \left[\frac{1}{T_{d0}^{''}} - \frac{1}{T_{d0}^{'}}\left(\frac{L_d - L_l}{L_d^{'} - L_l}\right)\left(\frac{L_d^{''} - L_l}{L_d^{'} - L_l}\right)\right]\psi_q^{'} + \left[\frac{1}{T_{d0}^{'}}\left(\frac{L_d - L_d^{'}}{L_d^{'} - L_l}\right)\left(\frac{L_d^{''} - L_l}{L_d^{'} - L_l}\right) - \frac{1}{T_{d0}^{''}}\right]\psi_q^{''} + \frac{1}{T_{d0}^{'}}\left(\frac{L_d^{''} - L_l}{L_d^{'} - L_l}\right)E_{fd} - \left[\frac{\left(L_d^{'} - L_d^{''}\right)}{T_{d0}^{''}} + \frac{\left(L_d - L_d^{'}\right)\left(L_d^{''} - L_l\right)^2}{T_{d0}^{'}\left(L_d^{'} - L_l\right)^2}\right] i_d \tag{3.101}$$

Estas equações em conjunto com a equação de oscilação e com as equações elétricas do estator, reescritas a seguir, descrevem o modelo geral da máquina síncrona utilizado em programas de análise de oscilações subsíncronas.

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2H}\left[T_m - \left(\psi_d i_q - \psi_q i_d\right) - D\left(\omega - \omega_0\right)\right] \qquad \text{[pu]} \tag{3.102}$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_B\left(\omega - \omega_0\right) \qquad \text{[rad]} \tag{3.103}$$

$$\frac{d\psi_d}{dt} = -\omega_B R i_d - \omega_B v_d - \omega_B \omega \psi_q \qquad \text{[pu]} \tag{3.104}$$

$$\frac{d\psi_q}{dt} = -\omega_B R i_q - \omega_B v_q + \omega_B \omega \psi_d \qquad \text{[pu]} \tag{3.105}$$

3.11. Interface das Equações da Máquina com a Rede Elétrica

Em geral, os sistemas de potência são compostos por diversos geradores interconectados por um sistema de transmissão, ou seja, são multimáquinas. Nestes casos, é conveniente representá-los em relação a uma referência girante comum que, posteriormente, será estendida às equações da rede elétrica. Cada gerador do sistema é

modelado em sua própria referência nas variáveis de Park e então referido a este sistema de coordenadas comum. Para isso, define-se a matriz de transformação Γ_i, que projeta as grandezas do *i*-ésimo gerador dadas no seu próprio referencial *dq0* no sistema de coordenadas do sistema. Este procedimento pode ser visualizado na Figura 3.3. As quantidades de seqüência zero não são alteradas com a transformação, uma vez que são completamente desacopladas. A matriz Γ_i é definida como:

$$\mathbf{\Gamma}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \operatorname{sen}\delta_i & \cos\delta_i \\ 0 & -\cos\delta_i & \operatorname{sen}\delta_i \end{bmatrix} \tag{3.106}$$

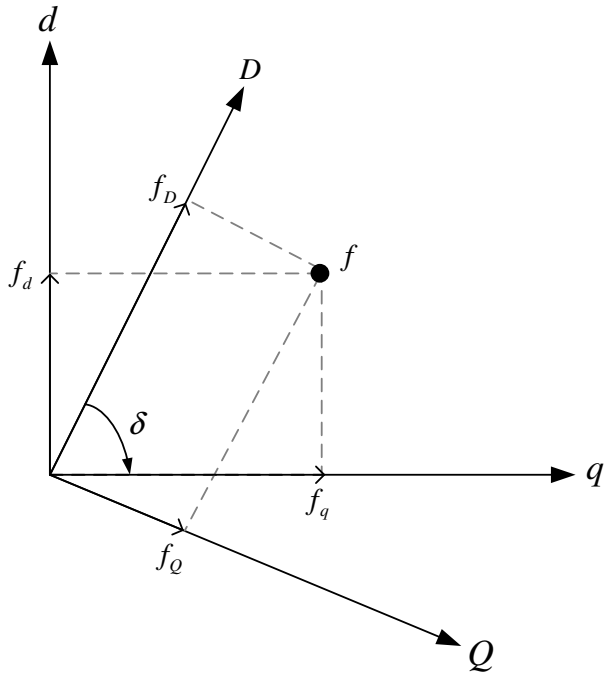


Figura 3.3 – Transformação de coordenadas do referencial *dq0* para o referencial do sistema relativo ao gerador *i*

A transformação inversa é dada por:

$$\mathbf{\Gamma}_i^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \operatorname{sen}\delta_i & -\cos\delta_i \\ 0 & \cos\delta_i & \operatorname{sen}\delta_i \end{bmatrix} \tag{3.107}$$

No Capítulo 5 será introduzida a formulação para as equações da rede elétrica. Será mostrado que cada gerador é visto pelo sistema como uma fonte de corrente. Assim sendo, para possibilitar a representação de um gerador em um sistema multimáquinas, é

suficiente projetar as correntes i_d e i_q no referencial do sistema. Considerando operação equilibrada ($i_{0i} = 0$), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} i_{D_i} \\ i_{Q_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{sen}\delta_i & \cos\delta_i \\ -\cos\delta_i & \operatorname{sen}\delta_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{di} \\ i_{qi} \end{bmatrix} \tag{3.108}$$

Por fim, as tensões v_{di} e v_{qi}, referidas ao sistema de eixos do gerador *i*, podem ser substituídas pelas componentes da tensão terminal da máquina no referencial do sistema, v_{D_i} e v_{Q_i}. Ou seja:

$$\begin{bmatrix} v_{di} \\ v_{qi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{sen}\delta_i & -\cos\delta_i \\ \cos\delta_i & \operatorname{sen}\delta_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{D_i} \\ v_{Q_i} \end{bmatrix} \tag{3.109}$$

$$v_{di} = v_{D_i} \operatorname{sen}\delta - v_{Q_i} \cos\delta \tag{3.110}$$

$$v_{qi} = v_{D_i} \cos\delta + v_{Q_i} \operatorname{sen}\delta \tag{3.111}$$

Com isso, as equações dos fluxos do estator (3.104) e (3.105) passam a ser dadas por:

$$\frac{d\psi_d}{dt} = -\omega_B R i_d - \omega_B v_{D_i} \operatorname{sen}\delta + \omega_B v_{Q_i} \cos\delta - \omega_B \omega \psi_q \qquad \text{[pu]} \tag{3.112}$$

$$\frac{d\psi_q}{dt} = -\omega_B R i_q - \omega_B v_{D_i} \cos\delta - \omega_B v_{Q_i} \operatorname{sen}\delta + \omega_B \omega \psi_d \qquad \text{[pu]} \tag{3.113}$$

3.12. Linearização das Equações do Sistema Multimáquinas

O cálculo de autovalores e a aplicação de técnicas de análise e controle linear requerem a adoção de um modelo linear para o sistema. Por isso, as equações da máquina síncrona desenvolvidas até o momento devem se linearizadas em torno de um ponto de operação. Este ponto de operação é determinado a partir de um caso de fluxo de potência. Detalhes sobre as técnicas de linearização e aplicação das ferramentas de análise linear são apresentados no Capítulo 7.

Procedendo com a linearização das equações do rotor, (3.98) a (3.101), obtém-se a relação a seguir:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\psi}_q^{''} \\ \Delta\dot{\psi}_d^{''} \\ \Delta\dot{\psi}_q^{'} \\ \Delta\dot{\psi}_d^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1-1} & 0 & a_{1-3} & 0 \\ 0 & a_{2-2} & 0 & a_{2-4} \\ a_{3-1} & 0 & a_{3-3} & 0 \\ 0 & a_{4-2} & 0 & a_{4-4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\psi_q^{''} \\ \Delta\psi_d^{''} \\ \Delta\psi_q^{'} \\ \Delta\psi_d^{'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{1-11} \\ 0 \\ a_{3-11} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \left[\Delta E_{fd} \right] + \begin{bmatrix} a_{1-9} & 0 \\ 0 & a_{2-10} \\ a_{3-9} & 0 \\ 0 & a_{4-10} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_d \\ \Delta i_q \end{bmatrix} \qquad (3.114)$$

onde:

$$a_{1-1} = \frac{1}{T_{d0}^{'}} \left(\frac{L_d - L_d^{'}}{L_d^{'} - L_l} \right) \left(\frac{L_d^{''} - L_l}{L_d^{'} - L_l} \right) - \frac{1}{T_{d0}^{''}} \qquad a_{1-3} = \frac{1}{T_{d0}^{''}} - \frac{1}{T_{d0}^{'}} \left(\frac{L_d - L_l}{L_d^{'} - L_l} \right) \left(\frac{L_d^{''} - L_l}{L_d^{'} - L_l} \right)$$

$$a_{2-2} = \frac{1}{T_{q0}^{'}} \left(\frac{L_q - L_q^{'}}{L_q^{'} - L_l} \right) \left(\frac{L_q^{''} - L_l}{L_q^{'} - L_l} \right) - \frac{1}{T_{q0}^{''}} \qquad a_{2-4} = \frac{1}{T_{q0}^{''}} - \frac{1}{T_{q0}^{'}} \left(\frac{L_q - L_l}{L_q^{'} - L_l} \right) \left(\frac{L_q^{''} - L_l}{L_q^{'} - L_l} \right)$$

$$a_{3-1} = \frac{1}{T_{d0}^{'}} \left(\frac{L_d - L_d^{'}}{L_d^{'} - L_l} \right) \qquad a_{3-3} = -\frac{1}{T_{d0}^{'}} \left(\frac{L_d - L_l}{L_d^{'} - L_l} \right)$$

$$a_{4-2} = \frac{1}{T_{q0}^{'}} \left(\frac{L_q - L_q^{'}}{L_q^{'} - L_l} \right) \qquad a_{4-4} = -\frac{1}{T_{q0}^{'}} \left(\frac{L_q - L_l}{L_q^{'} - L_l} \right)$$

$$a_{1-11} = \frac{1}{T_{d0}^{'}} \left(\frac{L_d^{''} - L_l}{L_d^{'} - L_l} \right) \qquad a_{3-11} = \frac{1}{T_{d0}^{'}}$$

$$a_{1-9} = -\left[\frac{\left(L_d^{'} - L_d^{''} \right)}{T_{d0}^{''}} + \frac{\left(L_d - L_d^{'} \right) \left(L_d^{''} - L_l \right)^2}{T_{d0}^{'} \left(L_d^{'} - L_l \right)^2} \right] \qquad a_{2-10} = \frac{\left(L_q^{'} - L_q^{''} \right)}{T_{q0}^{''}} + \frac{\left(L_q - L_q^{'} \right) \left(L_q^{''} - L_l \right)^2}{T_{q0}^{'} \left(L_q^{'} - L_l \right)^2}$$

$$a_{3-9} = -\frac{1}{T_{d0}^{'}} \frac{\left(L_d - L_d^{'} \right) \left(L_d^{''} - L_l \right)}{L_d^{'} - L_l} \qquad a_{4-10} = -\frac{1}{T_{q0}^{'}} \frac{\left(L_q - L_q^{'} \right) \left(L_q^{''} - L_l \right)}{L_q^{'} - L_l}$$

Linearizando as equações referentes aos fluxos do estator, tem-se:

$$\Delta\dot{\psi}_d = \omega_B \omega_0 \Delta\psi_q + \omega_B \psi_{q0} \Delta\omega + \omega_B \Delta v_d + \omega_B r \Delta i_d \qquad (3.115)$$

$$\Delta\dot{\psi}_q = -\omega_B \omega_0 \Delta\psi_d - \omega_B \psi_{d0} \Delta\omega + \omega_B \Delta v_q + \omega_B r \Delta i_q \qquad (3.116)$$

As grandezas com subscrito *0* referem-se aos valores iniciais das respectivas variáveis. Por outro lado, as tensões v_d e v_q estão referenciadas ao sistema de eixos coordenados da máquina (*dq*). Estas tensões não foram adotadas como variáveis algébricas, e sim as

tensões v_D e v_Q, que representam a tensão terminal da máquina no referencial do sistema. Estas tensões são relacionadas pela transformação de coordenadas Γ, dada a seguir:

$$v_d = v_D sen\delta - v_Q \cos\delta \tag{3.117}$$

$$v_q = v_D \cos\delta + v_Q sen\delta \tag{3.118}$$

Linearizando estas relações:

$$\Delta v_d = \left(v_{D0}\cos\delta_0 + v_{Q0} sen\delta_0\right)\Delta\delta + sen\delta_0 \Delta v_D - \cos\delta_0 \Delta v_Q \tag{3.119}$$

$$\Delta v_q = \left(v_{Q0}\cos\delta_0 - v_{D0} sen\delta_0\right)\Delta\delta + \cos\delta_0 \Delta v_D + sen\delta_0 \Delta v_Q \tag{3.120}$$

Substituindo (3.119) e (3.120) em (3.115) e (3.116), respectivamente, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\psi}_d \\ \Delta\dot{\psi}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_{5-6} \\ a_{6-5} & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \Delta\psi_d \\ \Delta\psi_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{5-7} & a_{5-8} & a_{5-9} & 0 & a_{5-12} & a_{5-13} \\ a_{6-7} & a_{6-8} & 0 & a_{6-10} & a_{6-12} & a_{6-13} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \Delta\omega \\ \Delta\delta \\ \Delta i_d \\ \Delta i_q \\ v_D \\ v_Q \end{bmatrix} \tag{3.121}$$

onde:

$a_{5-6} = \omega_B \omega_0$ $\qquad$ $a_{6-5} = -\omega_B \omega_0$

$a_{5-7} = \omega_B \psi_{q0}$ $\qquad$ $a_{5-8} = \omega_B \left(v_{D0}\cos\delta_0 + v_{Q0} sen\delta_0\right)$ $\qquad$ $a_{5-9} = \omega_B r$

$a_{5-12} = \omega_B sen\delta_0$ $\qquad$ $a_{5-13} = -\omega_B \cos\delta_0$

$a_{6-7} = -\omega_B \psi_{d0}$ $\qquad$ $a_{6-8} = \omega_B \left(v_{Q0}\cos\delta_0 - v_{D0} sen\delta_0\right)$ $\qquad$ $a_{6-10} = \omega_B r$

$a_{6-12} = \omega_B \cos\delta_0$ $\qquad$ $a_{6-13} = \omega_B sen\delta_0$

Linearizando as equações (3.94) e (3.95), que relacionam os fluxos subtransitórios e as correntes de eixo direto e em quadratura, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{9-1} & 0 & 0 & a_{9-4} \\ 0 & a_{10-2} & a_{10-3} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\psi_q'' \\ \Delta\psi_d'' \\ \Delta\psi_q \\ \Delta\psi_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{9-9} & 0 \\ 0 & a_{10-10} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_d \\ \Delta i_q \end{bmatrix} \tag{3.122}$$

onde:

$$a_{9-1} = -1 \qquad a_{9-4} = 1 \qquad a_{10-2} = 1 \qquad a_{10-3} = 1$$

$$a_{9-9} = L_d'' \qquad a_{10-10} = L_q''$$

O torque eletromagnético desenvolvido pela máquina síncrona é dado por:

$$T_e = \psi_d i_q - \psi_q i_d \tag{3.123}$$

Linearizando esta relação, obtém-se:

$$\Delta T_e = i_{q0}\Delta\psi_d - i_{d0}\Delta\psi_q + \psi_{d0}\Delta i_q - \psi_{q0}\Delta i_d \tag{3.124}$$

Substituindo esta expressão na equação de oscilação linearizada (3.125):

$$\frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{1}{2H}\left[\Delta T_m - \Delta T_e - D\Delta\omega\right] \qquad \text{[pu]} \tag{3.125}$$

$$\frac{d\Delta\delta}{dt} = \omega_B \Delta\omega \qquad \text{[rad]} \tag{3.126}$$

Obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega} \\ \Delta\dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{7-5} & a_{7-6} & a_{7-7} & 0 \\ 0 & 0 & a_{8-7} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\psi_d \\ \Delta\psi_q \\ \Delta\omega \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{7-9} & a_{7-10} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_d \\ \Delta i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{7-1} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \left[\Delta T_m\right] \tag{3.127}$$

onde:

$$a_{7-5} = -\frac{i_{q0}}{2H} \qquad a_{7-6} = \frac{i_{d0}}{2H} \qquad a_{7-7} = -\frac{D}{2H} \qquad a_{8-7} = \omega_B$$

$$a_{7-9} = \frac{\psi_{q0}}{2H} \qquad a_{7-10} = -\frac{\psi_{d0}}{2H} \qquad b_{7-1} = \frac{1}{2H}$$

Estas equações podem ser colocadas sob a forma padrão de sistemas descritores (ver Capítulo 7), resultando no sistema de equações (3.128):

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\psi}_q'' \\ \Delta\dot{\psi}_d'' \\ \Delta\dot{\psi}_q' \\ \Delta\dot{\psi}_d' \\ \Delta\dot{\psi}_d \\ \Delta\dot{\psi}_q \\ \Delta\dot{\omega} \\ \Delta\dot{\delta} \\ \cdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1-1} & 0 & a_{1-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & a_{1-9} & 0 \\ 0 & a_{2-2} & 0 & a_{2-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & a_{2-10} \\ a_{3-1} & 0 & a_{3-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & a_{3-9} & 0 \\ 0 & a_{4-2} & 0 & a_{4-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & a_{4-10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{5-6} & a_{5-7} & a_{5-8} & \vdots & a_{5-9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{6-5} & a_{6-6} & a_{6-7} & a_{6-8} & \vdots & 0 & a_{6-10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{7-5} & a_{7-6} & a_{7-7} & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{8-7} & 0 & \vdots & a_{7-9} & a_{7-10} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{9-1} & 0 & 0 & 0 & a_{9-5} & 0 & 0 & 0 & \vdots & a_{9-9} & 0 \\ 0 & a_{10-2} & 0 & 0 & 0 & a_{10-6} & 0 & 0 & \vdots & 0 & a_{10-10} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\psi_q' \\ \Delta\psi_d' \\ \Delta\psi_q' \\ \Delta\psi_d' \\ \Delta\psi_d \\ \Delta\psi_q \\ \Delta\omega \\ \Delta\delta \\ \cdots \\ \Delta i_d \\ \Delta i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{1-11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ a_{3-11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{5-12} & a_{5-13} \\ 0 & a_{6-12} & a_{6-13} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta E_{fd}' \\ \Delta v_D \\ \Delta v_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_{7-1} \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [\Delta T_m] \qquad (3.128)$$

onde as expressões para o cálculo dos elementos das matrizes foram apresentadas nos passos anteriores.

Capítulo 4 Eixo Turbina-Gerador

4.1. Introdução

Diferentemente dos geradores hidráulicos, o rotor de um gerador termelétrico consiste em uma estrutura mecânica complexa, constituída de diversas massas girantes (rotores da turbina, do gerador e da excitatriz) de diferentes tamanhos, conectadas através de longos eixos com acoplamentos não-rígidos. A análise exata do comportamento oscilatório do eixo turbina-gerador requer a utilização de modelos a parâmetros distribuídos, a partir de equações diferenciais parciais. No entanto, para o estudo de interações torcionais este tipo de abordagem geralmente não é necessária, podendo ser utilizados modelos a parâmetros concentrados (RAMEY et al., 1980a). Nesta representação, cada elemento principal do rotor é representado por uma massa rígida conectada a elementos adjacentes através de eixos com características elásticas bem definidas. Isto equivale a representar o eixo turbina-gerador como um simples sistema massa-mola-amortecedor. Apesar de simplificado, este modelo representa com boa precisão as oscilações torcionais originadas no eixo do gerador quando o mesmo é submetido a torques oscilantes em freqüências na faixa subsíncrona.

A adoção de uma representação multimassa para o eixo turbina-gerador resulta em tantas freqüências naturais de oscilação quanto forem as seções do eixo. Estes modos torcionais apresentam amortecimento efetivamente baixo, mesmo quando a interação com a rede elétrica é desprezada. Os torques de amortecimento têm origem principalmente nos seguintes fatores (PADIYAR, 1999):

- Pressão do vapor nas pás da turbina;
- Atrito com o ar, com o fluido de trabalho e nos mancais dos eixos;
- Perdas por histerese mecânica no eixo;
- Amortecimento elétrico devido ao gerador, excitatriz e sistema de transmissão.

O primeiro fator apresenta forte dependência com o carregamento da unidade geradora, enquanto que o último pode ser negativo. As perdas por histerese são devidas à dissipação de energia no eixo, uma vez que este é submetido a esforços torcionais

alternados. O modelo utilizado nessa dissertação considera que todas as fontes de amortecimento são representadas por torques proporcionais às variações de velocidade das massas.

4.2. Turbinas Térmicas a Vapor

A energia obtida da queima de carvão, óleo, gás, ou por fissão nuclear, é utilizada para produzir vapor à alta pressão e temperatura na caldeira (*"boiler"*). Uma turbina térmica a vapor converte a energia armazenada no vapor em energia mecânica, acionando o eixo que a acopla ao gerador. O gerador, por sua vez, produz energia elétrica, alimentando o sistema de potência.

Existem diversos tipos e configurações de turbinas térmicas a vapor. Normalmente estas turbinas são divididas em dois ou mais estágios, que podem ser ligados a um ou dois eixos. Cada um destes estágios, por sua vez, consiste de um certo número de partes móveis, conectadas ao rotor, e de partes fixas. O vapor superaquecido à alta pressão proveniente da caldeira entra nas partes fixas e é acelerado, ganhando energia cinética à medida que se expande para pressões mais baixas. O fluxo de vapor é então direcionado para as partes móveis da turbina, exercendo uma força tangencial, a qual produz um conjugado no eixo. Devido ao deslocamento axial do vapor pelo eixo da turbina, tem-se que a sua pressão é reduzida e seu volume aumentado. Desta forma as pás das turbinas devem aumentar de tamanho, da entrada para a parte de exaustão de vapor, com o intuito de acomodar a referida variação, melhorando seu rendimento. A divisão da turbina em estágios possibilita o reaquecimento do vapor, elevando sua entalpia e conseqüentemente aumentando a eficiência do ciclo.

4.3. Turbinas Térmicas a Gás

As turbinas a gás, diferentemente das turbinas a vapor, não necessitam de um fluido intermediário de trabalho. A energia térmica do combustível é convertida em energia mecânica no eixo da turbina, através dos gases quentes que deixam a câmara de combustão.

A Figura 4.1 ilustra um exemplo típico de turbina a gás operando em ciclo aberto (LORA e NASCIMENTO, 2004).

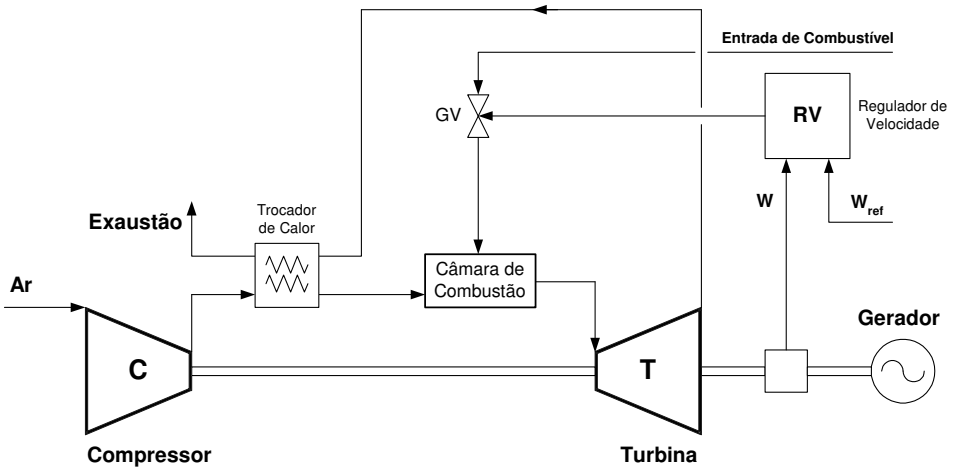


Figura 4.1 – Turbina a gás operando em ciclo aberto

Observa-se que a turbina a gás é composta por um compressor, uma câmara de combustão e a turbina propriamente dita. O combustível é fornecido à câmara de combustão através de válvulas que são controladas com base na velocidade angular do eixo (controle de velocidade), na temperatura de exaustão da turbina (controle de temperatura) e na aceleração do eixo (controle de aceleração). Na câmara de combustão o combustível é queimado na presença do ar suprido pelo compressor. A mistura dos produtos da combustão com o ar quente comprimido é direcionada para a turbina, onde se expande e transfere energia para o eixo, que aciona o gerador elétrico. Na Figura 4.1 pode ser observada, ainda, a existência de um trocador de calor (regenerador), que tem por finalidade aproveitar os gases quentes provenientes da saída da turbina para aquecer o ar que sai do compressor em direção à câmara de combustão.

4.4. Fundamentos Básicos

O sistema mecânico referente ao eixo turbina-gerador pode ser representado pelo sistema massa-mola-amortecedor ilustrado na Figura 4.2 (ANDERSON et al., 1990). Este sistema é formado por um conjunto de massas rotativas conectadas entre si através de eixos com características elásticas definidas a partir de constantes elásticas e de amortecimento.

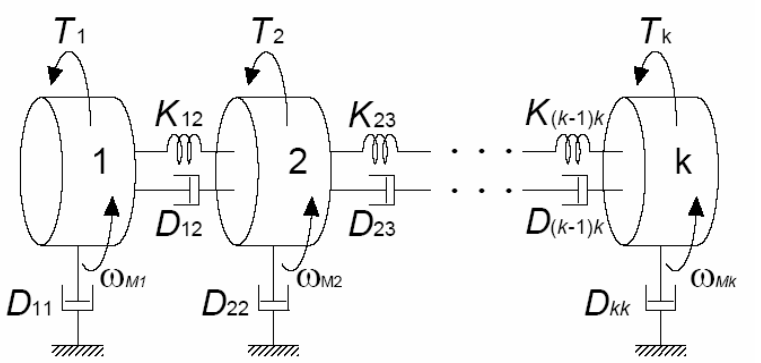


Figura 4.2 – Representação a parâmetros concentrados do eixo turbina-gerador

Uma vez que os estudos de interação torcional consideram pequenas perturbações em torno de um ponto de equilíbrio, o material do eixo do gerador é estressado dentro de seu limite elástico e relações lineares podem ser escritas.

As molas entre as seções caracterizam a elasticidade do eixo e são representadas pelas constantes elásticas K_{ij}, conforme estabelecido pela Lei de Hook. As constantes de amortecimento D_{ii} representam as forças de atrito atuantes nos mancais dos eixos e nas pás das turbinas. Por outro lado, o amortecimento introduzido pela histerese mecânica do eixo entre as seções *i* e *j* é representado pela constante de amortecimento D_{ij}. Cada seção do eixo possui um momento de inércia dado pela constante J_i e está submetida à aplicação de um torque acelerante representado por T_i. Estes torques podem ser de origem mecânica (para as seções que representam a turbina) ou elétrica (para a seção referente ao gerador).

De acordo com a segunda Lei de Newton para corpos em movimento rotacional, a seguinte relação pode ser escrita para uma seção *i* do eixo:

$$J_i \frac{d^2\theta_{Mi}}{dt^2} = T_i - K_{i(i-1)}\left(\theta_{Mi} - \theta_{Mi-1}\right) - K_{i(i+1)}\left(\theta_{Mi} - \theta_{Mi+1}\right) - \\ -D_{i(i-1)}\left(\omega_{Mi} - \omega_{Mi-1}\right) - D_{i(i+1)}\left(\omega_{Mi} - \omega_{Mi+1}\right) - D_{ii}\omega_{Mi} \qquad \text{[N.m]} \tag{4.1}$$

onde ω_{Mi} representa a velocidade angular mecânica da *i*-ésima seção e θ_{Mi} seu deslocamento angular em relação a uma referência com rotação constante e igual à nominal do eixo (ω_{MB}). Desta forma, pode-se escrever:

$$\frac{d\theta_{Mi}}{dt} = \omega_{Mi} - \omega_{MB} \qquad \text{[rad/s]} \tag{4.2}$$

Reordenando a equação (4.1), obtém-se:

$$\begin{aligned} J_i \frac{d^2\theta_{Mi}}{dt^2} &= T_i + K_{i(i-1)}\theta_{Mi-1} - \left(K_{i(i-1)} + K_{i(i+1)}\right)\theta_{Mi} + K_{i(i+1)}\theta_{Mi+1} + \\ &+ D_{i(i-1)}\omega_{Mi-1} - \left(D_{i(i-1)} + D_{ii} + D_{i(i+1)}\right)\omega_{Mi} + D_{i(i+1)}\omega_{Mi+1} \qquad \text{[N.m]} \end{aligned} \tag{4.3}$$

4.5. Normalização das Equações do Sistema Mecânico

O desenvolvimento de um sistema *por unidade* para o eixo turbina-gerador requer a utilização de grandezas base compatíveis com as escolhidas para a normalização do gerador (IEEE, 1985b). É importante ressaltar que as velocidades angulares ω_{Mi} são grandezas mecânicas referentes ao rotor da máquina e, portanto, deve-se considerar uma base de rotação do rotor, denotada por ω_{MB}.

Desta forma, o torque base é dado por:

$$T_B = \frac{S_{3\phi B}}{\omega_{MB}} \qquad \text{[N.m]} \tag{4.4}$$

Dividindo a equação (4.3) por T_B, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{J_i}{T_B}\frac{d^2\theta_{Mi}}{dt^2} &= \frac{T_i}{T_B} + \frac{1}{T_B}\left[K_{i(i-1)}\theta_{Mi-1} - \left(K_{i(i-1)} + K_{i(i+1)}\right)\theta_{Mi} + K_{i(i+1)}\theta_{Mi+1}\right] + \\ &+ \frac{\omega_{MB}}{T_B}\left[D_{i(i-1)}\omega_{Mi-1}^{pu} - \left(D_{i(i-1)} + D_{ii} + D_{i(i+1)}\right)\omega_{Mi}^{pu} + D_{i(i+1)}\omega_{Mi+1}^{pu}\right] \qquad \text{[pu]} \end{aligned} \tag{4.5}$$

onde foi considerada a relação $\omega_{Mi} = \omega_{Mi}^{pu} \cdot \omega_{MB}$.

Define-se a constante H_i como a razão entre a energia cinética da massa *i* à velocidade nominal ω_{MB} e a potência trifásica do gerador. Ou seja:

$$H_i = \frac{E_c}{S_{3\phi B}} = \frac{1}{2}\frac{J_i \omega_{MB}^2}{S_{3\phi B}} = \frac{1}{2}\frac{J_i \omega_{MB}}{T_B} \qquad \text{[s]} \tag{4.6}$$

Definem-se também as grandezas base para as constantes elásticas e de amortecimento, dadas por:

$$K_B = T_B = \frac{S_{3\phi B}}{\omega_{MB}} \qquad \text{[N.m]} \tag{4.7}$$

$$D_B = \frac{T_B}{\omega_{MB}} = \frac{S_{3\phi B}}{\omega_{MB}^2} \qquad \text{[N.m.s]} \tag{4.8}$$

Substituindo as relações (4.6), (4.7) e (4.8) na equação (4.5), e suprimindo o índice *pu* para as grandezas por unidade, pode-se escrever para a *i*-ésima seção do eixo:

$$\begin{aligned} &\frac{2H_i}{\omega_{MB}}\frac{d^2\theta_{Mi}}{dt^2} = T_i + K_{i(i-1)}\theta_{Mi-1} - \left(K_{i(i-1)} + K_{i(i+1)}\right)\theta_{Mi} + K_{i(i+1)}\theta_{Mi+1} + \\ &+ D_{i(i-1)}\omega_{Mi-1} - \left(D_{i(i-1)} + D_{ii} + D_{i(i+1)}\right)\omega_{Mi} + D_{i(i+1)}\omega_{Mi+1} \qquad \text{[pu]} \end{aligned} \tag{4.9}$$

Na equação (4.9), K_i, D_{ij}, T_i e ω_{Mi} são dados em *pu* nas bases da máquina síncrona, H_i é dado em *segundos* e θ_{Mi} é dado em *radianos*.

Supondo um eixo turbina-gerador constituído por *n* massas, são escritas *n* equações diferenciais como a equação (4.9). Estas equações podem ser escritas matricialmente como se segue:

$$\frac{2}{\omega_{MB}}\mathbf{H}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_M + \mathbf{D}\boldsymbol{\omega}_M + \mathbf{K}\boldsymbol{\theta}_M = \mathbf{T} \qquad \text{[pu]} \tag{4.10}$$

onde:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_1 & & & \\ & H_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & H_n \end{bmatrix} \qquad \text{[s]} \tag{4.11}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n} K_{1j} & -K_{12} & \cdots & -K_{1n} \\ -K_{21} & \sum_{j=1}^{n} K_{2j} & \cdots & -K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -K_{n1} & -K_{n2} & \cdots & \sum_{j=1}^{n} K_{nj} \end{bmatrix} \quad \text{[pu/rad]} \tag{4.12}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n} D_{1j} & -D_{12} & \cdots & -D_{1n} \\ -D_{21} & \sum_{j=1}^{n} D_{2j} & \cdots & -D_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -D_{n1} & -D_{n2} & \cdots & \sum_{j=1}^{n} D_{nj} \end{bmatrix} \quad \text{[pu/pu]} \tag{4.13}$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & \cdots & T_n \end{bmatrix}^t \quad \text{[pu]} \tag{4.14}$$

$$\boldsymbol{\theta}_M = \begin{bmatrix} \theta_{M1} & \theta_{M2} & \cdots & \theta_{Mn} \end{bmatrix}^t \quad \text{[rad]} \tag{4.15}$$

$$\boldsymbol{\omega}_M = \begin{bmatrix} \omega_{M1} & \omega_{M2} & \cdots & \omega_{Mn} \end{bmatrix}^t \quad \text{[pu]} \tag{4.16}$$

Mas:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_{M1} \\ \dot{\theta}_{M2} \\ \vdots \\ \dot{\theta}_{Mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{M1} \\ \omega_{M2} \\ \vdots \\ \omega_{Mn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{[pu]} \tag{4.17}$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_M = \boldsymbol{\omega}_M - \mathbf{U} \quad \text{[pu]} \tag{4.18}$$

sendo:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{1xn}^t$$

Desta forma, pode-se escrever a equação (4.10) apenas em função dos deslocamentos angulares:

$$\frac{2}{\omega_{MB}}\mathbf{H}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_M + \frac{1}{\omega_{MB}}\mathbf{D}\dot{\boldsymbol{\theta}}_M + \mathbf{K}\boldsymbol{\theta}_M = \mathbf{T} - \mathbf{D}\cdot\mathbf{U} \qquad \text{[pu]} \tag{4.19}$$

A equação (4.19) apresenta uma característica linear, a qual permite considerar variações em torno do ponto de equilíbrio sem perda de generalidade. Ou seja:

$$\frac{2}{\omega_{MB}}\mathbf{H}\Delta\ddot{\boldsymbol{\theta}}_M + \frac{1}{\omega_{MB}}\mathbf{D}\Delta\dot{\boldsymbol{\theta}}_M + \mathbf{K}\Delta\boldsymbol{\theta}_M = \Delta\mathbf{T} \qquad \text{[pu]} \tag{4.20}$$

onde:

$\Delta\boldsymbol{\theta}_M = \boldsymbol{\theta}_M - \boldsymbol{\theta}_{M0}$ [rad]

$\Delta\boldsymbol{\omega}_M = \boldsymbol{\omega}_M - \mathbf{U}$ [pu]

$\Delta\mathbf{T} = \mathbf{T} - \mathbf{T}_0$ [pu]

Designando as velocidades ($\Delta\boldsymbol{\omega}_M$) e deslocamentos angulares ($\Delta\boldsymbol{\theta}_M$) como variáveis de estado, é possível escrever a equação (4.20) como um conjunto de *2n* equações diferenciais ordinárias utilizando a representação padrão no espaço de estados, dada a seguir:

$$\Delta\dot{\mathbf{x}}_M = \mathbf{A}_M\Delta\mathbf{x}_M + \mathbf{B}_M\mathbf{u}_M \tag{4.21}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_{MB}}\Delta\dot{\boldsymbol{\theta}}_M \\ \Delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{nxn} & \mathbf{I}_n \\ -\frac{\omega_{MB}}{2}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{K} & -\frac{1}{2}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_{MB}}\Delta\boldsymbol{\theta}_M \\ \Delta\boldsymbol{\omega}_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{nxn} \\ \frac{1}{2}\mathbf{H}^{-1} \end{bmatrix} \cdot [\Delta\mathbf{T}] \tag{4.22}$$

onde $\mathbf{I}_n$ é a matriz identidade de ordem *n*.

4.6. Interface com o Sistema Elétrico

4.6.1. Equações de Saída

O modelo linearizado da máquina síncrona considera variações de ângulos de carga $\Delta\delta$ e de velocidade angular $\Delta\omega$. Para possibilitar a interface das equações da máquina síncrona com o sistema mecânico associado ao eixo turbina-gerador, deve-se relacionar os ângulos e velocidades supracitadas com as variáveis do eixo.

As velocidades e deslocamentos angulares dos sistemas mecânico e elétrico estão relacionados pelo número de pólos da máquina síncrona (p), como apresentado a seguir:

$$\theta = \frac{p}{2}\theta_M \qquad \text{[rad]} \tag{4.23}$$

$$\omega = \frac{p}{2}\omega_M \qquad \text{[rad/s]} \tag{4.24}$$

Normalizando estas expressões, obtém-se:

$$\theta^{pu} = \theta_M^{pu} \qquad \text{[pu]} \tag{4.25}$$

$$\omega^{pu} = \omega_M^{pu} \qquad \text{[pu]} \tag{4.26}$$

Ou seja, grandezas mecânicas e elétricas são idênticas quando são considerados apenas valores por unidade.

Considerando que o gerador *i* seja representado pela *g*-ésima massa girante acoplada a um eixo com *n* seções, pode-se escrever a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_i \\ \Delta\omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_i & \mathbf{0}_{1xn} \\ \mathbf{0}_{1xn} & \mathbf{\Phi}_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{\theta}_M^{pu} \\ \Delta\boldsymbol{\omega}_M \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

onde:

$$\Phi_i = [\overset{1}{0} \quad \overset{2}{0} \quad \overset{\cdots}{\cdots} \quad \overset{g}{1} \quad \overset{\cdots}{\cdots} \quad \overset{n}{0}]$$

Por exemplo, considere um eixo composto por três massas girantes principais: duas referentes às seções de baixa pressão (HP) e pressão intermediária (IP) da turbina, e uma referente ao gerador (GEN). Supondo que o gerador corresponda a terceira massa girante deste arranjo, a equação (4.27) assume a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_i \\ \Delta\omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\theta_{M-HP} \\ \Delta\theta_{M-IP} \\ \Delta\theta_{M-GEN} \\ \Delta\omega_{M-HP} \\ \Delta\omega_{M-IP} \\ \Delta\omega_{M-GEN} \end{bmatrix} \tag{4.28}$$

4.6.2. Equações de Entrada

As variáveis de entrada do modelo do eixo turbina gerador são os torques acelerantes aplicados a cada seção. Estes torques podem ser de origem mecânica (para as seções referentes à turbina) ou elétrica (para o gerador). Os torques aplicados a cada estágio da turbina dependem do modelo de turbina utilizado, e diferem de acordo com a estrutura física e configuração do sistema de suprimento de energia. A seção referente ao gerador está sujeita a ação apenas do torque eletromagnético desenvolvido devido à interação entre os campos girantes do rotor e da armadura. Este torque tem sinal oposto aos torques mecânicos, uma vez que a rede elétrica representa uma carga para o eixo.

Considerando que o gerador *i* seja representado pela *g*-ésima massa girante acoplada a um eixo com *n* seções, e que a excitatriz (caso exista) seja dada pela *e*-ésima seção, o vetor $\mathbf{\Delta T}$ é dado por:

$$\mathbf{\Delta T} = [\overset{1}{\Delta T_{M1}} \quad \overset{2}{\Delta T_{M2}} \quad \overset{\cdots}{\cdots} \quad \overset{g}{-\Delta T_{ei}} \quad \overset{\cdots}{\cdots} \quad \overset{e}{0} \quad \overset{\cdots}{\cdots} \quad \overset{n}{\Delta T_{Mn}}]^t \tag{4.29}$$

Se os torques mecânicos aplicados a cada seção da turbina puderem ser dados como uma fração do torque total desenvolvido pela turbina (ΔT_M), a seguinte relação é válida:

$$\mathbf{\Delta T} = [\overset{1}{f_{t1}\Delta T_M} \quad \overset{2}{f_{t2}\Delta T_M} \quad \overset{\cdots}{\cdots} \quad \overset{g}{-\Delta T_{ei}} \quad \overset{\cdots}{\cdots} \quad \overset{e}{0} \quad \overset{\cdots}{\cdots} \quad \overset{n}{f_{tn}\Delta T_M}]^t \tag{4.30}$$

onde: f_{tj} é a fração do torque total desenvolvido pela seção de turbina *j*.

4.7. Análise Modal do Eixo Turbina-Gerador

Ignorando os termos correspondentes aos torques de amortecimento e às excitações na equação (4.20), obtém-se um conjunto de equações diferenciais homogêneas, como se segue:

$$\mathbf{\Delta\ddot{\theta}}_M + \frac{\omega_{MB}}{2}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{\Delta\theta}_M = \mathbf{0} \tag{4.31}$$

A matriz dada por $\frac{\omega_{MB}}{2}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{K}$ pode ser decomposta em autovalores e autovetores, conforme expressão a seguir:

$$\frac{\omega_{MB}}{2}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{K}\cdot\mathbf{Q}=\mathbf{Q}\cdot\mathbf{\Lambda} \tag{4.32}$$

onde:

$$\mathbf{Q}=\begin{bmatrix}\mathbf{q}_1 & \mathbf{q}_2 & \cdots & \mathbf{q}_n\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Lambda}=\begin{bmatrix}\lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n\end{bmatrix}$$

A matriz **Q** é formada pelos autovetores $\mathbf{q}_j$ associados a cada autovalor λ_j. Pela teoria de álgebra linear, sabe-se que infinitos autovetores satisfazem a relação (4.32), de forma que é usual normalizar cada autovetor por sua norma euclidiana ou em relação à componente do gerador (IEEE, 1992).

Cada autovetor relaciona-se com seu autovalor pela seguinte relação:

$$\frac{\omega_{MB}}{2}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{q}_j=\lambda_j\mathbf{q}_j \tag{4.33}$$

Rearranjando, tem-se:

$$\frac{2}{\omega_{MB}}\lambda_j\mathbf{H}\mathbf{q}_j=\mathbf{K}\mathbf{q}_j \tag{4.34}$$

Pré-multiplicando por $\mathbf{q}_i$, obtém-se:

$$\frac{2}{\omega_{MB}}\lambda_j\mathbf{q}_i\mathbf{H}\mathbf{q}_j=\mathbf{q}_i\mathbf{K}\mathbf{q}_j \tag{4.35}$$

De forma análoga, pode-se obter também:

$$\frac{2}{\omega_{MB}}\lambda_i\mathbf{q}_j\mathbf{H}\mathbf{q}_i=\mathbf{q}_j\mathbf{K}\mathbf{q}_i \tag{4.36}$$

A partir das relações (4.35) e (4.36), e considerando que **H** é diagonal e **K** é simétrica, pode-se concluir que:

$$\mathbf{q}_j \mathbf{H} \mathbf{q}_i = \mathbf{q}_i \mathbf{H} \mathbf{q}_j \tag{4.37}$$

$$\mathbf{q}_j \mathbf{K} \mathbf{q}_i = \mathbf{q}_i \mathbf{K} \mathbf{q}_j \tag{4.38}$$

Considerando estas duas últimas expressões e subtraindo (4.36) de (4.35), obtém-se:

$$\frac{2}{\omega_{MB}} \left(\lambda_i - \lambda_j \right) \mathbf{q}_j \mathbf{H} \mathbf{q}_i = 0 \tag{4.39}$$

Donde conclui-se que para autovalores distintos, a relação a seguir é verdadeira:

$$\mathbf{q}_i \mathbf{H} \mathbf{q}_j = 0 \tag{4.40}$$

Analogamente, para a matriz **K**:

$$\mathbf{q}_i \mathbf{K} \mathbf{q}_j = 0 \tag{4.41}$$

Por outro lado, para autovetores iguais, temos as seguintes expressões:

$$H_{mi} = \mathbf{q}_i \mathbf{H} \mathbf{q}_i \tag{4.42}$$

$$K_{mi} = \mathbf{q}_i \mathbf{K} \mathbf{q}_i \tag{4.43}$$

Os parâmetros H_{mi} e K_{mi} são denominados inércia e constante elástica modais. Considerando todos os autovetores, pode-se escrever as seguintes relações matriciais:

$$\mathbf{H}_m = \mathbf{Q}^t \mathbf{H} \mathbf{Q} \tag{4.44}$$

$$\mathbf{K}_m = \mathbf{Q}^t \mathbf{K} \mathbf{Q} \tag{4.45}$$

onde $\mathbf{H}_m$ e $\mathbf{K}_m$ são matrizes diagonais dadas por:

$$\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} H_{m1} & & & \\ & H_{m2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & H_{mn} \end{bmatrix} \tag{4.46}$$

$$\mathbf{K}_m = \begin{bmatrix} K_{m1} & & & \\ & K_{m2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & K_{mn} \end{bmatrix} \tag{4.47}$$

Pode-se definir um novo conjunto de variáveis de estado $\boldsymbol{\theta}_m$, chamadas de variáveis de estado modais, relacionadas aos deslocamentos angulares $\Delta\boldsymbol{\theta}_M$ através da matriz de transformação modal **Q**.

$$\Delta\boldsymbol{\theta}_M = \mathbf{Q}\boldsymbol{\theta}_m \tag{4.48}$$

Substituindo esta relação na expressão (4.20) e pré-multiplicando por $\mathbf{Q}^t$, tem-se:

$$\frac{2}{\omega_{MB}}\mathbf{Q}^t\mathbf{H}\mathbf{Q}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_m + \frac{1}{\omega_{MB}}\mathbf{Q}^t\mathbf{D}\mathbf{Q}\dot{\boldsymbol{\theta}}_m + \mathbf{Q}^t\mathbf{K}\mathbf{Q}\boldsymbol{\theta}_m = \mathbf{Q}^t\Delta\mathbf{T} \tag{4.49}$$

As parcelas $\mathbf{Q}^t\mathbf{H}\mathbf{Q}$ e $\mathbf{Q}^t\mathbf{K}\mathbf{Q}$ foram definidas anteriormente como as matrizes de inércia e elasticidades modais. Por analogia, define-se a matriz de amortecimento modal $\mathbf{D}_m$, dada por:

$$\mathbf{D}_m = \mathbf{Q}^t\mathbf{D}\mathbf{Q} \tag{4.50}$$

Uma vez que **D** é simétrica, $\mathbf{D}_m$ também assume a forma diagonal:

$$\mathbf{D}_m = \begin{bmatrix} D_{m1} & & & \\ & D_{m2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & D_{mn} \end{bmatrix} \tag{4.51}$$

Assim, a equação (4.49) pode ser rescrita como se segue:

$$\frac{2}{\omega_{MB}}\mathbf{H}_m\ddot{\boldsymbol{\theta}}_m + \frac{1}{\omega_{MB}}\mathbf{D}_m\dot{\boldsymbol{\theta}}_m + \mathbf{K}_m\boldsymbol{\theta}_m = \mathbf{T}_m \tag{4.52}$$

onde $\mathbf{T}_m$ é definido como o vetor de torques modais, dado por:

$$\mathbf{T}_m = \mathbf{Q}^t\Delta\mathbf{T} \tag{4.53}$$

$$\mathbf{T}_m = \begin{bmatrix} T_{m1} & T_{m2} & \cdots & T_{mn} \end{bmatrix}^t$$

Uma vez que $\mathbf{H}_m$, $\mathbf{K}_m$ e $\mathbf{D}_m$ são matrizes diagonais, a equação (4.52) constitui um conjunto de *n* equações diferenciais ordinárias de segunda ordem desacopladas. Cada equação diferencial representa o comportamento dinâmico de um único modo torcional,

caracterizado por uma freqüência natural bem definida, e excitados independentemente pelos torques modais. O torque modal aplicado ao modo torcional *j* é obtido da relação (4.53) e pode ser dado pela seguinte expressão:

$$T_{mj} = \sum_{k=1}^{n} q_{jk} T_k \tag{4.54}$$

Em outras palavras, esta expressão afirma que cada componente q_{jk} do autovetor $\mathbf{q}_j$ fornece uma sensibilidade do modo torcional *j* em relação aos torques aplicados em cada seção *k* do eixo. Os elementos dos autovetores de cada modo fornecem os chamados *mode-shapes* destes modos (ver item 7.3.5).

Pela equação (4.52), verifica-se que um eixo constituído por *n* seções apresentará *n* freqüências naturais de oscilação. Uma vez que as matrizes **K** e **D** são singulares por definição, haverá sempre um modo torcional com freqüência nula (PADIYAR, 1999). Este modo é denominado *modo 0* e está sempre associado a um autovetor cujas componentes são idênticas entre si. No entanto, quando o gerador está conectado ao sistema, interações com outros geradores e com a rede elétrica resultam em uma freqüência não-nula para este modo de oscilação (normalmente na faixa de 0,2 a 2,5 Hz). Neste caso, o *modo 0* corresponde ao modo eletromecânico analisado nos estudos de estabilidade, uma vez que todas as seções do rotor oscilam em conjunto para este modo.

4.8. Obtenção dos Parâmetros do Eixo Turbina-Gerador

Basicamente, os parâmetros do eixo turbina-gerador para estudos de interação torcional podem ser obtidos a partir de suas características de projeto. No entanto, modelos mais precisos requerem a validação destes parâmetros através de ensaios e testes, de forma que o modelo utilizado nas simulações reproduza com exatidão as freqüências naturais de oscilação observadas no campo.

As constantes de inércia e de elasticidade podem ser obtidas a partir das características construtivas do eixo turbina-gerador. Estes parâmetros são fornecidos pelos fabricantes e podem prever as freqüências naturais de oscilação com boa precisão. Caso se disponha de informações mais precisas das freqüências naturais dos eixos por meio de testes, estes parâmetros podem ser reavaliados e reajustados (ANDERSON et al., 1990).

Por outro lado, as constantes de amortecimento não podem ser obtidas com precisão a partir de aspectos construtivos. O efeito do amortecimento é dado em termos dos chamados *fatores de amortecimento modal (σ_n)*, que são obtidos a partir de ensaios de campo para uma determinada condição operativa. Estes parâmetros não permitem sua representação direta no modelo desenvolvido e, portanto, algumas simplificações tornam-se necessárias para adequá-los ao modelo.

Teoricamente, qualquer conjunto de fatores de amortecimento modal pode ser convertido em um conjunto equivalente de constantes de amortecimento próprios e mútuos. No entanto, esta conversão dá origem a amortecimentos mútuos entre seções não adjacentes do eixo. Em geral, o modelo massa-mola-amortecedor não permite a representação destes amortecimentos fictícios, sendo restrito à representação do amortecimento a seções adjacentes. Existem diversas formas de lidar com esse problema (ANDERSON et al., 1990). O artifício geralmente adotado consiste em ignorar as componentes de amortecimento mútuo (equivalente a considerar **D** diagonal), e ajustar o modelo massa-mola o mais próximo possível dos amortecimentos modais medidos. Este procedimento é apresentado no próximo item.

4.8.1. Ajuste do Modelo Massa-Mola-Amortecedor

Com base na equação modal (4.52), considere a seguinte equação diferencial não forçada, correspondente ao *i*-ésimo modo torcional:

$$\frac{2}{\omega_{MB}} H_{mi} \ddot{\theta}_{mi} + \frac{1}{\omega_{MB}} D_{mi} \dot{\theta}_{mi} + K_{mi} \theta_m = 0$$

Comparando esta equação com a forma padrão da equação diferencial ordinária de segunda ordem, apresentada em (4.55), a *freqüência natural de oscilação* ω_{ni} e o *fator de amortecimento modal* σ_{ni} referente a este modo podem ser determinados.

$$\ddot{\theta}_{mi} + 2\sigma_{ni} \dot{\theta}_{mi} + \omega_{ni}^2 \theta_{mi} = 0 \tag{4.55}$$

onde:

$$\omega_{ni} = \sqrt{\frac{\omega_{MB} K_{mi}}{2H_{mi}}} \tag{4.56}$$

$$\sigma_{ni} = \frac{D_{mi}}{4H_{mi}} \quad \text{ou} \quad D_{mi} = 4\sigma_{ni}H_{mi} \tag{4.57}$$

É importante salientar que ω_{ni} e σ_{ni} podem ser medidos a partir de ensaios de campo.

Se a matriz de transformação modal **Q** é dada por:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{21} & \cdots & q_{n1} \\ q_{12} & q_{22} & \cdots & q_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{1n} & q_{2n} & \cdots & q_{nn} \end{bmatrix} \tag{4.58}$$

A relação (4.50) pode então ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{n1} & q_{n2} & \cdots & q_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_{11} & & & \\ & D_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & D_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_{11} & q_{21} & \cdots & q_{n1} \\ q_{12} & q_{22} & \cdots & q_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{1n} & q_{2n} & \cdots & q_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{m1} & & & \\ & D_{m2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & D_{mn} \end{bmatrix} \tag{4.59}$$

Onde pode ser facilmente verificado que:

$$\begin{bmatrix} q_{11}^2 & q_{12}^2 & \cdots & q_{1n}^2 \\ q_{21}^2 & q_{22}^2 & \cdots & q_{2n}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{n1}^2 & q_{n2}^2 & \cdots & q_{nn}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{11} \\ D_{22} \\ \vdots \\ D_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{m1} \\ D_{m2} \\ \vdots \\ D_{mn} \end{bmatrix} \tag{4.60}$$

Pela equação (4.57), os amortecimentos modais (D_{mi}) podem ser obtidos diretamente dos fatores de amortecimento modal (σ_{ni}), obtidos a partir de ensaios de campo. Desta forma, as constantes de amortecimento próprio indicadas na equação (4.60) podem ser obtidas diretamente. No entanto, para um rotor composto por *n* seções, apenas *n-1* fatores de amortecimento modal são disponibilizados, uma vez que uma das freqüências naturais refere-se ao modo 0. Este problema pode ser contornado se considerarmos nulo o amortecimento referente a este modo.

As constantes de amortecimento calculadas da forma indicada no parágrafo anterior podem apresentar valores negativos, em virtude da metodologia utilizada. Apesar de não apresentar significado físico, estes resultados são matematicamente coerentes.

Deve-se ter em mente que a equação (4.60) é uma solução apenas para os elementos diagonais da matriz **D**. Assim sendo, os elementos não-diagonais da matriz, representando os amortecimentos mútuos, são considerados nulos. Em geral, os erros introduzidos por esta simplificação são muito pequenos.

Capítulo 5 Rede Elétrica

5.1. Introdução

Em estudos de estabilidade eletromecânica, é atribuída uma característica estática para a rede elétrica. Esta prática conduz à representação dos elementos da rede através de impedâncias que não variam no tempo e permite o tratamento da rede elétrica a partir das equações de fluxo de potência. Esta é uma hipótese razoável, uma vez que os transitórios da rede elétrica são muito rápidos quando comparados com os transitórios eletromecânicos (SAUER e PAI, 1998). Por outro lado, em estudos de oscilações subsíncronas, a representação dinâmica da rede elétrica é fundamental, uma vez que sistemas série-compensados apresentam freqüências naturais de oscilação na faixa subsíncrona. Esta faixa coincide com a faixa de freqüências naturais dos eixos dos geradores, podendo resultar em interação adversa, caracterizando o fenômeno da ressonância subsíncrona.

Em estudos desta natureza, a adoção de modelos a parâmetros distribuídos para as linhas de transmissão não é necessária, uma vez que o maior interesse encontra-se nos transitórios de baixa freqüência da rede elétrica. Sendo assim, sua representação a partir de equações diferenciais ordinárias a parâmetros concentrados é apropriada (ANDERSON et al., 1990). Um outro ponto relevante na modelagem dinâmica de redes elétricas é o tipo de formulação utilizado na estruturação do problema. A representação no espaço de estados permite a aplicação de métodos simples e diretos, como o método QR (FRANCIS, 1962). No entanto, requer a eliminação das variáveis de estado redundantes, o que é um processo relativamente complexo. A representação por sistemas descritores, por outro lado, não requer a eliminação da redundância de estados, tornando a estruturação do problema muito mais simples, facilitando a implementação de algoritmos para sistemas de grande porte. Uma outra formulação baseia-se na matriz $\mathbf{Y}(s)$, que possibilita uma modelagem mais compacta do sistema de equações e permite representar de forma precisa e eficiente elementos a parâmetros distribuídos e dependentes da freqüência (GOMES JR. et al., 2001a).

As variáveis de estado de interesse são as tensões nos capacitores e corrente nos indutores, oriundos da representação de linhas e transformadores por uma associação destes elementos básicos. Estas variáveis devem ser referidas a um sistema comum de

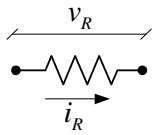
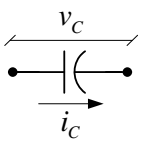
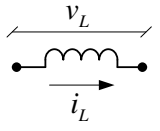
coordenadas girantes do sistema, de forma a permitir o acoplamento com as equações dos geradores e demais componentes. Além das equações algébrico-diferenciais que definem o comportamento de cada elemento do sistema, as equações de Kirchhoff para as correntes (KCL) devem ser escritas para cada nó. Estas equações definem as conexões elétricas entre os elementos, determinando a topologia da rede (CLOSE, 1975).

5.2. Equações Elementares

Os componentes passivos da rede elétrica, tais como linhas de transmissão, transformadores, reatores e capacitores série, podem ser representados a partir da combinação de elementos básicos da teoria de circuitos, ou seja, resistores, indutores e capacitores. Estes elementos são descritos matematicamente por equações algébricas e diferenciais que relacionam as tensões e correntes a eles aplicadas. As variáveis de estado de interesse são as tensões nos capacitores (v_C) e correntes nos indutores (i_L). Os resistores são descritos por uma relação algébrica (Lei de Ohm) e, portanto, não contribuem com nenhuma variável de estado.

A Tabela 5.1 resume as características dos elementos básicos da teoria de circuitos, apresentando a simbologia utilizada, as equações que descrevem seu comportamento e as variáveis de estado. Estas equações serão utilizadas como ponto de partida no desenvolvimento do modelo de elementos da rede mais complexos.

Tabela 5.1 – Elementos básicos de circuitos elétricos

Elemento	Simbologia	Equação	Variável de Estado
Resistor (R)		$v_R = R \cdot i_R$	-
Capacitor (C)		$i_C = C\frac{dv_C}{dt}$	v_C
Indutor (L)		$v_L = L\frac{di_L}{dt}$	i_L

5.3. Transformação de Coordenadas (Sistema DQ0)

Na modelagem da máquina síncrona, as grandezas do estator foram projetadas em um referencial girante, **fixo em relação ao eixo magnético do rotor** (eixos *d* e *q*). A matriz responsável por esta transformação de coordenadas é denominada transformação de Park e resulta em um sistema de equações diferenciais invariantes no tempo para a máquina. Este conceito pode ser estendido para a modelagem da rede elétrica. No entanto, a transformação de Park não é única, uma vez que cada gerador possui seu próprio sistema de coordenadas *d* e *q*. É óbvio que todos os elementos da rede devem ser referenciados a um único sistema de coordenadas, com velocidade síncrona (ω_B). Esta transformação de coordenadas é denominada transformação de Kron (KRON, 1950) e é estruturalmente idêntica à transformação de Park, conforme apresentado na equação (5.1).

$$\mathbf{Q} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\theta_0 & \cos\left(\theta_0 - 2\pi/3\right) & \cos\left(\theta_0 + 2\pi/3\right) \\ \operatorname{sen}\theta_0 & \operatorname{sen}\left(\theta_0 - 2\pi/3\right) & \operatorname{sen}\left(\theta_0 + 2\pi/3\right) \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

O ângulo θ_0 é definido como:

$$\theta_0 = \omega_B t + \gamma \tag{5.2}$$

onde ω_B é a freqüência síncrona (nominal) do sistema, em rad/s, e γ é uma constante.

Tomando a primeira derivada em relação ao tempo, tem-se:

$$\frac{d\theta_0}{dt} = \omega_B \tag{5.3}$$

A diferença entre as transformações de Park e Kron é que na transformação de Park θ_0 é substituído por θ, definido no Capítulo 3 como:

$$\theta = \omega_B t + \delta + \pi/2 \tag{5.4}$$

Nota-se que o ângulo δ é distinto para cada gerador e não uma variável comum. Assim, para uma variável genérica *f*, a seguinte relação é válida:

$$\begin{bmatrix} f_D \\ f_Q \\ f_0 \end{bmatrix} = \mathbf{Q} \cdot \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

onde f_D, f_Q e f_0 são as componentes da variável *f* dadas no referencial de Kron.

Em notação matricial compacta:

$$\mathbf{f}_{DQ0} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{f}_{abc} \tag{5.6}$$

As variáveis definidas no referencial *d* e *q* de uma determinada máquina síncrona se relacionam com as respectivas grandezas dadas no referencial do sistema (*D* e *Q*) através da matriz $\mathbf{\Gamma}$, introduzida no item 3.11. Esta matriz é única para cada gerador e é responsável pelo acoplamento do modelo de rede a cada máquina.

Os próximos itens apresentam o desenvolvimento das equações dos elementos básicos encontrados em sistemas de potência, aplicando a transformação de coordenadas introduzida neste item.

5.3.1. Resistor

Seja um resistor trifásico, conectado entre os nós *k* e *m* de uma rede elétrica arbitrária. Supondo que não haja acoplamento mútuo entre as fases, pode-se escrever a seguinte relação matricial para este resistor.

$$\begin{bmatrix} v_{R_a} \\ v_{R_b} \\ v_{R_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{R_a} \\ i_{R_b} \\ i_{R_c} \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

Em notação matricial compacta:

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_{abc} \tag{5.8}$$

Pré-multiplicando por **Q**, temos:

$$\mathbf{Q} \cdot \mathbf{v}_{abc} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R} \cdot \left[\mathbf{Q}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{DQ0} \right]$$

Como a matriz **R** é diagonal, então $\mathbf{Q} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{R}$. Assim:

$$\mathbf{v}_{DQ0} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_{DQ0} \tag{5.9}$$

Em resumo:

$$v_{R_D} = R i_{R_D} \tag{5.10}$$

$$v_{R_Q} = R i_{R_Q} \tag{5.11}$$

$$v_{R_0} = R i_{R_0} \tag{5.12}$$

5.3.2. Indutor

Seja um indutor trifásico, conectado entre os nós *k* e *m* de uma rede elétrica arbitrária. Supondo que não haja acoplamento mútuo entre as fases, pode-se escrever a seguinte relação matricial para este indutor.

$$\begin{bmatrix} v_{L_a} \\ v_{L_b} \\ v_{L_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{L_a} \\ i_{L_b} \\ i_{L_c} \end{bmatrix} \tag{5.13}$$

Em notação matricial compacta:

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{L} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{abc} \tag{5.14}$$

Pré-multiplicando por **Q**, temos:

$$\mathbf{Q} \cdot \mathbf{v}_{abc} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{L} \cdot \frac{d}{dt} \left[\mathbf{Q}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{DQ0} \right]$$

$$\mathbf{v}_{DQ0} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{L} \cdot \left[\frac{d}{dt} \mathbf{Q}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{DQ0} + \mathbf{Q}^{-1} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{DQ0} \right]$$

Como a matriz **L** é diagonal, então $\mathbf{Q} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{L}$. Assim:

$$\mathbf{v}_{DQ0} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{L} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{Q}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{DQ0} + \mathbf{L} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{DQ0} \tag{5.15}$$

Lembrando que $\frac{d\theta_0}{dt} = \omega_B$, tem-se:

$$\begin{bmatrix} v_{L_D} \\ v_{L_Q} \\ v_{L_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\omega_B & 0 \\ +\omega_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{L_D} \\ i_{L_Q} \\ i_{L_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{L_D} \\ i_{L_Q} \\ i_{L_0} \end{bmatrix} \tag{5.16}$$

Em resumo:

$$v_{L_D} = -\omega_B L i_{L_Q} + L \frac{d i_{L_D}}{dt} \tag{5.17}$$

$$v_{L_Q} = \omega_B L i_{L_D} + L \frac{d i_{L_Q}}{dt} \tag{5.18}$$

$$v_{L_0} = L \frac{d i_{L_0}}{dt} \tag{5.19}$$

Além das equações diferenciais apresentadas em (5.17), (5.18) e (5.19), é necessário acrescentar ao modelo do indutor três equações algébricas que descrevem a tensão aplicada ao indutor em função das tensões nas suas barras terminais. Ou seja:

$$v_{L_D} = v_{k_D} - v_{m_D} \tag{5.20}$$

$$v_{L_Q} = v_{k_Q} - v_{m_Q} \tag{5.21}$$

$$v_{L_0} = v_{k_0} - v_{m_0} \tag{5.22}$$

5.3.3. Capacitor

Seja um capacitor trifásico, conectado entre os nós *k* e *m* de uma rede elétrica arbitrária. Supondo que não haja acoplamento mútuo entre as fases, pode-se escrever a seguinte relação matricial para este capacitor.

$$\begin{bmatrix} i_{C_a} \\ i_{C_b} \\ i_{C_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_{C_a} \\ v_{C_b} \\ v_{C_c} \end{bmatrix} \tag{5.23}$$

Em notação matricial compacta:

$$\mathbf{i}_{abc} = \mathbf{C} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{v}_{abc} \tag{5.24}$$

Pré-multiplicando por **Q**, temos:

$$\mathbf{Q}\cdot\mathbf{i}_{abc}=\mathbf{Q}\cdot\mathbf{C}\cdot\frac{d}{dt}\left[\mathbf{Q}^{-1}\cdot\mathbf{v}_{DQ0}\right]$$

$$\mathbf{i}_{DQ0}=\mathbf{Q}\cdot\mathbf{C}\cdot\left[\frac{d}{dt}\mathbf{Q}^{-1}\cdot\mathbf{v}_{DQ0}+\mathbf{Q}^{-1}\cdot\frac{d}{dt}\mathbf{v}_{DQ0}\right]$$

Como a matriz **C** é diagonal, então $\mathbf{Q}\cdot\mathbf{C}\cdot\mathbf{Q}^{-1}=\mathbf{C}$. Assim:

$$\mathbf{i}_{DQ0}=\mathbf{Q}\cdot\mathbf{C}\cdot\frac{d}{dt}\mathbf{Q}^{-1}\cdot\mathbf{v}_{DQ0}+\mathbf{C}\cdot\frac{d}{dt}\mathbf{v}_{DQ0} \tag{5.25}$$

Lembrando que $\frac{d\theta_0}{dt}=\omega_B$, tem-se:

$$\begin{bmatrix} i_{C_D} \\ i_{C_Q} \\ i_{C_0} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 0 & -\omega_B & 0 \\ +\omega_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} v_{C_D} \\ v_{C_Q} \\ v_{C_0} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}\cdot\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_{C_D} \\ v_{C_Q} \\ v_{C_0} \end{bmatrix} \tag{5.26}$$

Em resumo:

$$i_{C_D}=-\omega_B C v_{C_Q}+C\frac{dv_{C_D}}{dt} \tag{5.27}$$

$$i_{C_Q}=\omega_B C v_{C_D}+C\frac{dv_{C_Q}}{dt} \tag{5.28}$$

$$i_{C_0}=C\frac{dv_{C_0}}{dt} \tag{5.29}$$

Além das equações diferenciais apresentadas em (5.27), (5.28) e (5.29), é necessário acrescentar ao modelo do capacitor três equações algébricas que descrevem a tensão aplicada ao capacitor em função das tensões nas suas barras terminais. Ou seja:

$$v_{C_D}=v_{k_D}-v_{m_D} \tag{5.30}$$

$$v_{C_Q}=v_{k_Q}-v_{m_Q} \tag{5.31}$$

$$v_{C_0}=v_{k_0}-v_{m_0} \tag{5.32}$$

5.4. Transformação α-β-0

Redes elétricas trifásicas podem ser desacopladas a partir de uma transformação de variáveis envolvendo matrizes com coeficientes constantes e reais. A mais conhecida destas transformações é denominada transformação de Clarke (PADIYAR, 1999), que utiliza as chamadas variáveis α, β e 0.

A transformação de Clarke é invariante em potência e, para uma grandeza genérica *f*, tem-se a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_0 \end{bmatrix} = \mathbf{C} \cdot \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \tag{5.33}$$

onde f_α, f_β e f_0 são as componentes de Clarke da variável f.

A matriz **C** é definida como:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \tag{5.34}$$

Em notação matricial compacta:

$$\mathbf{f}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{f}_{abc} \tag{5.35}$$

A vantagem da transformação de Clarke é que uma rede trifásica é transformada em três redes desacopladas, *α*, *β* e *0*. As redes α e β são idênticas e a rede de seqüência zero pode ser desconsiderada na ausência de correntes de seqüência zero.

5.5. Linhas de Transmissão

5.5.1. Considerações

Em estudos de surtos de manobra, é necessário representar detalhadamente as linhas de transmissão a partir de modelos a parâmetros distribuídos. Por outro lado, em estudos de

oscilações subsíncronas, a representação da linha por um circuito π equivalente é apropriada, uma vez que o maior interesse se encontra nos transitórios de baixa freqüência da rede (ANDERSON et al., 1990). Os parâmetros do modelo são os mesmos utilizados nos estudos de fluxo de potência.

Algumas hipóteses adicionais são consideradas no desenvolvimento do modelo:

- As linhas são consideradas simétricas. Como conseqüência, as indutâncias próprias das três fases são iguais (L_s), bem como as indutâncias mútuas entre duas fases quaisquer (L_m). Na prática, linhas de transmissão mais longas são transpostas, de forma que a assimetria inerente ao arranjo físico das fases seja compensada;

- A impedância série da linha é composta por uma parcela resistiva e outra indutiva. A parcela resistiva corresponde às perdas ôhmicas por aquecimento, enquanto a parcela indutiva representa a relação entre os fluxos magnéticos concatenados pelos condutores e as correntes correspondentes na linha;

- A impedância shunt do modelo π é em geral capacitiva e representa a relação entre as diferenças de potencial e as densidades de carga correspondentes;

5.5.2. Modelo no Referencial DQ0

A Figura 5.1 apresenta o diagrama unifilar do circuito π equivalente de uma linha de transmissão, onde **R**, **L** e **C** são matrizes de resistências, indutâncias e capacitâncias, respectivamente.

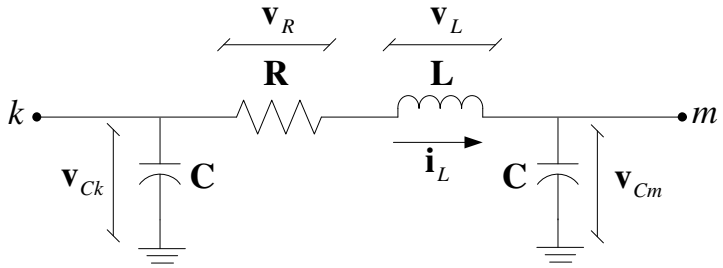


Figura 5.1 – Diagrama unifilar equivalente da linha de transmissão – Modelo π

As matrizes **R**, **L** e **C** são dadas a seguir:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_s & L_m & L_m \\ L_m & L_s & L_m \\ L_m & L_m & L_s \end{bmatrix} \qquad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_s & R_m & R_m \\ R_m & R_s & R_m \\ R_m & R_m & R_s \end{bmatrix} \qquad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_s & C_m & C_m \\ C_m & C_s & C_m \\ C_m & C_m & C_s \end{bmatrix} \tag{5.36}$$

onde os subscritos *s* e *m* representam grandezas próprias e mútuas, respectivamente.

As equações do modelo na forma matricial dadas no referencial *abc* são:

$$\mathbf{v}_{L_{abc}} = \mathbf{L} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{L_{abc}} \tag{5.37}$$

$$\mathbf{i}_{Ck_{abc}} = \mathbf{C} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{v}_{Ck_{abc}} \tag{5.38}$$

$$\mathbf{i}_{Cm_{abc}} = \mathbf{C} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{v}_{Cm_{abc}} \tag{5.39}$$

$$\mathbf{v}_{R_{abc}} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_{L_{abc}} \tag{5.40}$$

onde:

$$\mathbf{v}_{L_{abc}} = \begin{bmatrix} v_{L_a} \\ v_{L_b} \\ v_{L_c} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{i}_{L_{abc}} = \begin{bmatrix} i_{L_a} \\ i_{L_b} \\ i_{L_c} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{i}_{Ck_{abc}} = \begin{bmatrix} i_{Ck_a} \\ i_{Ck_b} \\ i_{Ck_c} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{i}_{Cm_{abc}} = \begin{bmatrix} i_{Cm_a} \\ i_{Cm_b} \\ i_{Cm_c} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{v}_{Ck_{abc}} = \begin{bmatrix} v_{Ck_a} \\ v_{Ck_b} \\ v_{Ck_c} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{v}_{Cm_{abc}} = \begin{bmatrix} v_{Cm_a} \\ v_{Cm_b} \\ v_{Cm_c} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{v}_{R_{abc}} = \begin{bmatrix} v_{R_a} \\ v_{R_b} \\ v_{R_c} \end{bmatrix}$$

O procedimento adotado no desenvolvimento do modelo consiste em aplicar a transformação de Kron às equações no referencial *abc* e escrevê-las na forma padrão de sistemas descritores (ver item 7.2.2), identificando as variáveis de estado e algébricas.

O vetor de variáveis de estado ($\mathbf{x}$) é composto pelas componentes *D*, *Q* e *0* da corrente na indutância série (i_L) e das tensões nas capacitâncias shunt (v_{C_k} e v_{C_m}). O vetor de variáveis algébricas ($\mathbf{w}$), por sua vez, é composto pelas componentes *D*, *Q* e *0* das correntes nas capacitâncias shunt (i_{C_k} e i_{C_m}). As variáveis externas ao modelo são dadas

pelas componentes *D*, *Q* e *0* das tensões nas barras terminais da linha (v_k e v_m), representadas no vetor **u**. Assim:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i_{L_D} & i_{L_Q} & i_{L_0} & v_{C_{kD}} & v_{C_{kQ}} & v_{C_{k0}} & v_{C_{mD}} & v_{C_{mQ}} & v_{C_{m0}} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} i_{C_{kD}} & i_{C_{kQ}} & i_{C_{k0}} & i_{C_{mD}} & i_{C_{mQ}} & i_{C_{m0}} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} v_{k_D} & v_{k_Q} & v_{k_0} & v_{m_D} & v_{m_Q} & v_{m_0} \end{bmatrix}^T$$

Aplicando a transformação de Kron à equação (5.37), obtém-se o seguinte resultado:

$$v_{L_D} = -\omega_B L i_{L_Q} + L\frac{di_{L_D}}{dt} \tag{5.41}$$

$$v_{L_Q} = \omega_B L i_{L_D} + L\frac{di_{L_Q}}{dt} \tag{5.42}$$

$$v_{L_0} = L_0\frac{di_{L_0}}{dt} \tag{5.43}$$

onde $L = L_s - L_m$ e $L_0 = L_s + 2L_m$.

Mas:

$$v_{L_D} = v_{k_D} - v_{m_D} - R \cdot i_{L_D} \tag{5.44}$$

$$v_{L_Q} = v_{k_Q} - v_{m_Q} - R \cdot i_{L_Q} \tag{5.45}$$

$$v_{L_0} = v_{k_0} - v_{m_0} - R_0 \cdot i_{L_0} \tag{5.46}$$

onde $R = R_s - R_m$ e $R_0 = R_s + 2R_m$.

Substituindo as equações (5.44) e (5.45) nas equações (5.41) e (5.42) e rearranjando, obtém-se:

$$\frac{di_{L_D}}{dt} = -\frac{R}{L}i_{L_D} + \omega_B i_{L_Q} + \frac{1}{L}v_{k_D} - \frac{1}{L}v_{m_D} \tag{5.47}$$

$$\frac{di_{L_Q}}{dt} = -\omega_B i_{L_D} - \frac{R}{L} i_{L_Q} + \frac{1}{L} v_{k_Q} - \frac{1}{L} v_{m_Q} \tag{5.48}$$

$$\frac{di_{L_0}}{dt} = -\frac{R_0}{L_0} i_{L_0} + \frac{1}{L_0} v_{k_0} - \frac{1}{L_0} v_{m_0} \tag{5.49}$$

Para as capacitâncias shunt conectadas as barras *k* e *m* temos as seguintes equações no referencial *DQ0*:

- Barra *k*:

$$i_{C_{kD}} = -\omega_B C v_{C_{kQ}} + C \frac{dv_{C_{kD}}}{dt} \tag{5.50}$$

$$i_{C_{kQ}} = \omega_B C v_{C_{kD}} + C \frac{dv_{C_{kQ}}}{dt} \tag{5.51}$$

$$i_{C_{k0}} = C_0 \frac{dv_{C_{k0}}}{dt} \tag{5.52}$$

- Barra *m*:

$$i_{C_{mD}} = -\omega_B C v_{C_{mQ}} + C \frac{dv_{C_{mD}}}{dt} \tag{5.53}$$

$$i_{C_{mQ}} = \omega_B C v_{C_{mD}} + C \frac{dv_{C_{mQ}}}{dt} \tag{5.54}$$

$$i_{C_{m0}} = C_0 \frac{dv_{C_{m0}}}{dt} \tag{5.55}$$

onde $C = C_s - C_m$ e $C_0 = C_s + 2C_m$.

Rearranjando estas equações e acrescentando as equações algébricas que identificam as tensões nas barras correspondentes, tem-se:

- Barra *k*:

$$\frac{dv_{C_{kD}}}{dt} = \omega_B v_{C_{kQ}} + \frac{1}{C} i_{C_{kD}} \tag{5.56}$$

$$\frac{dv_{C_{kQ}}}{dt} = -\omega_B v_{C_{kD}} + \frac{1}{C} i_{C_{kQ}} \tag{5.57}$$

$$\frac{dv_{C_{k0}}}{dt} = \frac{1}{C} i_{C_{k0}} \tag{5.58}$$

$$0 = -v_{C_{kD}} + v_{k_D} \tag{5.59}$$

$$0 = -v_{C_{kQ}} + v_{k_Q} \tag{5.60}$$

$$0 = -v_{C_{k0}} + v_{k_0} \tag{5.61}$$

- Barra *m*:

$$\frac{dv_{C_{mD}}}{dt} = \omega_B v_{C_{mQ}} + \frac{1}{C} i_{C_{mD}} \tag{5.62}$$

$$\frac{dv_{C_{mQ}}}{dt} = -\omega_B v_{C_{mD}} + \frac{1}{C} i_{C_{mQ}} \tag{5.63}$$

$$\frac{dv_{C_{m0}}}{dt} = \frac{1}{C} i_{C_{m0}} \tag{5.64}$$

$$0 = -v_{C_{mD}} + v_{m_D} \tag{5.65}$$

$$0 = -v_{C_{mQ}} + v_{m_Q} \tag{5.66}$$

$$0 = -v_{C_{m0}} + v_{m_0} \tag{5.67}$$

Em programas de fluxo de potência, transformadores também são representados a partir de um circuito π equivalente, onde a posição do *tape* do transformador influencia diretamente no valor dos parâmetros (MONTICCELLI, 1983). Desta forma, a metodologia utilizada na determinação das equações da linha de transmissão pode ser aplicada diretamente para o transformador sem perda de generalidade.

5.6. Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC)

A Lei de Kirchhoff das Correntes é uma das mais elementares da teoria de circuitos elétricos. Ela afirma que a soma vetorial das correntes que incidem em um nó deve ser igual a zero. Ou seja:

$$\sum_{i=1}^{n} i_i = 0 \tag{5.68}$$

Por exemplo, tomando um nó *k* de uma rede elétrica arbitrária, mostrada na Figura 5.2, pode-se escrever:

$$i_1 + i_2 + i_5 - i_3 - i_4 = 0 \tag{5.69}$$

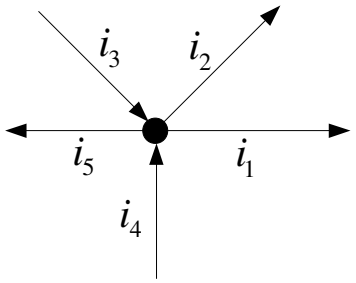


Figura 5.2 – Aplicação da Lei de Kirchhoff das Correntes a um nó arbitrário *k*

A Lei de Kirchhoff das Correntes é uma conseqüência da Lei de Conservação da Carga. Este postulado afirma que a carga elétrica não pode ser criada nem destruída, de forma que a carga que chega a um nó deve sair instantaneamente ou ser armazenada. Uma vez que um nó é por definição infinitesimal e a carga possui tamanho e massa finitos, esta não pode ser armazenada e, portanto, deve sair imediatamente do nó.

5.6.1. Conceitos Elementares da Teoria de Grafos

A *teoria de grafos* vem sendo utilizada ao longo dos anos em diversas áreas de conhecimento relacionadas tanto às ciências exatas quanto às ciências sociais e biológicas. O emprego da teoria de grafos na análise de circuitos elétricos foi proposto inicialmente por G. Kirchhoff em 1847 e aprofundado por J. C. Maxwell em 1892. Um *grafo* representa de forma sistemática a topologia de um circuito elétrico, baseado na disposição geométrica dos respectivos *ramos*. Em circuitos elétricos, entende-se por ramo todo e qualquer elemento conectado entre vértices pelo qual atravessa uma corrente elétrica. Em um grafo, cada ramo é representado por uma *aresta* orientada no sentido da corrente elétrica.

Considere o circuito elétrico apresentado na Figura 5.3(a), composto por uma associação de elementos básicos, tais como: resistores, capacitores, indutores, fontes de tensão e de corrente. Este circuito corresponde ao sistema de transmissão associado a

um gerador conectado a um grande sistema por intermédio de uma linha série-compensada. A Figura 5.3(b) representa o grafo correspondente a este circuito, onde os vértices foram numerados de *0* a *6* e as arestas representadas por letras de *a* até *i*.

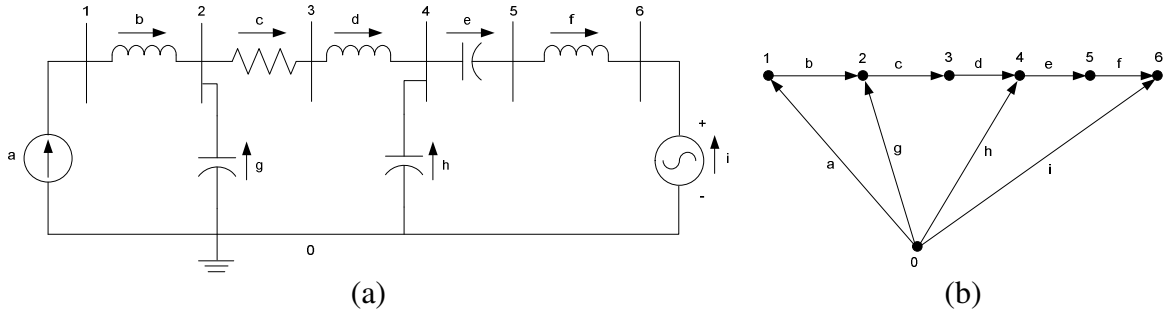


Figura 5.3 – Circuito exemplo: (a) Diagrama unifilar; (b) Grafo

5.6.2. Matriz de Incidência

Um grafo pode ser descrito matematicamente por meio da chamada *matriz de incidência completa*, $\mathbf{A}_a$. Esta matriz possui dimensão *(n+1) x m*, onde *n+1* e *m* representam o número de vértices e arestas do grafo, respectivamente. Os elementos a_{ij} de $\mathbf{A}_a$ são definidos como se segue:

$a_{ij} = 1$ → se a aresta *j* estiver saindo do vértice *i*

$a_{ij} = -1$ → se a aresta *j* estiver entrando no vértice *i*

$a_{ij} = 0$ → se a aresta *j* não incidir no vértice *i*

Assim, para o sistema exemplo da Figura 5.3, tem-se a seguinte matriz de incidência completa:

$$\mathbf{A}_a = \begin{array}{c} \\ \text{vértices} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h & i \end{array} \\ \text{Ramos} \\ \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 0 \end{array} \tag{5.70}$$

Verifica-se que a soma de todas as linhas de $\mathbf{A}_a$ resulta em uma linha nula. Esta é uma característica comum a todos os grafos, uma vez que cada coluna apresenta apenas dois elementos não-nulos, 1 e -1. Assim, existe uma dependência linear entre as linhas da matriz $\mathbf{A}_a$, que pode ser eliminada retirando-se a linha referente ao neutro do circuito (vértice 0). A matriz resultante $\mathbf{A}_f$ é denominada *matriz de incidência* ou *matriz de incidência reduzida*, de dimensão *n x m*. Portanto:

$$\mathbf{A}_f = \begin{array}{c} \\ \text{vértices} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h & i \end{array} \\ \text{Ramos} \\ \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \tag{5.71}$$

A Lei de Kirchhoff das Correntes pode ser escrita de forma sistemática a partir da matriz de incidência para um grafo arbitrário como:

$$\mathbf{A}_f \cdot \mathbf{i} = \mathbf{0} \tag{5.72}$$

onde $\mathbf{A}_f$ é a matriz de incidência e $\mathbf{i}$ é um vetor que contém as correntes correspondentes as arestas do grafo.

Estas equações definem as conexões elétricas entre os elementos, determinando a topologia da rede, e devem ser agregadas às equações da rede elétrica desenvolvidas nos itens anteriores.

5.7. Linearização das Equações da Rede Elétrica

Para possibilitar o cálculo de autovalores e a aplicação de técnicas de análise e controle linear, as equações da rede elétrica devem ser linearizadas em torno de um ponto de operação. Detalhes sobre o processo de linearização e das formas padrão para representação de sistemas lineares são apresentadas no Capítulo 7.

Tomando como exemplo as equações desenvolvidas para as linhas de transmissão e desconsiderando as grandezas de seqüência zero, obtém-se o seguinte conjunto de equações lineares na forma padrão de sistemas descritores:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{i}_{L_D} \\ \Delta\dot{i}_{L_Q} \\ \Delta\dot{v}_{C_{kD}} \\ \Delta\dot{v}_{C_{kQ}} \\ \Delta\dot{v}_{C_{mD}} \\ \Delta\dot{v}_{C_{mQ}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1-1} & a_{1-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{2-1} & a_{2-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{3-4} & 0 & 0 & a_{3-7} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{4-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{4-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{5-6} & 0 & 0 & a_{5-9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{6-5} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{6-10} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_{L_D} \\ \Delta i_{L_Q} \\ \Delta v_{C_{kD}} \\ \Delta v_{C_{kQ}} \\ \Delta v_{C_{mD}} \\ \Delta v_{C_{mQ}} \\ \Delta i_{C_{kD}} \\ \Delta i_{C_{kQ}} \\ \Delta i_{C_{mD}} \\ \Delta i_{C_{mQ}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{1-1} & 0 & b_{1-3} & 0 \\ 0 & b_{2-2} & 0 & b_{2-4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta v_{k_D} \\ \Delta v_{k_Q} \\ \Delta v_{m_D} \\ \Delta v_{m_Q} \end{bmatrix} \tag{5.73}$$

onde:

$$a_{1-1} = -\frac{R}{L} \qquad a_{1-2} = \omega_B \qquad a_{2-1} = -\omega_B \qquad a_{2-2} = -\frac{R}{L} \qquad b_{1-1} = \frac{1}{L} \qquad b_{1-3} = -\frac{1}{L}$$

$$b_{2-2} = \frac{1}{L} \qquad b_{2-4} = -\frac{1}{L} \qquad a_{3-4} = \omega_B \qquad a_{3-7} = \frac{1}{C} \qquad a_{4-3} = -\omega_B \qquad a_{4-8} = \frac{1}{C}$$

$$a_{5-6} = \omega_B \qquad a_{5-9} = \frac{1}{C} \qquad a_{6-5} = -\omega_B \qquad a_{6-10} = \frac{1}{C}$$

Por fim, deve-se proceder com a linearização das equações de Kirchhoff. Estas equações já são lineares por natureza e, portanto, deve-se apenas acrescentar a notação Δ para grandezas incrementais.

$$\mathbf{A}_f \cdot \Delta\mathbf{i} = \mathbf{0} \tag{5.74}$$

onde $\mathbf{A}_f$ é a matriz de incidência e $\Delta\mathbf{i}$ é um vetor que contém as correntes incrementais correspondentes as arestas do grafo.

Capítulo 6 FACTS

6.1. Introdução

Os sistemas elétricos de potência são, em sua maioria, constituídos por linhas de transmissão em corrente alternada (AC). O fluxo de potência em sistemas AC é determinado pelas leis de Kirchhoff e, conseqüentemente, a rede elétrica não é utilizada de forma otimizada. Além disso, as linhas de transmissão estão sujeitas a limites térmicos ou de estabilidade, que restringem o nível de potência que pode ser transmitido com segurança, criando pontos de congestionamento da transmissão na rede. Embora congestionamentos na transmissão e fluxos indesejáveis não sejam um problema recente, eles certamente se tornaram mais relevantes com o livre acesso e o comércio de energia após a reestruturação do setor elétrico. Em contrapartida, nos sistemas em corrente contínua (HVDC) o fluxo de potência é regulado através do controle das válvulas conversoras, oferecendo maior flexibilidade em relação aos sistemas em corrente alternada convencionais. Apesar do elevado custo das estações conversoras, a utilização de HVDC torna-se muito atrativa na transmissão em longas distâncias, em cabos submarinos ou na interligação entre sistemas assíncronos. A controlabilidade dos sistemas HVDC pode ser utilizada para solucionar inúmeros desafios encontrados na interligação de sistemas elétricos, com as seguintes vantagens (GRAHAM et al., 2004):

- Permite a interligação entre sistemas não compatíveis com a conexão síncrona;
- Impede fluxos indesejáveis em linhas de transmissão AC paralelas;
- Controla intercâmbios, possivelmente com sinais adicionais, para garantir que as margens de estabilidade do sistema sejam garantidas;
- Restringe os níveis de curto-circuito;
- Permite a conexão de sistemas de freqüências distintas.

A experiência obtida com a utilização de tiristores de potência e dos sistemas de controle digital nos sistemas HVDC demonstrou a viabilidade técnica e econômica destes elementos na transmissão de energia elétrica. A evolução tecnológica da eletrônica de potência associada às necessidades de mercado resultaram no

desenvolvimento de novos dispositivos semicondutores de resposta rápida para o controle de sistemas de potência AC. A esta tecnologia foi designada a nomenclatura FACTS ("*Flexible AC Transmission Systems"*). A idéia básica era tornar os sistemas AC mais flexíveis, através do controle rápido e confiável de tensão e dos fluxos de potência na rede. O conceito de FACTS foi introduzido por Narain G. Hingorani em 1988, e seus objetivos principais são:

- Controlar diretamente o fluxo de potência em rotas específicas de transmissão;
- Aumentar a capacidade de transmissão de potência das redes até seu limite térmico;
- Prover controle de emergência de forma rápida durante contingências;
- Amortecimento de oscilações eletromecânicas;

Para atingir estes objetivos, os equipamentos FACTS atuam diretamente no controle de parâmetros que governam a operação do sistema, tais como: impedâncias série, impedâncias shunt, ângulos de defasagem, etc. Existem inúmeros equipamentos desenvolvidos ou propostos que utilizam o conceito de FACTS. Estes equipamentos podem ser classificados em gerações, de acordo com a tecnologia utilizada.

A primeira geração é composta pelos equipamentos FACTS que utilizam tiristores de potência convencionais. Os principais dispositivos desta geração são:

- SVC ("*Static Var Compensator*")
- TCSC ("*Thyristor Controlled Series Capacitor*")
- Defasador ("*Phase-Shifter*")

A segunda geração é composta por equipamentos que utilizam tiristores do tipo IGBT (*"Insulated Gate Bipolar Transistor"*) ou GTO (*"Gate Turn Off Thyristor"*). Como exemplo, pode-se destacar:

- STATCOM ("*Static Synchronous Compensator*")
- SSSC ("*Static Synchronous Series Compensator*")

A terceira geração de equipamentos FACTS é composta pela integração de equipamentos série e paralelo em uma mesma linha de transmissão. Como exemplo, temos o UPFC ("*Unified Power Flow Controller*"), resultado da combinação do SSSC e do STATCOM.

Além dos equipamentos FACTS mencionados acima, o dispositivo NGH, desenvolvido por HINGORANI (1981a) para o amortecimento de oscilações subsíncronas, também é considerado como um integrante da família FACTS. O princípio de operação deste dispositivo é apresentado com mais detalhes no item 9.6.6.

Nos próximos itens serão apresentados os princípios de funcionamento e os principais elementos dos sistemas de controle dos principais dispositivos da primeira geração de equipamentos FACTS: o Compensador Estático de Reativos (SVC) e o Capacitor Série Controlado a Tiristores (TCSC).

6.2. SVC

Segundo o IEEE, o SVC é definido como um dispositivo shunt sem partes girantes que gera ou absorve potência reativa cuja saída é ajustada para produzir corrente indutiva ou capacitiva de forma a controlar parâmetros específicos do sistema elétrico de potência (normalmente a tensão de um barramento). O SVC foi concebido inicialmente para aplicações industriais, como o controle de *flicker* (oscilações rápidas de tensão) e para regulação de tensão na presença de fornos a arco ou durante a partida de grandes motores. Posteriormente, os compensadores estáticos passaram a ser utilizados em sistemas de potência. Atualmente, existem cerca de doze SVC's no sistema elétrico brasileiro, com maior concentração nas regiões Centro-Oeste e Nordeste. O SVC é utilizado principalmente em situações onde existe a necessidade de um controle rápido e contínuo de potência reativa, sendo aplicado principalmente para atingir os seguintes objetivos:

- Controle de sobretensões temporárias à freqüência industrial;
- Prevenção de colapso de tensão;
- Melhora na estabilidade transitória e à pequenas perturbações;
- Amortecimento de oscilações subsíncronas;

- Redução de desbalanços de tensão e corrente.

Para ser eficiente no amortecimento de oscilações eletromecânicas de baixa freqüência, sinais adicionais devem ser aplicados ao regulador de tensão do SVC, de maneira semelhante aos PSS's utilizados em reguladores de tensão dos geradores síncronos.

O SVC é um dos elementos integrantes de um Sistema Estático de Reativos (SER), podendo estar associado a elementos chaveados mecanicamente, cujas saídas são coordenadas. Um SER ideal comporta-se de forma equivalente a um conjunto conectado em derivação, composto por um reator ajustável em paralelo com um capacitor também ajustável, ambos com capacidade ilimitada, conforme ilustrado na Figura 6.1.

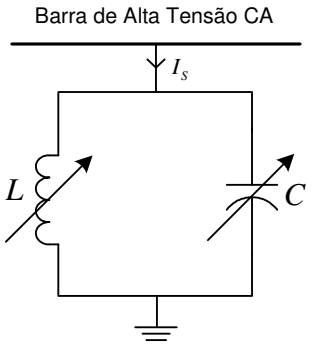


Figura 6.1 – Representação de um Sistema Estático de Reativos ideal

Em sistemas de compensação reativa práticos, os reatores e capacitores não possuem capacidade de absorção/geração de potência reativa ilimitada e, por isso, o SER é capaz de manter a tensão da barra controlada dentro de uma determinada faixa. Nos arranjos mais comuns, os capacitores podem ser fixos (FC – *"Fixed Capacitor"*) ou chaveáveis a tiristores (TSC – *"Thyristor Switched Capacitor"*), provendo compensação constante ou com variação discreta. Da mesma forma, o SVC pode conter reatores fixos (FR – *"Fixed Reactor"*) ou chaveáveis a tiristores (TSR – *"Thyristor Switched Reactor"*). O elemento mais importante do SVC é o Reator Controlado a Tiristores (TCR – *"Thyristor Controlled Reactor"*), responsável pelo controle contínuo da potência reativa do SVC, através do controle do ângulo de disparo das válvulas tiristorizadas. O próximo item descreve o princípio de operação e as principais características do TCR.

6.2.1. Reator Controlado a Tiristores (TCR)

Um reator controlado a tiristores (TCR) monofásico elementar é ilustrado na Figura 6.2. O TCR é constituído por um reator fixo de indutância *L* em série com uma chave

tiristorizada bidirecional *sw*. Na prática, a válvula tiristorizada é constituída por vários tiristores (tipicamente de 10 a 20) conectados em série para atender as restrições de isolamento para um determinado nível de potência. Uma válvula tiristorizada é disparada pela aplicação simultânea de um pulso no terminal de gatilho ("*gate*") de todos os tiristores de mesma polaridade. A válvula é bloqueada sempre que a corrente AC passar por zero (bloqueio natural), até que o pulso de gatilho seja reaplicado.

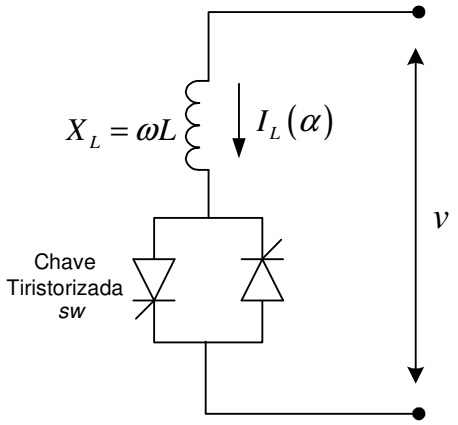


Figura 6.2 – Elementos básicos do reator controlado a tiristores (TCR)

A corrente no reator, $i_L(\alpha)$, pode ser controlada desde zero (válvula bloqueada) até um valor máximo (válvula conduzindo) através do controle do ângulo de disparo, α. Este ângulo representa o atraso no disparo da válvula e é medido em relação ao cruzamento por zero da tensão aplicada ao TCR, v, em cada semi-ciclo. A Figura 6.3 apresenta as formas de onda da tensão aplicada e da corrente no TCR para diferentes valores de α.

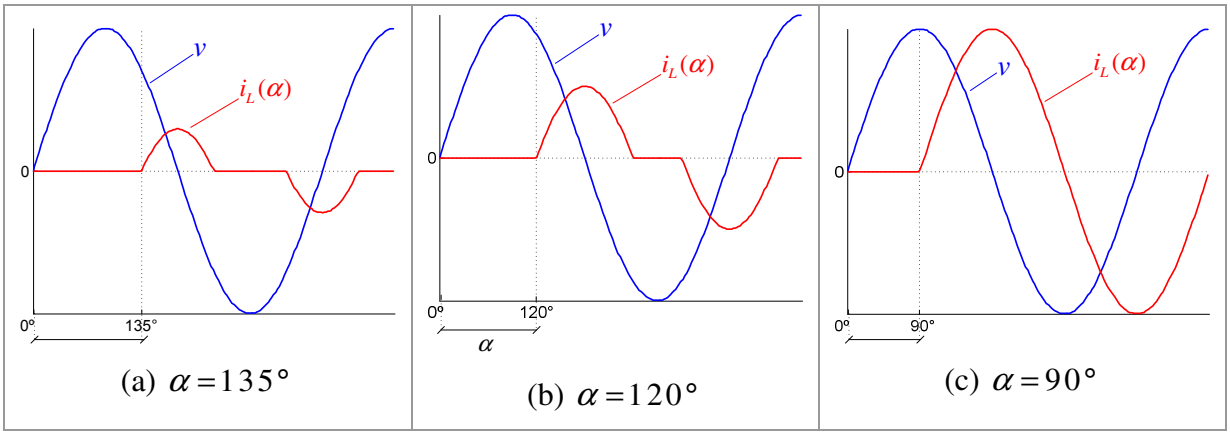


Figura 6.3 – Corrente no TCR para diferentes ângulos de disparo

Quando $\alpha = 90°$, os tiristores são disparados no pico da tensão aplicada, conduzindo por todo o semi-ciclo, resultando em uma corrente essencialmente senoidal e reativa. Para α entre 90° e 180°, a condução é parcial e a componente fundamental da corrente

no TCR, $i_{LF}(\alpha)$, reduz com o aumento do ângulo de disparo. Isto equivale a aumentar a reatância efetiva do TCR, reduzindo a corrente e potência reativa absorvidas. Desta forma, conclui-se que o TCR se comporta como uma susceptância controlável.

Se a tensão aplicada ao TCR, $v(t)$, for expressa por:

$$v(t) = V \operatorname{sen} \omega t \tag{6.1}$$

A corrente instantânea no TCR é obtida por integração, resultando na equação (6.2), mostrada a seguir:

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{V}{\omega L}\left(\cos \omega t - \cos \alpha\right) && \alpha \le \omega t \le \alpha + \sigma \\ i_L(t) &= 0 && \pi/2 \le \omega t \le \alpha \text{ e } \alpha + \sigma \le \omega t \le \pi \end{aligned} \tag{6.2}$$

onde σ representa o ângulo de condução do TCR.

Pela Figura 6.3, verifica-se que o período de condução, representado pelo ângulo de condução, σ, é controlado diretamente pelo ângulo de disparo. O ângulo de condução pode ser determinado pela equação (6.3), dada a seguir:

$$\sigma = 2 \cdot (\pi - \alpha) \tag{6.3}$$

A amplitude da corrente fundamental do TCR, $I_{LF}(\alpha)$, é obtida através da análise de Fourier e pode ser expressa por:

$$I_{LF}(\alpha) = \frac{V}{\omega L}\left(2 - \frac{2}{\pi}\alpha - \frac{1}{\pi}\operatorname{sen} 2\alpha\right) \tag{6.4}$$

A Figura 6.4 apresenta um gráfico da amplitude da corrente fundamental do TCR, $I_{LF}(\alpha)$, normalizada em relação à corrente máxima $(V/\omega L)$ em função do ângulo de disparo, α.

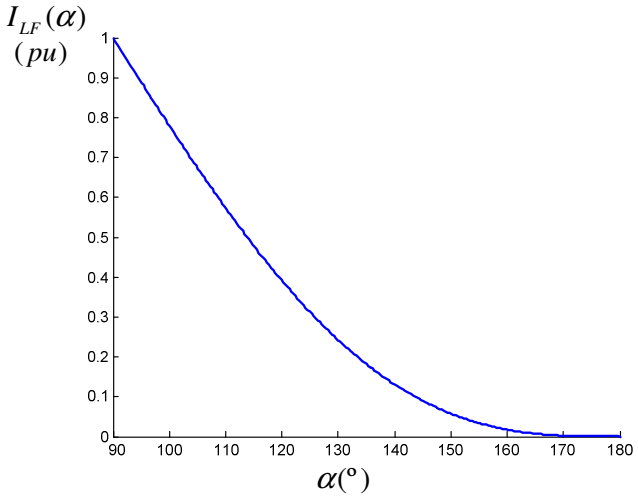


Figura 6.4 – Amplitude da corrente fundamental do TCR normalizada em função do ângulo de disparo

De forma análoga, a susceptância efetiva do TCR, $B_L(\alpha)$, pode ser determinada diretamente a partir da equação (6.4), ou seja:

$$B_L(\alpha) = \frac{1}{\omega L}\left(2 - \frac{2}{\pi}\alpha - \frac{1}{\pi}\operatorname{sen} 2\alpha\right) \tag{6.5}$$

Uma vez que as correntes resultantes do processo de chaveamento no TCR são em geral não-senoidais, serão originadas componentes harmônicas na corrente. Supondo que os semi-ciclos positivo e negativo das correntes produzidas sejam idênticos, somente harmônicos de ordem ímpar serão originados. As amplitudes destes harmônicos em função do ângulo α, para o caso de aplicação de tensão senoidal pura, podem ser expressas pela seguinte expressão:

$$I_{Ln}(\alpha) = \frac{V}{\omega L}\frac{4}{\pi}\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha\cos(n\alpha) - n\cos\alpha\operatorname{sen}(n\alpha)}{n(n^2-1)}\right) \tag{6.6}$$

onde $n = 2k+1$, $k = 1,2,3,\ldots$

A amplitude das componentes harmônicas calculadas pela equação (6.6), expressas em percentual da corrente fundamental máxima, são mostradas no gráfico da Figura 6.5 em função do ângulo de disparo.

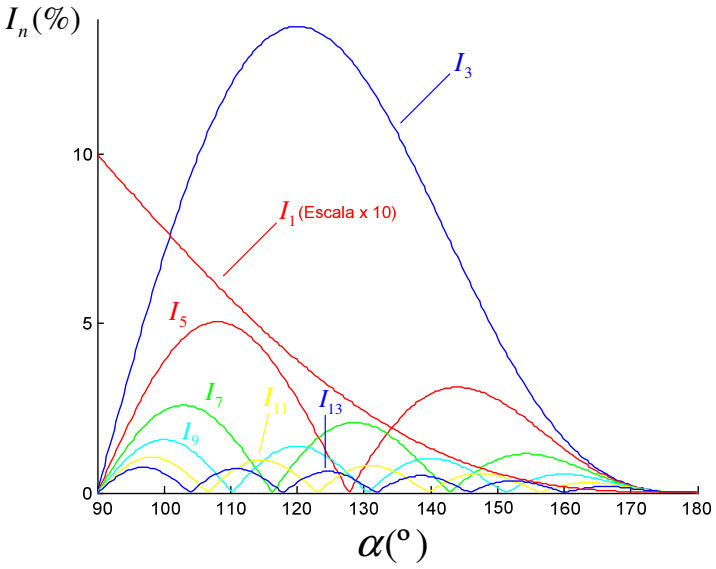


Figura 6.5 – Amplitude relativa das componentes harmônicas na corrente do TCR e função do ângulo de disparo

Inúmeras técnicas são utilizadas para a supressão dos harmônicos indesejáveis produzidos pelo TCR, impedindo que sejam propagadas para o sistema de potência. Usualmente, as três fases do TCR são conectadas em delta para suprimir as correntes harmônicas de ordem *3p+3*, onde *p=0,1,2,3,...* (3°, 9°, 15°, 21°, 27°, etc.). Pode-se mostrar que estes harmônicos estão em fase nos três ramos e circulam no interior do delta, não sendo propagados para o sistema (MATHUR e VARMA, 2002). Filtros sintonizados nas freqüências referentes ao 5°e 7° harmônicos são normalmente conectados em paralelo com o TCR. Em alguns casos, filtros para o 11° e 13° harmônicos ou um simples filtro passa-alta também são instalados.

6.2.2. SVC do tipo Capacitor Fixo - Reator Controlado a Tiristores

O tipo de SVC encontrado com maior freqüência nos sistemas de potência é constituído por uma associação de capacitores fixos em paralelo com um reator controlado a tiristores (FC-TCR), conforme ilustrado na Figura 6.6. A corrente no reator é variada através do controle do ângulo de disparo da válvula tiristorizada, conforme ilustrado no item anterior. A potência reativa fixa fornecida pelo capacitor, Q_C, é subtraída do da potência reativa absorvida pelo TCR, Q_L, totalizando o montante de potência reativa líquido solicitado, Q. Na prática, os capacitores são substituídos por filtros, compostos por circuitos RLC, com a capacidade de geração de potência reativa requerida,

sintonizados em freqüências específicas para atenuar os harmônicos dominantes produzidos pelo TCR.

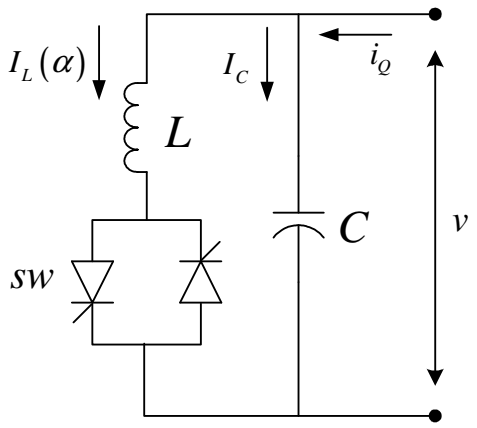


Figura 6.6 – Elementos básicos do SVC do tipo FC-TCR

A máxima geração de potência reativa é obtida bloqueando o TCR, o que equivale a fazer $\alpha = 180º$. Reduzindo o ângulo de disparo, a corrente no TCR é aumentada, reduzindo a potência reativa gerada pelo SVC. Existe um determinado valor de α em que a potência reativa absorvida pelo TCR se iguala à potência reativa gerada pelo FC, resultando em saída líquida nula no SVC. Supondo que a potência nominal do reator seja superior a do capacitor, reduções adicionais em α fazem com que a saída líquida do SVC passe a ser indutiva, determinada pela diferença entre as potências reativas do TCR e do FC. Com $\alpha = 90º$, o TCR conduz por todo o semi-ciclo, resultando na máxima absorção de potência reativa pelo SVC.

A curva característica estática da tensão versus corrente (V/I) para este tipo de SVC é obtida através da composição das curvas características individuais do TCR e do FC, conforme ilustrado na Figura 6.7.

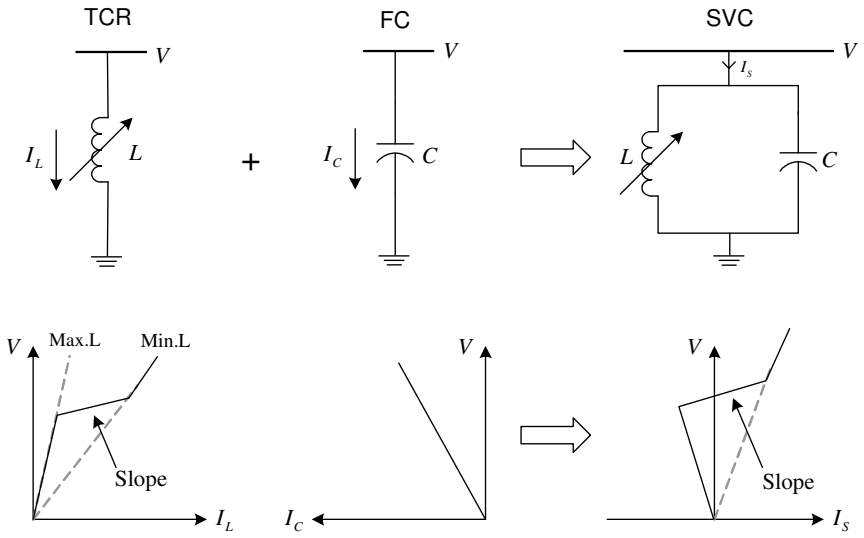


Figura 6.7 – Curva característica estática V/I de um SVC do tipo FC+TCR real

A Figura 6.8 apresenta um diagrama de blocos apresentando a estrutura básica do sistema de controle de um SVC do tipo FC-TCR, incorporando as malhas de regulação de tensão e de controle do ângulo de disparo do TCR.

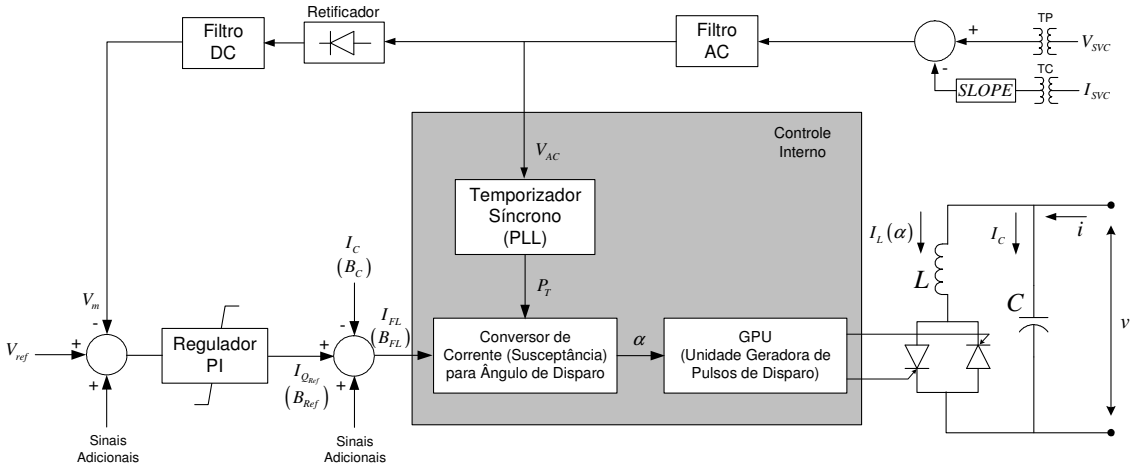


Figura 6.8 – Funcionamento do sistema de controle do SVC do tipo FC-TCR

Os sinais instantâneos de tensão e corrente AC, V_{SVC} e I_{SVC}, são medidos a partir de TP's e TC's, respectivamente. Eles podem ser obtidos dos terminais do SVC ou da barra de alta do transformador elevador do SVC. Os filtros AC são utilizados para eliminar componentes de freqüência correspondentes a possíveis ressonâncias paralelas no sistema vista pelos terminais do SVC. Por exemplo, a capacitância das linhas em paralelo com a capacitância do SVC pode resultar em ressonância paralela com a indutância série da linha. O regulador de tensão do SVC tem a tendência de instabilizar este modo de oscilação. Na verdade, qualquer modo de ressonância paralela com

freqüência inferior a do segundo harmônico pode interagir de maneira adversa com o regulador de tensão do SVC, sendo utilizados filtros para solucionar este problema.

O sinal resultante, V_{AC}, é então retificado e filtrado. Os filtros DC incluem um filtro passa-baixa (para eliminar o *ripple*) e filtros *notch*, sintonizados na freqüência fundamental e de segundo harmônico. Estes filtros são necessários uma vez que a presença destas componentes alternadas no sinal retificado pode resultar em interação harmônica adversa, levando a saturação assimétrica do transformador do SVC, e provocando distorções acentuadas em sua tensão terminal (MATHUR e VARMA, 2002). A tensão retificada e filtrada, V_m, é então comparada a um valor de referência, V_{ref}, e o sinal de erro é aplicado à entrada de um regulador de tensão do tipo proporcional-integral (PI), cuja função é manter constante a tensão controlada do SVC.

Os sinais adicionais presentes na Figura 6.8 referem-se a quaisquer funções suplementares atribuídas ao controle do SVC, como por exemplo, sinais utilizados para o amortecimento de oscilações eletromecânicas.

O controle do ângulo de disparo do TCR em um SVC do tipo FC-TCR deve realizar quatro funções básicas, descritas nos parágrafos seguintes.

A primeira função é realizada normalmente por um dispositivo conhecido como *PLL* (*"Phase-Locked Loop"*), responsável pela geração de pulsos sincronizados em relação à tensão AC aplicada ao SVC. Em resumo, o PLL funciona como um *sincronizador* para o controle do SVC.

A segunda função consiste em um conversor de corrente reativa (ou susceptância) para ângulo de disparo. Esta função pode ser realizada através da implementação de um circuito que compute a relação matemática entre a amplitude da corrente fundamental do TCR, $I_{LF}(\alpha)$, e o ângulo α, definida pela equação (6.4). Um forma de desempenhar esta função consiste em utilizar um gerador de funções que produza a cada semi-ciclo um sinal elétrico que represente a relação entre α e $I_{LF}(\alpha)$. O instante real do disparo é então determinado por um simples circuito temporizador, medindo α em relação ao cruzamento da tensão AC por zero.

A terceira função consiste na determinação do valor solicitado para a corrente fundamental do TCR, I_{FL}, obtido através da diferença entre a corrente reativa total solicitada ao SVC, $I_{Q_{Ref}}$, e a corrente no capacitor, I_C. De forma equivalente, pode-se adotar valores de susceptância ao invés de valores de corrente.

A quarta função consiste na produção dos pulsos de disparo dos tiristores do TCR. Isto é obtido através de um circuito denominado *unidade geradora de pulsos de disparo* (GPU – "*Gate Pulse Unit*"), responsável pela aplicação dos pulsos de corrente necessários no terminal de gatilho para fazer com que os tiristores entrem em condução em resposta ao sinal de saída vindo do conversor de corrente reativa para ângulo de disparo.

6.3. TCSC

O TCSC é um dispositivo não-linear, composto por uma associação de capacitores série em paralelo com um reator controlado a tiristores (TCR), conforme mostrado na Figura 6.9. A reatância do reator normalmente situa-se em uma faixa de 12 a 18% do valor da reatância do banco de capacitores série. A idéia básica consiste em fornecer uma reatância capacitiva série variável de forma contínua através do controle do ângulo de disparo da válvula tiristorizada do TCR. Conforme visto no item 6.2.1, o TCR se comporta de forma similar a uma susceptância variável à freqüência fundamental.

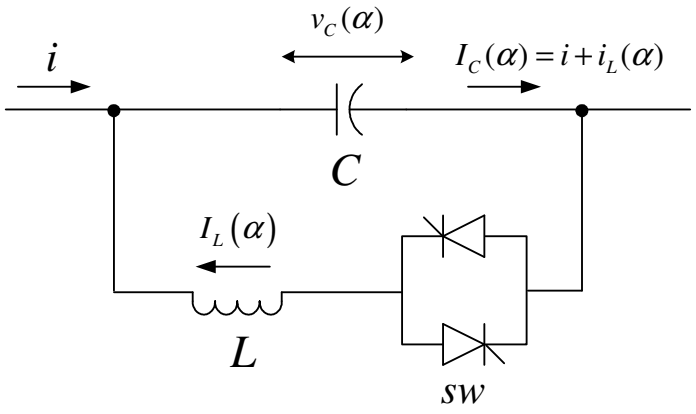


Figura 6.9 - Elementos básicos do TCSC

O TCSC vem sendo utilizado para diversas finalidades, dentre as quais destacam-se:

- Controle do fluxo de potência em rotas específicas;

- Melhora na estabilidade transitória;
- Amortecimento de oscilações de baixa freqüência;
- Amortecimento de oscilações subsíncronas;
- Melhora na estabilidade de tensão.

No Brasil, o TCSC foi a solução encontrada para eliminar a restrição técnica relativa às oscilações interárea sustentadas oriundas da interligação entre os subsistemas Norte/Nordeste e Sul/Sudeste/Centro-Oeste (GAMA et al., 1997). O primeiro circuito da interligação Norte-Sul entrou em operação em 1999 equipado com dois TCSC's, um na subestação de Imperatriz (Eletronorte) e outro na subestação de Serra da Mesa (Furnas). O segundo circuito entrou em operação em 2004 e, assim como o primeiro, conta com TCSC's nas duas extremidades. Não há previsão para a instalação de novos TCSC's após a entrada do terceiro circuito desta interligação.

6.3.1. Princípio de Funcionamento

Pela Figura 6.9, a reatância à freqüência fundamental do TCSC equivale a um circuito LC em paralelo, constituído por uma reatância capacitiva fixa, X_C, e uma reatância indutiva variável, $X_L(\alpha)$, que é função do ângulo de disparo, α:

$$X_{TCSC}(\alpha) = \frac{X_C X_L(\alpha)}{X_L(\alpha) - X_C} \tag{6.7}$$

onde $X_L(\alpha)$ pode ser calculada a partir de (6.5):

$$X_L(\alpha) = X_L \frac{\pi}{2\pi - 2\alpha - \text{sen}(2\alpha)} \tag{6.8}$$

onde $X_L = \omega L$ e α é o ângulo de disparo, medido em relação ao cruzamento da tensão AC por zero.

A partir das equações (6.7) e (6.8), pode-se traçar o gráfico da reatância fundamental do TCSC, $X_{TCSC}(\alpha)$, em função do ângulo de disparo α, mostrado na Figura 6.10.

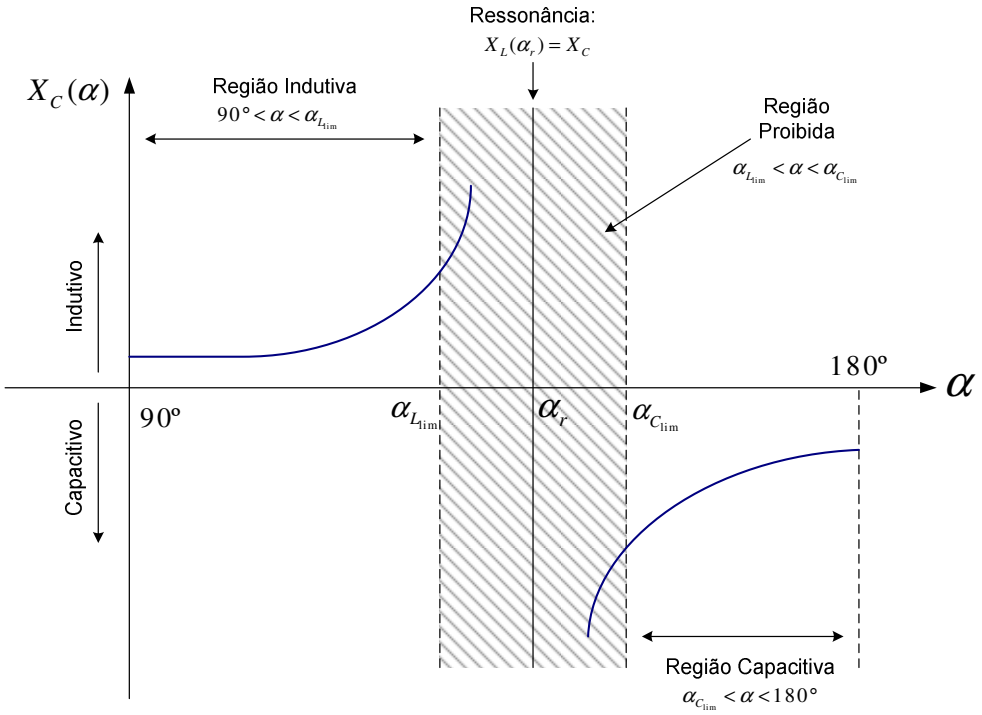


Figura 6.10 – Reatância fundamental do TCSC em função do ângulo de disparo

Verifica-se que o circuito é ressonante para um determinado ângulo de disparo, α_r, no qual $X_L(\alpha_r) = X_C$. Nesta condição, a reatância fundamental do TCSC torna-se infinita, $X_{TCSC}(\alpha_r) = \infty$. Para valores de α superiores a α_r, a reatância fundamental do TCSC, $X_{TCSC}(\alpha)$, é capacitiva. A reatância mínima do TCSC na faixa capacitiva é obtida quando $\alpha = 180°$, $X_{TCSC,\min} = X_C$. Para valores de α inferiores a α_r, a reatância fundamental do TCSC se torna indutiva. A reatância mínima do TCSC na faixa indutiva é obtida quando $\alpha = 90°$, e vale $X_L X_C / (X_L - X_C)$. Na região próxima a α_r, pequenas variações no ângulo de disparo resultam em mudanças drásticas na reatância do TCSC, podendo tornar o controle instável. Desta forma, a operação do controle de ângulo de disparo deve ser limitada na faixa $90° \le \alpha \le \alpha_{L_{lim}}$ para a região indutiva e $\alpha_{C_{lim}} \le \alpha \le 180°$ para a região capacitiva, conforme mostrado na Figura 6.10.

O comportamento em regime permanente do TCSC descrito nos parágrafos anteriores supõe que a tensão aplicada ao TCR e a corrente são senóides puras de freqüência fundamental. Este modelo é útil para compreender o funcionamento básico do TCSC. No entanto, em um TCSC, a tensão e a corrente possuem harmônicos. A interação entre o capacitor e o TCR modifica a tensão sobre o TCSC em relação à forma de onda senoidal definida pela corrente na linha. Por simplicidade, assume-se que corrente na

linha é uma senóide pura, havendo harmônicos apenas nas tensões, que surgem devido à presença do TCR. Assim, considera-se que o TCR está conectado a uma fonte de corrente senoidal. Uma análise cuidadosa desta interação deve ser realizada para compreender o comportamento dinâmico do TCSC, particularmente em altas freqüências.

Assumindo que, inicialmente, a válvula *sw* esteja aberta, a corrente da linha, i, produz uma tensão, v_{C0}, sobre o capacitor série, conforme ilustrado na Figura 6.11(a). Suponhamos que a válvula seja ligada em um ângulo α medido em relação à passagem por zero da tensão sobre o capacitor. Neste instante, a tensão sobre o capacitor é negativa, a corrente na linha é positiva e, portanto, carrega o capacitor positivamente. No momento de fechamento da chave *sw*, dois eventos independentes ocorrem: o primeiro é que a corrente na linha, sendo constante, continua a carregar o capacitor. O outro é que, quando a válvula é disparada, o capacitor será descarregado parcialmente através do circuito LC ressonante formado pelo TCR e pelo capacitor (este segundo evento assume que $X_L < X_C$). Esta inversão dá origem a uma componente DC na tensão sobre o capacitor para o próximo semi-ciclo (positivo), conforme ilustrado na Figura 6.11(b).

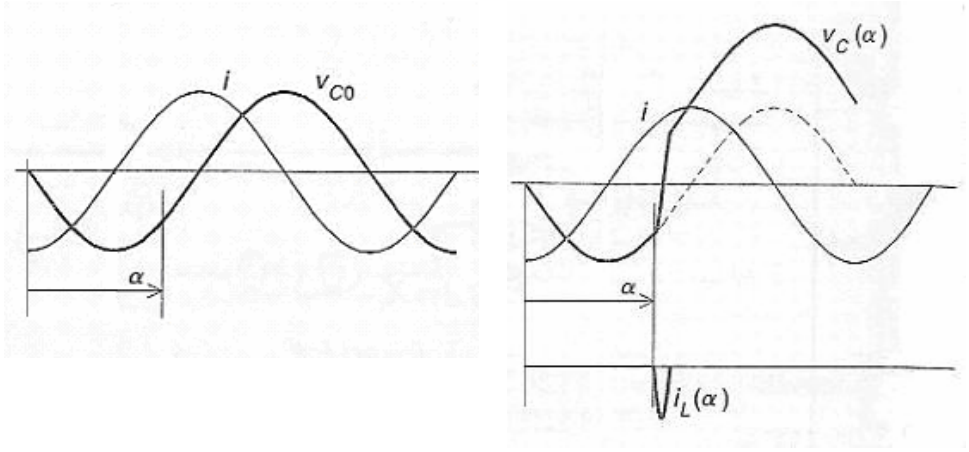


Figura 6.11 – (a) Corrente de linha e a respectiva tensão no capacitor série, v_{C0}, quando a chave *sw* está aberta; (b) Tensão resultante sobre o capacitor e a corrente correspondente no TCR

No próximo semi-ciclo (negativo), a componente DC pode ser invertida mantendo-se o mesmo ângulo de disparo, de modo que a forma de onda da tensão sobre o capacitor seja simétrica, conforme ilustrado na Figura 6.12. Na figura são mostradas as formas de

onda de corrente e tensão, supondo que o TCSC esteja operando na região capacitiva. O aumento na tensão sobre o capacitor para uma determinada corrente de linha é visto pelo sistema de transmissão como um aumento aparente na reatância capacitiva pela atuação das válvulas tiristorizadas. Através da variação do ângulo de disparo, o nível de amplificação ("*boost*") pode ser controlado continuamente. A razão entre a reatância aparente do TCSC e a reatância física do capacitor série é denominada *fator de amplificação* ("*boost factor*"), k_B.

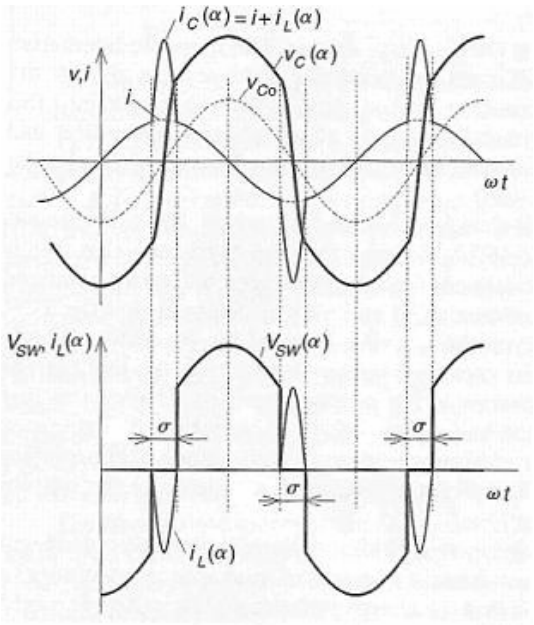


Figura 6.12 – Forma de onda da tensão e corrente sobre o capacitor (acima) juntamente com a forma de onda da tensão e corrente sobre o TCR em regime permanente

Quando a válvula é disparada, um pulso de corrente circula através dos tiristores. Assumindo que as perdas são nulas, a inversão da tensão sobre o capacitor ocorre exatamente durante o período de condução da válvula, conforme ilustrado na Figura 6.13. Do ponto de vista do sistema de potência, o nível de amplificação da tensão sobre o capacitor é de particular interesse, e não a forma de onda exata. A Figura 6.13 mostra que o mesmo nível de amplificação pode ser obtido a partir de uma forma de onda aproximada que considera que a inversão da tensão sobre o capacitor ocorre instantaneamente e no meio do período de condução. Pode-se concluir que a tensão sobre o capacitor pode ser descrita adequadamente se os instantes destas inversões instantâneas forem conhecidos. Esta hipótese é a idéia básica por trás de uma estratégia de controle conhecida como SVR ("*Synchronous Voltage Reversal*") (ÄNGQUIST et al., 1996). A partir do controle dos instantes destas inversões, é possível atribuir ao

TCSC uma característica indutiva bem definida na faixa de freqüência subsíncrona, tornando-o imune a RSS.

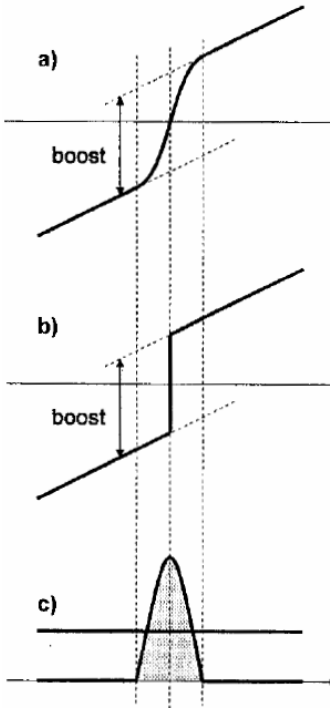


Figura 6.13 – Inversão de tensão sobre o capacitor: (a) Forma de onda real; (b) Forma de onda aproximada (inversão instantânea); (c) Correntes na linha e no TCR

Referindo-se à Figura 6.10, o TCSC apresenta um comportamento indutivo para ângulos de disparo inferiores a α_r. A operação do TCSC na região de boost indutivo é utilizada para limitar a corrente de curto-circuito e com benefícios para a estabilidade transitória.

É importante notar que o valor da impedância do reator do TCR não altera significativamente as características do TCSC, uma vez que é consideravelmente pequena em relação à impedância do capacitor. No entanto, algumas considerações práticas devem ser analisadas em seu dimensionamento, de forma a atender alguns requisitos que podem ser conflitantes. Por um lado, um X_L pequeno é vantajoso no controle da inversão da tensão sobre o capacitor (importante no controle da ressonância subsíncrona, como será visto adiante). Além disso, facilita a operação de by-pass do TCSC durante faltas no sistema. Por outro lado, um X_L muito pequeno aumenta a amplitude dos harmônicos de corrente produzidos pelo TCR e, conseqüentemente, aumenta a amplitude dos harmônicos da tensão sobre o capacitor, que são injetados no

sistema. Também reduz a faixa permissível para o controle do ângulo de disparo, tornando o ajuste dos parâmetros dos controladores mais difícil. Por fim, também aumenta a amplitude dos pulsos de corrente de curta-duração na válvula tiristorizada, tornando necessário o aumento da capacidade nominal do reator.

6.3.2. Estrutura Básica do Controle do TCSC

A estrutura do controle do TCSC deve levar em consideração alguns requisitos de desempenho, os quais são influenciados pela resposta do controle em períodos de tempo distintos. É natural que a performance dinâmica do TCSC para freqüências na faixa subsíncrona seja fortemente influenciada pela estratégia utilizada no controle do disparo dos tiristores, conforme visto no item anterior. Desta forma, é desejável que o controle interno torne o TCSC imune à ressonância subsíncrona, independente dos parâmetros do sistema de potência. Em alguns casos, esta pode ser a principal razão da sua instalação. O controle interno do TCSC permite que ele funcione como uma reatância variável, e pode ser implementado de forma que sua impedância aparente seja indutivo-resistiva em toda a faixa subsíncrona. No entanto, o TCSC não deve apresentar esta característica à freqüência fundamental, uma vez que deve ser capaz de compensar a reatância indutiva da linha de transmissão ao qual está conectado. Desta forma, uma segunda malha de controle é implementada, em um nível superior ao do controle interno. A possibilidade de controlar a reatância aparente fundamental do TCSC pode ainda ser utilizada para melhorar a performance dinâmica do sistema. A referência para o controle interno é fornecida por uma terceira malha de controle, também chamado de controle externo ou sistêmico, cuja função é atuar nesta reatância variável, de forma a atender uma estratégia de controle específica para o sistema de potência. Este controle externo, cuja atuação é mais lenta, atende necessidades específicas para cada aplicação, podendo exercer funções relacionadas ao controle de fluxo de potência, amortecimento de oscilações eletromecânicas, etc.

O controle externo recebe sinais de tensão no TCSC e/ou corrente na linha para gerar sinais de realimentação para exercer funções de controle em malha fechada. Também pode receber comandos remotos provenientes de centros de operação para alterar os valores de referência. As principais funções de controle em um TCSC são apresentadas a seguir:

Controle de Intercâmbio

O TCSC pode ser utilizado no controle de intercâmbio através do ajuste da ordem de reatância (reatância de referência), de forma a atender a solicitação de fluxo de potência demandada pelo sistema. Esta ação de controle pode ser realizada manualmente ou por uma malha de controle de ação lenta. Uma forma simples consiste em utilizar um controle de corrente em malha fechada, no qual a corrente medida é comparada à uma corrente de referência (determinada pela solicitação de potência). Uma abordagem interessante consiste em manter constante o fluxo de potência nas linhas paralelas a qual o TCSC está instalado. Esta estratégia equivale a manter a diferença angular sobre a linha constante (Controle de Ângulo Constante). Ambas as abordagens podem ser implementadas através de controladores do tipo proporcional-integral (PI), possivelmente em conjunto com compensadores dinâmicos para melhorar o desempenho transitório.

Controle de Amortecimento de Oscilações Eletromecânicas

Esta função de controle é realizada através da modulação da reatância do TCSC em resposta a sinais de controle apropriados derivados de medições locais. O objetivo é amortecer oscilações eletromecânicas de baixa freqüência, na faixa de 0,2 a 2 Hz, aproximadamente. Um dos sinais que é facilmente acessível e utilizado com freqüência é a amplitude da corrente ou fluxo de potência na linha.

Controle de Estabilidade Transitória

Esta função é exercida por um controle discreto e atua durante grandes perturbações no sistema. A referência para o controle interno é um sinal solicitando a máxima compensação capacitiva durante a primeira oscilação (0,2 a 2 segundos), na qual os geradores estão acelerando, após uma grande perturbação.

Amortecimento de Oscilações Subsíncronas

A presença do TCSC em controle de reatância é geralmente suficiente para amortecer oscilações subsíncronas causadas por interação torcional. No entanto, um controle de amortecimento suplementar pode ser necessário quando a linha contém um montante significativo de compensação fixa. O sinal de controle é baseado no sinal de velocidade

de turbogeradores remotos e pode ser obtido através de telemedição ou sintetizado a partir de medições de tensão e corrente locais.

A Figura 6.14 apresenta um diagrama de blocos ilustrando a estrutura básica do sistema de controle do TCSC em modo de controle de corrente e com PLL de corrente. A corrente na linha é medida através de transformadores de corrente (TC) e filtrada pra produzir a componente fundamental utilizada para sincronização, I_{AC}. Este sinal é então retificado e novamente filtrado, resultando na corrente I_m. Esta corrente é comparada com um valor de referência, I_{ref}, e o sinal de erro é aplicado ao regulador de corrente do TCSC, cuja função é manter a corrente através do dispositivo constante. Os sinais adicionais ilustrados na figura referem-se a funções suplementares atribuídas ao controle do TCSC. A saída do regulador fornece um valor de reatância de referência para o controle interno do TCSC, X_{ref}. O funcionamento do controle interno do TCSC é semelhante ao do SVC, com pequenas diferenças. O PLL é responsável pela geração de pulsos sincronizados com a corrente fundamental na linha. O ângulo de disparo, α, é então determinado a partir do valor de X_{ref} através de um conversor de reatância para ângulo de disparo. Por fim, tem-se a unidade geradora de pulsos de disparo (GPU), responsável pela aplicação dos pulsos de corrente necessários no terminal de gatilho para fazer com que os tiristores entrem em condução.

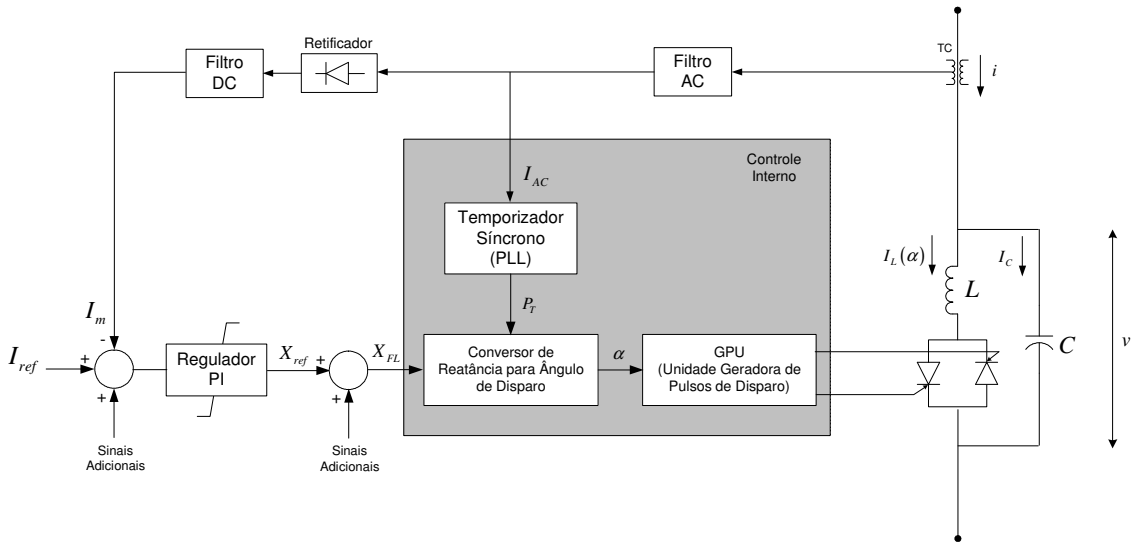


Figura 6.14 - Funcionamento do sistema de controle do TCSC em modo de controle de corrente

6.4. Modelagem de Equipamentos FACTS para Estudos de Oscilações Subsíncronas

Nos modelos de equipamentos FACTS utilizados em estudos de desempenho dinâmico à freqüência fundamental, a dinâmica referente ao disparo dos tiristores geralmente é representada por funções lineares simplificadas. Esta aproximação é adequada para estudos desta natureza, uma vez que as constantes de tempo envolvidas nos chaveamentos são muito pequenas (PASERBA et al., 1995). Entretanto, quando a análise de fenômenos que envolvem freqüências mais elevadas é necessária, tais modelos não são mais válidos. Nestes casos, modelos mais sofisticados, que representem detalhadamente o processo de chaveamento dos tiristores, incluindo a ação do controle interno e do PLL, tornam-se necessários. Esta não é uma tarefa trivial, uma vez que o disparo dos tiristores é uma função variante no tempo, envolvendo variáveis contínuas e discretas, sendo necessária a utilização de técnicas sofisticadas para lidar com esse problema.

Simulações no domínio do tempo utilizando programas do tipo EMTP (*"Electromagnetic Transients Programs"*) constituem uma ferramenta útil no estudo de oscilações subsíncronas envolvendo dispositivos FACTS (ZHU et al., 1995, TENÓRIO e GAMA, 1999). Apesar desta técnica de análise permitir uma representação detalhada e precisa dos componentes, ela apresenta algumas limitações, tais como o elevado tempo de processamento, dificuldade na interpretação de resultados e na otimização do ajuste dos controladores, etc.

Uma abordagem simplificada é utilizada no método de *torque por unidade de velocidade*, capaz de estimar os amortecimentos modais na presença de dispositivos chaveáveis. Este método foi estendido por RAJARAMAN e DOBSON (1996b), mas ainda requer simulações no domínio do tempo (apenas para a parte elétrica do sistema).

Uma técnica mais precisa empregando modelos analíticos foi desenvolvida utilizando modelos de amostragem ("*sample-data models*"). Através da amostragem de todos os estados do sistema uma vez por ciclo de chaveamento, obtém-se um modelo de amostragem cuja linearização fornece informação precisa sobre a estabilidade a pequenas perturbações (RAJARAMAN et al., 1996a). Apesar de preciso, este modelo torna-se impraticável quando sistemas de grande porte são avaliados, em virtude da

necessidade de um modelo de amostragem do sistema completo. Um artifício mais prático consiste em desenvolver um modelo de amostragem apenas para o equipamento FACTS, como apresentado em (OTHMAN e ÄNGQUIST, 1996) para o caso do TCSC.

Em (GOMES JR. et al., 2006b), é desenvolvido um modelo de SVC destinado à análise linear de oscilações subsíncronas, harmônicos, interações adversas entre equipamentos FACTS e a rede elétrica, etc. O modelo é baseado na teoria de fasores dinâmicos (MATTAVELLI et al., 1999), que permite a transformação de um sistema de equações não-lineares variantes no tempo em um conjunto de equações não-lineares invariantes no tempo (LTI). Neste modelo, o efeito da dinâmica do PLL é incluído e os ângulos de disparo e condução são adequadamente tratados como variáveis do problema. A modelagem adotada possibilita a obtenção de modelos lineares e analíticos formados por equações algébricas e diferenciais (sistema descritor), enquanto uma representação mais precisa pode ser obtida através de um modelo no domínio de *s*.

6.4.1. Conceitos Básicos sobre Fasores Dinâmicos

Uma função não-periódica do tempo, $x(t)$, pode ser representada através de fasores dinâmicos utilizando a série de Fourier a seguir:

$$x(t) = \sum_k X_{k\,\mathrm{Re}}(t) \cdot \cos(k\omega t) - \sum_k X_{k\,\mathrm{Im}}(t) \cdot \mathrm{sen}(k\omega t), \qquad k \geq 0 \tag{6.9}$$

onde os coeficientes $X_k(t)$ são denominados *fasores dinâmicos* ou *tensores*. Na forma complexa, esta série pode ser escrita como em (6.10) ou (6.11):

$$x(t) = \Re\left[\sum_k \tilde{X}_k(t) \cdot e^{jk\omega t} \right] \tag{6.10}$$

$$x(t) = \sum_k \frac{\tilde{X}_k(t) \cdot e^{jk\omega t} + \tilde{X}_k^*(t) \cdot e^{-jk\omega t}}{2} \tag{6.11}$$

onde $\tilde{X}_k(t) = X_{k\,\mathrm{Re}} + jX_{k\,\mathrm{Im}}$.

A partir de (6.10), obtém-se a derivada de $x(t)$:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \Re\left[\sum_k \left(\frac{d\tilde{X}_k}{dt} + jk\omega\tilde{X}_k\right)\cdot e^{jk\omega t}\right] \tag{6.12}$$

Supondo a modelagem dinâmica de um sistema linear formado por equações algébricas e diferenciais de primeira ordem, conforme:

$$\mathbf{T}\cdot\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\cdot\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}\cdot u(t) \tag{6.13}$$

onde $\mathbf{x}(t)$ é um vetor contendo as variáveis de estado e algébricas, $u(t)$ é a variável de entrada, $\mathbf{A}$ e $\mathbf{T}$ são matrizes constantes e $\mathbf{b}$ é um vetor constante.

A equação (6.12) pode ser escrita como uma equação matricial em função dos tensores harmônicos de $\mathbf{x}(t)$, conforme apresentado em (6.14):

$$\mathbf{T}\cdot\dot{\tilde{\mathbf{X}}}_k(t) = (\mathbf{A} - jk\omega\cdot\mathbf{T})\cdot\tilde{\mathbf{X}}_k(t) + \mathbf{b}\cdot\tilde{\mathbf{U}}_k(t) \tag{6.14}$$

6.4.2. Reator Controlado a Tiristores (TCR)

O TCR é o principal elemento do SVC e do TCSC. As duas equações fundamentais que descrevem seu comportamento são dadas a seguir:

$$C\frac{dv}{dt} = i - i_L \tag{6.15}$$

$$L\frac{di_L}{dt} = q(\alpha, \theta_{pll}, \sigma)\cdot v \tag{6.16}$$

onde q é conhecida como *função de chaveamento*, α é o ângulo de disparo, σ é o ângulo de condução e θ_{pll} será definido adiante. A função de chaveamento é função do tempo e pode assumir os valores 1 ou 0, dependendo do estado dos tiristores (conduzindo ou não) naquele instante. A forma da função de chaveamento é ilustrada na Figura 6.15, na qual também são mostradas as formas de onda básicas da corrente e da tensão sobre o TCR.

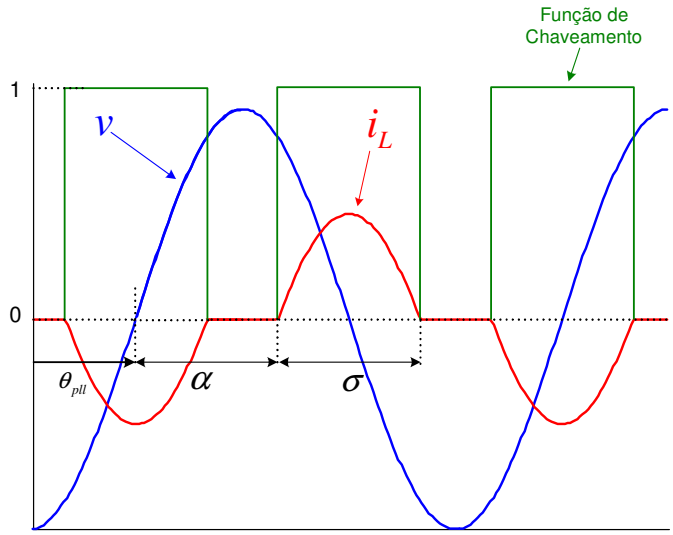


Figura 6.15 – Função de chaveamento

O ângulo θ_{pll} é determinado pelo PLL e fornece aproximadamente o instante do cruzamento por zero do sinal de referência do controle de disparo dos tiristores. Para o SVC, normalmente o sinal de referência é a tensão aplicada ao dispositivo. Para o TCSC, tanto a tensão quanto a corrente podem ser usadas como sinal de referência, sendo esta última mais utilizada. Quando o sinal é distorcido, este ângulo determina o cruzamento por zero da componente fundamental do sinal filtrado. Os tiristores são então disparados após um ângulo α, medido em relação ao cruzamento por zero. Após o disparo dos tiristores, um pulso de corrente será originado na válvula, que continuará conduzindo durante o período definido pelo ângulo de condução, σ. Esta corrente é determinada por integração da tensão que é aplicada diretamente ao indutor.

A série de Fourier da função de chaveamento é dada por:

$$q = q_0 + \sum_k q_k \cdot \cos\left[2k\left(\omega t - \beta\right)\right] \tag{6.17}$$

onde $\beta = \alpha - \theta_{pll} + \frac{\sigma}{2}$, ω é a freqüência angular síncrona do sistema e k é a ordem de cada harmônico.

Os coeficientes da série de Fourier são dados por:

$$q_0 = \frac{\sigma}{\pi} \tag{6.18}$$

$$q_k = \frac{2}{k \cdot \pi} \operatorname{sen}(k \cdot \sigma) \tag{6.19}$$

A série de Fourier da função de chaveamento pode ser colocada sob forma complexa, adequada à representação fasorial:

$$q = \sum_m \frac{Q_m \cdot e^{jm \cdot \omega \cdot t} + Q_m^* \cdot e^{-jm \cdot \omega \cdot t}}{2} \tag{6.20}$$

Onde *m* é par e os coeficientes são dados por:

$$Q_0 = q_0 \tag{6.21}$$

$$Q_m = Q_{2k} = q_k \cdot e^{-j2 \cdot k \cdot \beta} \tag{6.22}$$

6.4.3. Modelagem Tensorial de Equipamentos FACTS

É possível transformar as equações (6.15) e (6.16) em um conjunto de equações invariantes no tempo através do uso de fasores dinâmicos, utilizando as equações (6.17) a (6.22). As equações resultantes desta transformação são apresentadas a seguir:

$$C \frac{d\tilde{V}_k}{dt} + j \cdot k \cdot \omega \cdot C \cdot \tilde{V}_k = \tilde{I}_k - \tilde{I}_{Lk} \tag{6.23}$$

$$L \frac{d\tilde{I}_{Lk}}{dt} + jk \cdot \omega \cdot L \cdot \tilde{I}_{Lk} = \sum_{m+n=k} \frac{Q_m}{2} \cdot \tilde{V}_n + \sum_{-m+n=k} \frac{Q_m^*}{2} \cdot \tilde{V}_n + \sum_{m-n=k} \frac{Q_m}{2} \cdot \tilde{V}_n^* \tag{6.24}$$

Estas equações podem ainda ser expandidas em suas componentes real e imaginária, obtendo-se o seguinte conjunto de equações:

$$C \frac{d\tilde{V}_{k\mathrm{Re}}}{dt} - k \cdot \omega \cdot C \cdot \tilde{V}_{k\mathrm{Im}} = \tilde{I}_{k\mathrm{Re}} - \tilde{I}_{Lk\mathrm{Re}} \tag{6.25}$$

$$C \frac{d\tilde{V}_{k\mathrm{Im}}}{dt} + k \cdot \omega \cdot C \cdot \tilde{V}_{k\mathrm{Re}} = \tilde{I}_{k\mathrm{Im}} - \tilde{I}_{Lk\mathrm{Im}} \tag{6.26}$$

$$\begin{aligned} L \frac{d\tilde{I}_{Lk\mathrm{Re}}}{dt} - k \cdot \omega \cdot L \cdot \tilde{I}_{Lk\mathrm{Im}} = & \sum_{m+n=k} \left[\frac{Q_{m\mathrm{Re}}}{2} \cdot V_{n\mathrm{Re}} - \frac{Q_{m\mathrm{Im}}}{2} \cdot V_{n\mathrm{Im}} \right] + \\ & + \sum_{-m+n=k} \left[\frac{Q_{m\mathrm{Re}}}{2} \cdot V_{n\mathrm{Re}} + \frac{Q_{m\mathrm{Im}}}{2} \cdot V_{n\mathrm{Im}} \right] + \sum_{m-n=k} \left[\frac{Q_{m\mathrm{Re}}}{2} \cdot V_{n\mathrm{Re}} + \frac{Q_{m\mathrm{Im}}}{2} \cdot V_{n\mathrm{Im}} \right] \end{aligned} \tag{6.27}$$

$$L\frac{d\tilde{I}_{Lk\mathrm{Im}}}{dt}+k\cdot\omega\cdot L\cdot\tilde{I}_{Lk\mathrm{Re}}=\sum_{m+n=k}\left[\frac{Q_{m\mathrm{Im}}}{2}\cdot V_{n\mathrm{Re}}+\frac{Q_{m\mathrm{Re}}}{2}\cdot V_{n\mathrm{Im}}\right]+$$
$$+\sum_{-m+n=k}\left[-\frac{Q_{m\mathrm{Im}}}{2}\cdot V_{n\mathrm{Re}}+\frac{Q_{m\mathrm{Re}}}{2}\cdot V_{n\mathrm{Im}}\right]+\sum_{m-n=k}\left[\frac{Q_{m\mathrm{Im}}}{2}\cdot V_{n\mathrm{Re}}-\frac{Q_{m\mathrm{Re}}}{2}\cdot V_{n\mathrm{Im}}\right] \tag{6.28}$$

onde os coeficientes $Q_{m\mathrm{Re}}$ e $Q_{m\mathrm{Im}}$ são, respectivamente, as partes real e imaginária de Q_m dado em (6.20).

Se o conteúdo harmônico da tensão sobre o dispositivo for pequeno e puder ser desprezado (como é o caso do SVC), um modelo balanceado à freqüência fundamental pode ser derivado a partir das equações (6.25), (6.26), (6.27) e (6.28). As equações resultantes desta simplificação são apresentadas a seguir:

$$\bar{C}\frac{dV_{a\mathrm{Re}}}{dt}-\omega\cdot\bar{C}\cdot V_{a\mathrm{Im}}=I_{a\mathrm{Re}}-I_{La\mathrm{Re}} \tag{6.29}$$

$$\bar{C}\frac{dV_{a\mathrm{Im}}}{dt}+\omega\cdot\bar{C}\cdot V_{a\mathrm{Re}}=I_{a\mathrm{Im}}-I_{La\mathrm{Im}} \tag{6.30}$$

$$L\frac{dI_{La\mathrm{Re}}}{dt}-\omega\cdot L\cdot I_{La\mathrm{Im}}=\bar{Q}_0\cdot V_{a\mathrm{Re}}+\bar{Q}_{2\mathrm{Re}}\cdot V_{a\mathrm{Re}}+\bar{Q}_{2\mathrm{Im}}\cdot V_{a\mathrm{Im}} \tag{6.31}$$

$$L\frac{dI_{La\mathrm{Im}}}{dt}+\omega\cdot L\cdot I_{La\mathrm{Re}}=\bar{Q}_0\cdot V_{a\mathrm{Im}}+\bar{Q}_{2\mathrm{Im}}\cdot V_{a\mathrm{Re}}-\bar{Q}_{2\mathrm{Re}}\cdot V_{a\mathrm{Im}} \tag{6.32}$$

Onde:

$$\bar{C}=3C \tag{6.33}$$

$$\bar{Q}_0=3Q_0=\frac{3\sigma}{\pi} \tag{6.34}$$

$$\bar{Q}_2=3\cdot\frac{Q_2}{2}=\frac{3}{\pi}\cdot\mathrm{sen}(\sigma)\cdot e^{-j2\left(\alpha-\theta_{pll}+\frac{\sigma}{2}\right)} \tag{6.35}$$

Nota-se que estes coeficientes são dados em função de α, θ_{pll} e σ. O cálculo destes ângulos é apresentado nos itens a seguir.

6.4.4. Modelagem do Sistema de Controle

Considerando o caso do SVC, o ângulo de disparo, α, é determinado a partir das relações definidas pelo controle do regulador de tensão, conforme ilustrado na Figura 6.16. Para o TCSC, o sinal de referência pode ser um valor de reatância, corrente ou potência, dependendo da aplicação. Além disso, em um TCSC, a saída do controlador PI geralmente é um sinal de reatância, e não de susceptância.

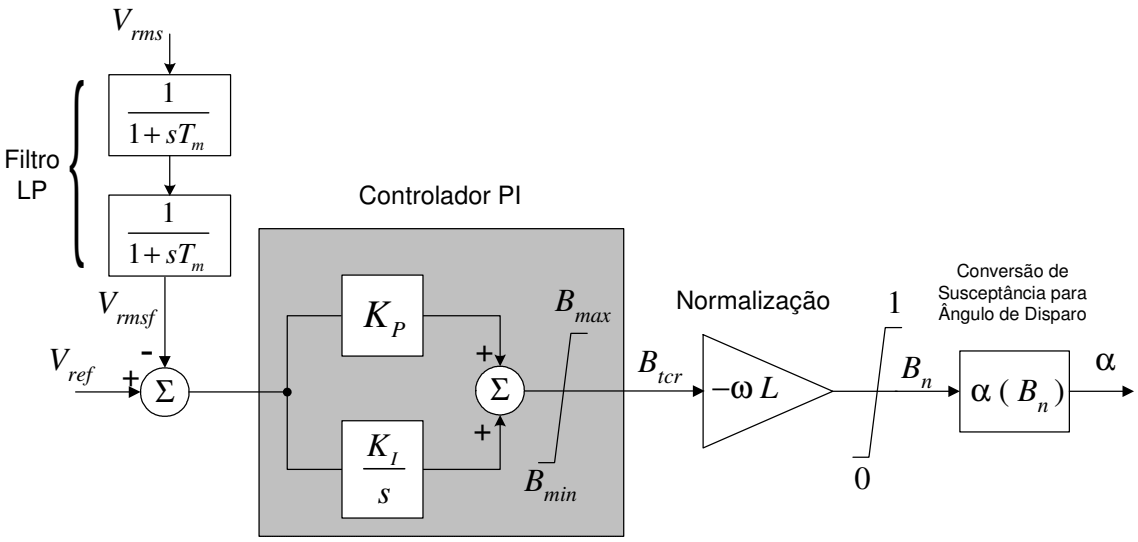


Figura 6.16 – Representação do regulador de tensão do SVC

Neste diagrama, V_{rms} corresponde ao valor rms da tensão medida, V_{ref} é a tensão de referência e B_{tcr} é a ordem de susceptância. A tensão V_{rms} pode ser calculada a partir dos fasores dinâmicos da tensão v:

$$V_{rms} = \frac{\sqrt{\sum_k \left(V_{ak\mathrm{Re}}^2 + V_{ak\mathrm{Im}}^2\right)}}{V_{base}} \tag{6.36}$$

Além de uma componente DC, a tensão V_{rms} contém harmônicos de ordem múltipla de seis. Estes harmônicos podem ser atenuados e, portanto, desprezados, se este sinal for devidamente filtrado. O diagrama da Figura 6.16 considera um filtro passa-baixa (LP – "*Low Pass*") composto por dois estágios de primeira ordem, mas outras funções de transferência podem ser utilizadas.

A tensão rms filtrada, V_{rmsf}, é então comparada a uma tensão de referência, V_{ref}, e o sinal de erro é aplicado a um regulador do tipo proporcional-integral (PI), onde K_P e

K_I representam os ganhos proporcional e integral, respectivamente. A função do controlador é tentar manter este erro nulo. A saída do regulador é limitada entre os valores $B_{\min}$ e $B_{\max}$ (limitador dinâmico), e fornece a ordem de susceptância, B_{tcr}, para o controle interno. Esta susceptância é então normalizada, de forma que a máxima condução do TCR seja equivalente a uma susceptância normalizada, $B_n = 1$, e a mínima condução a $B_n = 0$. Por fim, o ângulo de disparo, α, será dado pela solução da equação (6.5), reapresentada a seguir:

$$B_n = 2 - \frac{2}{\pi}\alpha - \frac{1}{\pi}\operatorname{sen} 2\alpha$$

Nesta equação, α não pode ser obtido explicitamente em função de B_n. No entanto, sua solução pode ser facilmente obtida através do método de Newton ou a partir de tabelas de inspeção (*"look-up tables"*).

6.4.5. Modelagem do PLL ("Phase-Locked Loop")

O diagrama de blocos do PLL implementado no Pacdyn (CEPEL, 2007) é apresentado na Figura 6.17. Este modelo é similar ao desenvolvido para o programa de análise de transitórios eletromagnéticos PSCAD/EMTDC (GOLE e SOOD, 1990). Sua função principal é fornecer o ângulo de referência do sinal aplicado ao equipamento. O instante exato do disparo dos tiristores é determinado quando este ângulo de referência for igual ao ângulo de disparo ordenado.

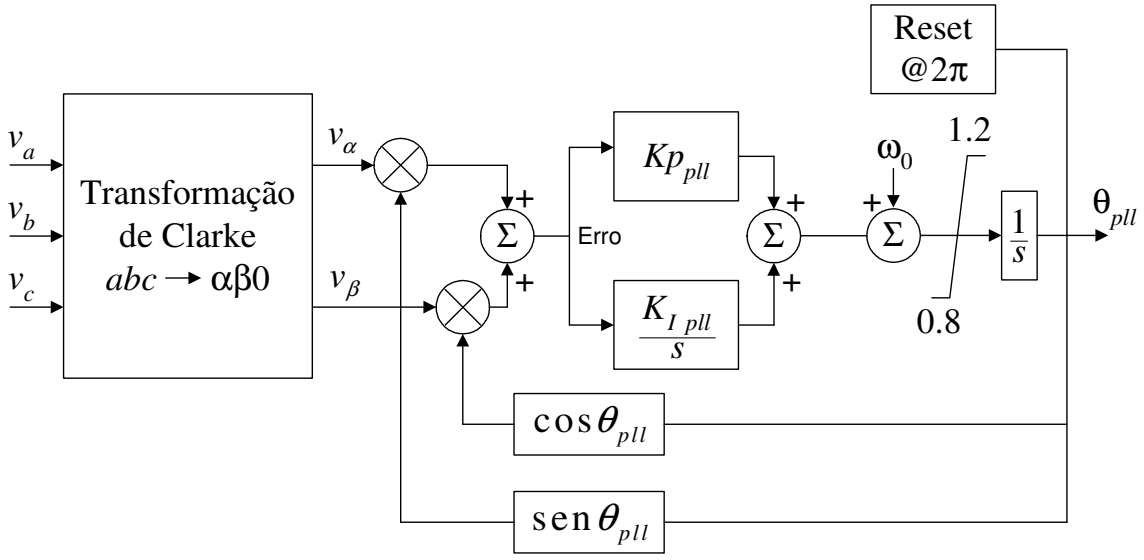


Figura 6.17 – Diagrama de blocos do Phase-Locked Loop (PLL)

As tensões v_a, v_b e v_c representam as tensões trifásicas aplicadas ao TCR. Para o caso do TCSC, é mais eficaz utilizar um PLL que sincronize os pulsos de disparo em relação às correntes aplicadas ao dispositivo, uma vez que o sinal de corrente possui baixo conteúdo harmônico. A sincronização dos pulsos de disparo em relação ao cruzamento por zero do sinal de tensão pode levar a um mau funcionamento dispositivo, uma vez que a tensão aplicada ao TCSC possui conteúdo harmônico elevado. A transformação de Clarke fornece um par de tensões em quadratura, v_α e v_β, dadas pelas seguintes relações:

$$v_\alpha = \frac{2}{3}v_a - \frac{1}{3}v_b - \frac{1}{3}v_c \tag{6.37}$$

$$v_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}v_b - \frac{1}{\sqrt{3}}v_c \tag{6.38}$$

Assumindo que as tensões trifásicas sejam balanceadas, tem-se:

$$v_a = V\,\mathrm{sen}(\omega t + \theta) \tag{6.39}$$

$$v_b = V\,\mathrm{sen}(\omega t + \theta - 120°) \tag{6.40}$$

$$v_c = V\,\mathrm{sen}(\omega t + \theta + 120°) \tag{6.41}$$

Substituindo as equações (6.39), (6.40) e (6.41) em (6.37) e (6.38), obtém-se:

$$v_\alpha = V\,\mathrm{sen}(\omega t + \theta) \tag{6.42}$$

$$v_\beta = -V\cos(\omega t + \theta) \tag{6.43}$$

O sinal de erro aplicado ao controlador PI será dado por:

$$v_\alpha \cdot \cos\theta_{pll} + v_\beta \cdot \mathrm{sen}\,\theta_{pll} = V \cdot \mathrm{sen}(\omega t + \theta - \theta_{pll}) \tag{6.44}$$

Assim, o erro será nulo quando:

$$\theta_{pll} = \omega t + \theta \tag{6.45}$$

A saída do controlador PI é somada à freqüência nominal do sistema, ω_0, e o resultado desta soma é aplicado a um integrador puro. Em regime permanente, a saída do controlador PI será nula, atendendo a equação (6.44). Assim, o sinal constante

proveniente de ω_0 será aplicado diretamente ao integrador, resultando em uma rampa dada por $\omega_0 t$. A saída desta rampa é resetada em ciclos de 360°, resultando em uma forma de onda do tipo dente de serra (*"sawtooth"*), que é realimentada para compor o sinal de erro do controlador. Este sinal é comparado à ordem de ângulo de disparo, produzindo pulsos de disparo na interseção entre eles. Estes pulsos serão aplicados ao terminal de gatilho dos tiristores. As formas de onda associadas à operação do PLL são ilustradas na Figura 6.18.

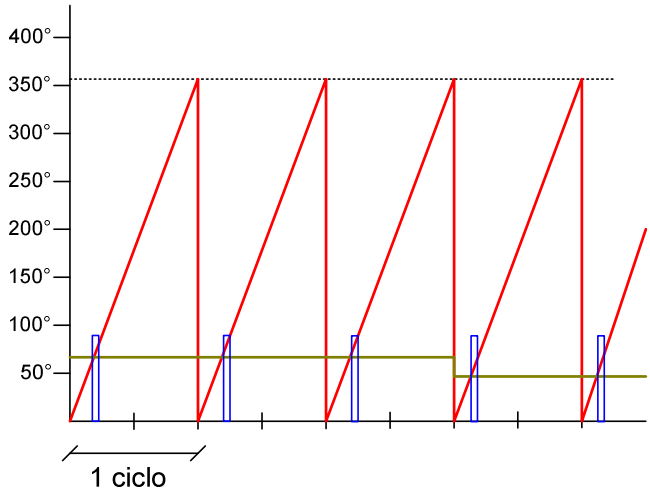


Figura 6.18 – Formas de onda associadas ao Phase-Locked Loop (PLL)

Devido às suas características de filtragem em altas freqüências, o PLL pode ser modelado de maneira mais simples, conforme apresentado em (GOMES JR et al., 2006b), com resultados bastante coincidentes para condições balanceadas. Este modelo simplificado considera que o PLL pode ser descrito por um circuito de realimentação unitária apresentado na Figura 6.19:

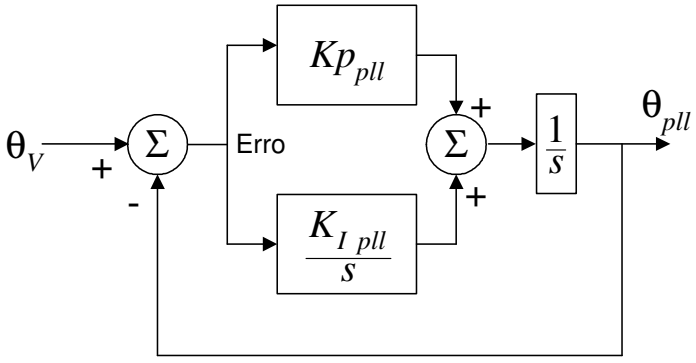


Figura 6.19 - Diagrama de blocos do modelo simplificado do Phase-Locked Loop (PLL)

Este diagrama de blocos pode ser descrito pela seguinte equação:

$$\theta_{pll} = \frac{G(s)}{1+G(s)} \cdot \theta_V \tag{6.46}$$

onde:

$$G(s) = \left(K_{P_{pll}} + \frac{K_{I_{pll}}}{s} \right) \cdot \frac{1}{s} \tag{6.47}$$

sendo θ_{pll} o ângulo de saída do PLL e θ_V o ângulo do tensor fundamental da tensão aplicada ao TCR. Para o SVC conectado em delta, tem-se:

$$\theta_V = tg^{-1}\left(\frac{V_{ab1\mathrm{Im}}}{V_{ab1\mathrm{Re}}} \right) + \frac{\pi}{2} = tg^{-1}\left(\frac{V_{a1\mathrm{Im}}}{V_{a1\mathrm{Re}}} \right) + \frac{2\pi}{3} \tag{6.48}$$

6.4.6. Modelagem do Ângulo de Condução

A última variável a ser calculada é o ângulo de condução, σ. Uma aproximação para este ângulo considera que a componente fundamental do produto da função de chaveamento, q, pela tensão sobre o TCR, v, está sempre em fase com o tensor fundamental da corrente do TCR. Nesta hipótese, a seguinte expressão pode ser utilizada para o cálculo do ângulo de condução:

$$\sigma = 2 \cdot (\pi - \alpha + \theta_{pll} - \theta_V + \theta_{VI}) \tag{6.49}$$

onde α, θ_{pll} e θ_V foram definidos anteriormente e θ_{VI} refere-se a diferença angular entre os fasores de tensão e corrente e é dado pela expressão a seguir:

$$\theta_{VI} = ang\left(V_a \cdot I_a^*\right) - \frac{\pi}{2} \tag{6.50}$$

Estas expressões são análogas às propostas em (MATTAVELLI et al., 1999) para o TCSC, mas considerando o efeito do PLL (GOMES JR. et al., 2006). Em regime permanente, $\theta_{pll} - \theta_V = \theta_{VI} = 0$, e a equação (6.49) se resume à equação (6.3).

Uma segunda abordagem para a modelagem do ângulo de condução é proposta em (GOMES JR. et al, 2006b) e constitui-se na integração numérica da tensão no domínio do tempo. Esta abordagem é baseada em interpretações físicas e produz resultados mais precisos que a abordagem anterior. Uma vez que o período de condução é definido

como o período entre os instantes de disparo e bloqueio dos tiristores, pode-se definir uma variável contínua, σ_d, que apresenta os valores corretos do ângulo de condução, σ, para todos os instantes de bloqueio de corrente:

$$\sigma_d = \omega \cdot \left(t_{off} - t_{on} \right) \tag{6.51}$$

Apesar de σ_d ser bem definido para estes instantes de bloqueio em qualquer ramo do TCR, seu significado não é bem definido entre estes instantes.

Sendo t o instante de bloqueio da corrente em determinado tiristor de um ramo x, a seguinte equação deve ser atendida:

$$\int_{\frac{\sigma_d}{\omega}}^{0} v_x(t + t_0) \cdot dt_0 = 0 \tag{6.52}$$

onde:

$$v_x = \sum_k \left\{ V_{ab\mathrm{Re}}(t) \cdot \cos\left[k \cdot \left(\omega t + \theta_x \right) \right] - V_{ab\mathrm{Im}}(t) \cdot \mathrm{sen}\left[k \cdot \left(\omega t + \theta_x \right) \right] \right\} \tag{6.53}$$

sendo θ_x igual a 0, $-2\pi/3$ e $+2\pi/3$, respectivamente, para os ramos das fases *ab*, *bc* e *ca* do TCR conectado em delta.

O ângulo de condução deve ainda ser corrigido para considerar a variação de α e θ_{pll} durante o período de condução a partir da seguinte equação:

$$\sigma = \sigma_d - \alpha(t) + \alpha\left(t - \sigma_d / \omega \right) + \theta_{pll}(t) - \theta_{pll}\left(t - \sigma_d / \omega \right) \tag{6.54}$$

Este ângulo de condução é utilizado nas equações (6.34) e (6.35).

Esta abordagem fornece um modelo formado por equações que são funções analíticas não lineares da variável complexa *s*. Portanto, esta segunda abordagem para o ângulo de condução só pode ser implementada na modelagem no domínio de *s*. Mais detalhes podem ser encontrados em (GOMES JR. et al., 2006b).

Capítulo 7 Ferramentas de Análise Linear

7.1. Introdução

Uma ferramenta muito utilizada na análise de sistemas de potência é a *simulação no domínio do tempo*. A avaliação da estabilidade do sistema é realizada através da análise de gráficos de diversas variáveis e da comparação entre inúmeros casos, variando-se as condições do sistema e as perturbações consideradas. Este método apresenta alguns inconvenientes, dentre os quais pode-se destacar:

- Dificuldade na obtenção de informações estruturais do sistema;
- Exigência de experiência do analista na escolha dos casos e observação das variáveis relevantes;
- Elevado tempo de processamento.

Por outro lado, a *análise linear*, em particular, a *análise modal*, permite a obtenção de uma série de informações estruturais do sistema. Estas informações são muito úteis na análise do comportamento dinâmico do sistema e na determinação de medidas corretivas e de parametrização de controladores. No entanto, este tipo de análise requer a utilização de modelos lineares para os componentes do sistema. Estes modelos podem ser obtidos desprezando-se as não-linearidades inerentes ao comportamento físico dos componentes ou a partir da linearização das equações em torno de um ponto de operação. Neste caso, o modelo é exato apenas se considerarmos perturbações infinitesimais.

Neste contexto, a experiência tem comprovado que os métodos de análise linear têm se mostrado como uma ferramenta complementar às análises no domínio do tempo, a partir da identificação das causas de mau desempenho do sistema e da indicação de alternativas de solução eficazes. O objetivo deste capítulo é introduzir os conceitos relacionados à modelagem linear de sistemas e a aplicação de técnicas de avaliação do desempenho e da estabilidade dos sistemas dinâmicos.

7.2. Modelagem para Análise Linear de Sistemas de Potência

7.2.1. Representação Espaço-Estado

Nos capítulos anteriores foram desenvolvidos os modelos de máquinas síncronas, do eixo turbina-gerador e da rede elétrica para a análise de oscilações subsíncronas. De uma forma geral, estes modelos são descritos matematicamente por um conjunto de *n* equações diferenciais ordinárias não-lineares, nas quais o tempo *t* é a variável independente (KUNDUR, 1994). Utilizando notação matricial-vetorial, estas equações assumem a seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \tag{7.1}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \tag{7.2}$$

onde $\mathbf{x}$ é um vetor contendo as *n* variáveis de estado, $\mathbf{u}$ é um vetor contendo as *r* variáveis de entrada (também denominadas variáveis de controle) e $\mathbf{y}$ é um vetor as *m* variáveis de saída do sistema.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \qquad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix} \qquad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

Para a aplicação das ferramentas de análise linear, estas equações devem ser linearizadas em torno de um ponto de operação, dado por $\mathbf{x_0}$ e $\mathbf{u_0}$ Este ponto deverá satisfazer (7.3), portanto:

$$\dot{\mathbf{x}}_\mathbf{0} = \mathbf{f}(\mathbf{x_0}, \mathbf{u_0}) = \mathbf{0} \tag{7.3}$$

Se o sistema for submetido a um pequeno distúrbio, o novo vetor de estados do sistema pode ser dado por $\mathbf{x} = \mathbf{x_0} + \mathbf{\Delta x}$, e deverá ainda satisfazer a equação (7.3). Desta forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_\mathbf{0} + \mathbf{\Delta}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x_0} + \mathbf{\Delta x}, \mathbf{u_0} + \mathbf{\Delta u}) \tag{7.4}$$

onde $\mathbf{\Delta x}$ e $\mathbf{\Delta u}$ representam as variações nos vetores de estado e de entrada, respectivamente.

Como, por hipótese, são assumidas pequenas perturbações, a função não-linear $\mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u})$ pode ser expressa através da expansão em série de Taylor. Truncando-se no termo de primeira ordem, tem-se para uma equação genérica *i* ($i = 1,2,\ldots,n$):

$$\dot{x}_i = \dot{x}_{i0} + \Delta\dot{x}_i = f_i(\mathbf{x_0} + \mathbf{\Delta x}, \mathbf{u_0} + \mathbf{\Delta u}) \tag{7.5}$$

$$\dot{x}_i = \dot{x}_{i0} + \Delta\dot{x}_i = f_i(\mathbf{x_0}, \mathbf{u_0}) + \frac{df_i}{dx_1}\Delta\dot{x}_1 + \ldots + \frac{df_i}{dx_n}\Delta\dot{x}_n + \frac{df_i}{du_1}\Delta\dot{u}_1 + \ldots + \frac{df_i}{du_m}\Delta\dot{u}_m \tag{7.6}$$

onde o valor das derivadas são computadas para o ponto de equilíbrio $\mathbf{x_0}$ e $\mathbf{u_0}$. Como $\dot{x}_{i0} = f_i(\mathbf{x_0}, \mathbf{u_0})$, pode-se ainda escrever:

$$\Delta\dot{x}_i = \frac{df_i}{dx_1}\Delta\dot{x}_1 + \ldots + \frac{df_i}{dx_n}\Delta\dot{x}_n + \frac{df_i}{du_1}\Delta\dot{u}_1 + \ldots + \frac{df_i}{du_r}\Delta\dot{u}_r \tag{7.7}$$

Analogamente, pode-se escrever para uma equação genérica *j* ($j = 1,2,\ldots,m$) do vetor de saídas do sistema:

$$\Delta\dot{y}_j = \frac{dg_j}{dy_1}\Delta\dot{y}_1 + \ldots + \frac{dg_j}{dy_n}\Delta\dot{y}_n + \frac{dg_j}{du_1}\Delta\dot{u}_1 + \ldots + \frac{dg_j}{du_r}\Delta\dot{u}_r \tag{7.8}$$

As equações linearizadas (7.7) e (7.8) escritas sob a forma matricial assumem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Delta\dot{x}} &= \mathbf{A}\cdot\mathbf{\Delta x} + \mathbf{B}\cdot\mathbf{\Delta u} \\ \mathbf{\Delta y} &= \mathbf{C}\cdot\mathbf{\Delta x} + \mathbf{D}\cdot\mathbf{\Delta u} \end{aligned} \tag{7.9}$$

onde as matrizes **A**, **B**, **C** e **D** são dadas por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_r} \end{bmatrix} \tag{7.10}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial u_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial u_r} \end{bmatrix}$$

Uma vez que as derivadas que aparecem nas matrizes **A**, **B**, **C** e **D** devem ser avaliadas no ponto dado por $\mathbf{x_0}$ e $\mathbf{u_0}$, os elementos destas matrizes apresentam valores constantes. Desta forma, este tipo de representação se aplica somente a sistemas invariantes no tempo (*LTI – "Linear Time Invariant"*).

Este tipo de representação para sistemas lineares é denominado representação *espaço-estado*. A formulação no espaço de estados é uma forma clássica e amplamente utilizada na modelagem de sistemas dinâmicos lineares ou linearizados em torno de um ponto de operação (OGATA, 2003). Além da simplicidade, a representação espaço-estado é bastante robusta para a aplicação de métodos numéricos.

Apesar de sua extensa utilização, a formulação espaço-estado apresenta uma série de inconvenientes, dentre os quais pode-se destacar:

- Pouca flexibilidade de modelagem, exigindo a eliminação de todas as variáveis algébricas inerentes ao equacionamento dos componentes do sistema;

- Em geral, a matriz de estados **A** não é esparsa, dificultando a aplicação desta formulação em sistemas de grande porte;

- Na utilização de alguns métodos desenvolvidos particularmente para a formulação espaço-estado (como, por exemplo, o método QR), há a necessidade da eliminação da redundância de estados. A redundância ocorre quando uma das variáveis de estado pode ser escrita como a combinação linear de outros estados. Isto é muito comum na modelagem dinâmica de redes elétricas. Como a identificação sistemática da redundância de estados em geral é complexa, isto constitui uma dificuldade na utilização desta formulação.

7.2.2. Representação por Sistemas Descritores

Uma representação mais geral da modelagem de sistemas invariantes no tempo, denominada *sistema descritor* (LIMA, 1999), é dada por:

$$\mathbf{T} \cdot \Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \Delta\mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \Delta\mathbf{u} \tag{7.11}$$

$$\Delta\mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \Delta\mathbf{x} + \mathbf{D} \cdot \Delta\mathbf{u} \tag{7.12}$$

A diferença entre esta formulação e a formulação espaço-estado é a presença da matriz **T** que multiplica o vetor $\Delta\dot{\mathbf{x}}$. No caso de a matriz **T** ser a matriz identidade, o sistema descritor se resume na formulação espaço-estado. Para o caso geral, **T** possui elementos constantes e não é necessariamente inversível. Isto representa uma maior flexibilidade de modelagem, uma vez que permite a representação de equações diferenciais e algébricas simultaneamente, obtendo modelos mais simples e eficientes.

No caso de **T** ser diagonal e possuir apenas elementos nulos e unitários, as equações diferenciais e algébricas podem ser separadas, apresentando a seguinte estrutura:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{xx} & \mathbf{J}_{xw} \\ \mathbf{J}_{wx} & \mathbf{J}_{ww} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \Delta\mathbf{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{xu} \\ \mathbf{J}_{wu} \end{bmatrix} \cdot \Delta\mathbf{u}$$
$$\Delta\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{yx} & \mathbf{J}_{yw} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \Delta\mathbf{w} \end{bmatrix} + \mathbf{J}_{yu} \cdot \Delta\mathbf{u} \tag{7.13}$$

onde $\Delta\mathbf{x}$ é o vetor de variáveis de estado e $\Delta\mathbf{w}$ é o vetor de variáveis algébricas do sistema. Neste caso particular, a matriz **T** é dada por:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{xx} & \mathbf{0}_{xw} \\ \mathbf{0}_{wx} & \mathbf{0}_{ww} \end{bmatrix} \tag{7.14}$$

onde $\mathbf{I}_{xx}$ é a matriz identidade de dimensão igual ao número de estados do sistema, e $\mathbf{0}_{xw}$, $\mathbf{0}_{wx}$ e $\mathbf{0}_{ww}$ representam matrizes nulas. A matriz formada pelas submatrizes $\mathbf{J}_{xx}$, $\mathbf{J}_{xw}$, $\mathbf{J}_{wx}$ e $\mathbf{J}_{ww}$ é denominada *Jacobiano* do sistema. A estrutura da matriz Jacobiana é apresentada na Figura 7.1.

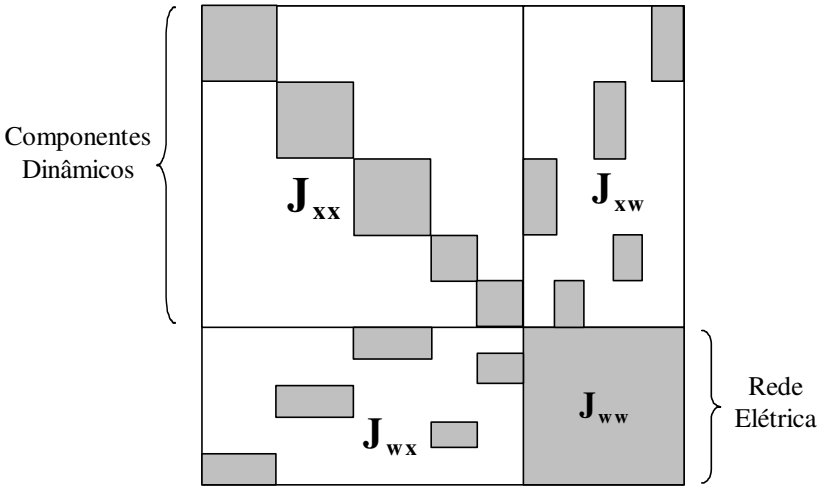


Figura 7.1 – Estrutura da matriz Jacobiana

Observa-se que neste caso particular, a eliminação matricial das variáveis algébricas transforma o sistema descritor na formulação espaço-estado. A transformação é obtida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\mathbf{x}} &= \left(\mathbf{J_{xx}} - \mathbf{J_{xw}} \cdot \mathbf{J_{ww}^{-1}} \cdot \mathbf{J_{wx}}\right) \cdot \Delta\mathbf{x} + \left(\mathbf{J_{xu}} - \mathbf{J_{xw}} \cdot \mathbf{J_{ww}^{-1}} \cdot \mathbf{J_{wu}}\right) \cdot \Delta\mathbf{u} \\ \Delta\mathbf{y} &= \left(\mathbf{J_{yx}} - \mathbf{J_{yw}} \cdot \mathbf{J_{ww}^{-1}} \cdot \mathbf{J_{wx}}\right) \cdot \Delta\mathbf{x} + \left(\mathbf{J_{yu}} - \mathbf{J_{yw}} \cdot \mathbf{J_{ww}^{-1}} \cdot \mathbf{J_{wu}}\right) \cdot \Delta\mathbf{u}\end{aligned} \tag{7.15}$$

Ou:

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}' \cdot \Delta\mathbf{x} + \mathbf{B}' \cdot \Delta\mathbf{u} \\ \Delta\mathbf{y} &= \mathbf{C}' \cdot \Delta\mathbf{x} + \mathbf{D}' \cdot \Delta\mathbf{u}\end{aligned} \tag{7.16}$$

Deve-se observar que esta transformação só é possível se a matriz $\mathbf{J_{ww}}$ for inversível. A representação do sistema na forma descrita pelas equações (7.13) é altamente esparsa. Esta característica é particularmente atraente na representação de sistemas com elevado número de estados, pois permite a utilização de técnicas avançadas de esparsidade. Por isso, a transformação da formulação por sistemas descritores na formulação espaço-estado não é vantajosa. Uma outra vantagem da formulação por sistemas descritores consiste na não necessidade da eliminação da redundância de estados. Esta é uma característica importante na implementação computacional, particularmente na análise de oscilações subsíncronas, onde a dinâmica da rede elétrica deve ser representada.

Algoritmos para a determinação dos autovalores de sistemas modelados utilizando a formulação espaço-estado ou por sistemas descritores são amplamente difundidos na literatura. Em (MARTINS, 1986, MARTINS et al., 1992, 2002, MARTINS e

QUINTÃO, 2003), são apresentadas as formulações para os seguintes algoritmos: Quociente de Rayleigh, Quociente de Rayleigh com Deflação, Bi-iteração com Refatoração (RBI), Algoritmo de Pólo Dominante, Algoritmo de Múltiplos Pólos Dominantes e Algoritmo de Zero Dominante.

7.2.3. Modelagem no Domínio de *s*

A representação de sistemas dinâmicos no espaço de estados ou por sistemas descritores são ambas descritas no domínio do tempo. Utilizando a transformada de Laplace, estas equações podem ser convertidas para o domínio da freqüência, também chamado domínio de *s*. Referindo-se às equações do sistema descritor (7.13) e considerando condições iniciais nulas[1], tem-se:

$$\begin{aligned} s\mathbf{T}\cdot\boldsymbol{\Delta}\mathbf{x}(s) &= \mathbf{A}\cdot\boldsymbol{\Delta}\mathbf{x}(s)+\mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}(s) \\ \boldsymbol{\Delta}\mathbf{y}(s) &= \mathbf{C}\cdot\boldsymbol{\Delta}\mathbf{x}(s)+\mathbf{D}\cdot\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}(s) \end{aligned} \tag{7.17}$$

onde $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{x}(s)$, $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}(s)$ e $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{y}(s)$ representam as transformadas de Laplace das respectivas funções no domínio do tempo.

A equação (7.17) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \left(s\mathbf{T}-\mathbf{A}\right)\cdot\boldsymbol{\Delta}\mathbf{x}(s) &= \mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}(s) \\ \boldsymbol{\Delta}\mathbf{y}(s) &= \mathbf{C}\cdot\boldsymbol{\Delta}\mathbf{x}(s)+\mathbf{D}\cdot\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}(s) \end{aligned} \tag{7.18}$$

A matriz $\left(s\mathbf{T}-\mathbf{A}\right)$ é constituída por elementos que são em geral funções lineares de *s*, uma vez que as matrizes **A** e **T** são constantes. Uma forma mais geral é obtida se considerarmos uma matriz cujos elementos são funções analíticas de *s*, $\mathbf{Y}(s)$. Este tipo de modelagem é denominado *modelagem no domínio de s* e apresenta a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(s)\cdot\boldsymbol{\Delta}\mathbf{x}(s) &= \mathbf{B}(s)\cdot\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}(s) \\ \boldsymbol{\Delta}\mathbf{y}(s) &= \mathbf{C}(s)\cdot\boldsymbol{\Delta}\mathbf{x}(s)+\mathbf{D}(s)\cdot\boldsymbol{\Delta}\mathbf{u}(s) \end{aligned} \tag{7.19}$$

[1] A consideração de condições iniciais não-nulas pode ser realizada a partir da propriedade da superposição, que permite que os efeitos das condições iniciais sejam calculados separadamente e somados ao final dos cálculos (CLOSE, 1975).

onde as matrizes $\mathbf{Y}(s)$, $\mathbf{B}(s)$, $\mathbf{C}(s)$ e $\mathbf{D}(s)$ são funções analíticas de *s*. No caso particular em que os elementos de $\mathbf{Y}(s)$ são funções lineares de *s* e os elementos das matrizes **B**, **C** e **D** não são funções de *s*, o sistema degenera na formulação por sistemas descritores.

Em (GOMES JR., 2002) são apresentados métodos numéricos para o cálculo de pólos, zeros, resíduos e resposta em freqüência utilizando a formulação no domínio de *s*. São também apresentadas aplicações desta formulação na modelagem de redes elétricas e máquinas síncronas, e na análise de desempenho harmônico, de transitórios eletromagnéticos, de estabilidade eletromecânica e de ressonância subsíncrona.

A formulação no domínio de *s* permite a obtenção de modelos matemáticos mais compactos e torna mais fácil e eficiente a modelagem de componentes que são melhores descritos no domínio da freqüência. Esta formulação permite ainda a modelagem de elementos definidos por infinitos estados, como é o caso das linhas de transmissão (GOMES JR. et al., 2001b).

7.3. Análise Modal de Sistemas Dinâmicos

7.3.1. Autovalores e Autovetores

Os autovalores de uma matriz são dados pelos valores do escalar λ para os quais existam soluções não-triviais da seguinte equação:

$$\mathbf{A}\,\mathbf{v_i} = \lambda_i \mathbf{v_i} \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{7.20}$$

onde: λ_i é o autovalor *i* da matriz **A**

$\mathbf{v_i}$ é o autovetor à direita da matriz **A** associado ao autovalor λ_i

Da mesma forma, o vetor **w** que satisfaz a equação (7.21) é denominado autovetor à esquerda da matriz **A**.

$$\mathbf{w_i}\mathbf{A} = \lambda_i \mathbf{w_i} \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{7.21}$$

Os autovetores à direita e à esquerda apresentam a seguinte forma:

$$\mathbf{v_i} = \begin{bmatrix} v_{1i} \\ v_{2i} \\ \vdots \\ v_{ni} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{w_i} = \begin{bmatrix} w_{1i} & w_{2i} & \cdots & w_{ni} \end{bmatrix} \qquad i = 1,2,...,n \tag{7.22}$$

7.3.2. Matrizes Modais

Pode-se ainda exprimir as relações (7.20) e (7.21) referentes a cada autovalor λ_i ($i = 1,2,...,n$) através de formas matriciais, como dispostas nas expressões a seguir:

$$\mathbf{A}\,\mathbf{V} = \mathbf{V}\,\mathbf{\Lambda} \tag{7.23}$$

$$\mathbf{W}\,\mathbf{A} = \mathbf{\Lambda}\,\mathbf{W} \tag{7.24}$$

onde:

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix} \qquad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{v_1} & \mathbf{v_2} & \cdots & \mathbf{v_n} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{w_1} \\ \mathbf{w_2} \\ \vdots \\ \mathbf{w_n} \end{bmatrix}$$

Comparando-se as equações (7.23) e (7.24), nota-se a seguinte relação entre **V** e **W**:

$$\mathbf{W} = \mathbf{V}^{-1} \tag{7.25}$$

Ou seja, os autovetores à direita e à esquerda correspondentes a diferentes autovalores são ortogonais entre si. Por outro lado, os autovetores correspondentes ao mesmo autovalor podem ser normalizados de forma que seus produtos escalares sejam unitários. Ou seja:

$$\mathbf{w_i}\,\mathbf{v_j} = 1 \qquad i = j \tag{7.26}$$

$$\mathbf{w_i}\,\mathbf{v_j} = 0 \qquad i \neq j \tag{7.27}$$

7.3.3. Resposta Livre de um Sistema Dinâmico

Referindo-se ao sistema de equações (7.9) representado no espaço-estado, a resposta livre do sistema é obtida (assumindo-se entrada nula) por:

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\cdot\Delta\mathbf{x} \tag{7.28}$$

Cada equação do sistema descrito pela relação anterior é dada pela combinação linear de todas as varáveis de estado. Como resultado do acoplamento entre os estados, a identificação dos parâmetros que influenciam sobremaneira a resposta do sistema se torna difícil. Para eliminar o acoplamento entre as variáveis de estado, considere um novo vetor de estados **z**, definido por:

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{V}\cdot\mathbf{z} \tag{7.29}$$

onde **z** é denominado o vetor de variáveis modais do sistema.

Substituindo esta expressão para $\Delta\mathbf{x}$ nas equações de estado, tem-se:

$$\mathbf{V}\cdot\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\cdot\mathbf{V}\cdot\mathbf{z} \tag{7.30}$$

Pré-multiplicando esta equação por $\mathbf{V}^{-1}$, tem-se:

$$\dot{\mathbf{z}} = \left(\mathbf{V}^{-1}\cdot\mathbf{A}\cdot\mathbf{V}\right)\cdot\mathbf{z} \tag{7.31}$$

A expressão entre parênteses é equivalente à matriz diagonal $\mathbf{\Lambda}$, formada pelos autovalores da matriz **A**. Desta forma, pode-se escrever:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{\Lambda}\cdot\mathbf{z} \tag{7.32}$$

A principal característica do sistema de equações diferenciais obtido em (7.32) é o desacoplamento entre as variáveis modais de $\mathbf{z}$, uma vez que a matriz $\mathbf{\Lambda}$ é diagonal. Cada variável no vetor $\mathbf{z}$ corresponde a uma variável de estado transformada e está associada a um único modo. A solução da equação (7.32) é dada por:

$$\mathbf{z} = \mathbf{e}^{\mathbf{\Lambda}t}\cdot\mathbf{z}(0) \tag{7.33}$$

onde:

$$\mathbf{e}^{\mathbf{\Lambda}t} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & & & \\ & e^{\lambda_2 t} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{z}(0) = \begin{bmatrix} z_1(0) \\ z_2(0) \\ \vdots \\ z_n(0) \end{bmatrix}$$

Como $\mathbf{z}(0)$ pode ser expresso por:

$$\mathbf{z}(0) = \mathbf{W} \cdot \mathbf{\Delta x}(0) \tag{7.34}$$

Chega-se à solução geral do sistema de equações dado em (7.9):

$$\mathbf{\Delta x} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{e}^{\Lambda t} \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{\Delta x}(0) \tag{7.35}$$

Expandindo esta equação, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} v_{i1} w_{i1} e^{\lambda_i t} & \sum_{i=1}^{n} v_{i1} w_{i2} e^{\lambda_i t} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} v_{i1} w_{in} e^{\lambda_i t} \\ \sum_{i=1}^{n} v_{i2} w_{i1} e^{\lambda_i t} & \sum_{i=1}^{n} v_{i2} w_{i2} e^{\lambda_i t} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} v_{i2} w_{in} e^{\lambda_i t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} v_{in} w_{i1} e^{\lambda_i t} & \sum_{i=1}^{n} v_{in} w_{i2} e^{\lambda_i t} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} v_{in} w_{in} e^{\lambda_i t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1(0) \\ \Delta x_2(0) \\ \vdots \\ \Delta x_n(0) \end{bmatrix} \tag{7.36}$$

A equação (7.36) fornece a resposta livre do sistema em função dos autovalores e autovetores da matriz **A**. Verifica-se que a resposta no domínio do tempo de cada variável de estado é dada pela combinação linear dos *n* modos associados aos *n* autovalores da matriz de estados.

Para os autovalores λ_i reais, verifica-se que ambos os autovetores associados $\mathbf{v_j}$ e $\mathbf{w_i}$ devem ser compostos por valores reais. Para autovalores λ_i dados por números complexos, estes sempre aparecerão na forma de pares complexos conjugados. Nestes casos, os autovetores associados $\mathbf{v_j}$ e $\mathbf{w_i}$ devem possuir valores complexos apropriados, de forma que a resposta $\mathbf{\Delta x}$ seja real em todos os instantes de tempo.

7.3.4. Autovalores e Estabilidade

A partir da equação (7.36), verifica-se que a resposta livre do sistema é determinada pela natureza dos autovalores da matriz de estados. Estes autovalores podem ser reais ou complexos e a estabilidade do sistema é determinada da seguinte forma:

- **Autovalores Reais Negativos** – Correspondem a modos não-oscilatórios, que decaem exponencialmente, caracterizando um sistema *estável*;

- **Autovalores Reais Positivos** – Correspondem a modos não-oscilatórios crescentes exponencialmente com o tempo, caracterizando um sistema *instável*;

- **Autovalores Complexos com Parte Real Negativa** – Aparecem na forma de pares conjugados e correspondem a modos oscilatórios amortecidos, caracterizando um sistema *estável*;

- **Autovalores Complexos com Parte Real Positiva** – Aparecem na forma de pares conjugados e correspondem a modos oscilatórios crescentes com o tempo, caracterizando um sistema *instável*.

Para um par complexo conjugado de autovalores, tem-se:

$$\lambda = \sigma \pm j\omega \tag{7.37}$$

A freqüência de oscilação, em Hertz, é dada por:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \text{[Hz]} \tag{7.38}$$

A constante de amortecimento ζ determina a taxa de decaimento da amplitude de oscilação e pode ser calculada por:

$$\zeta = \cos\theta = -\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} \tag{7.39}$$

onde θ é o ângulo mostrado na Figura 7.2.

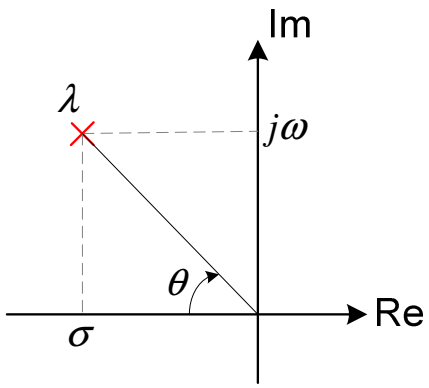
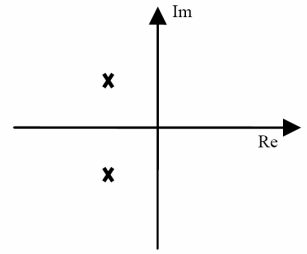
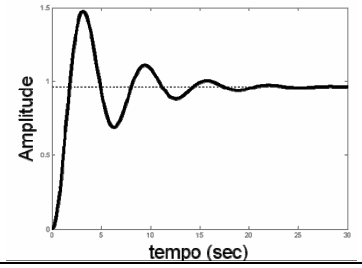
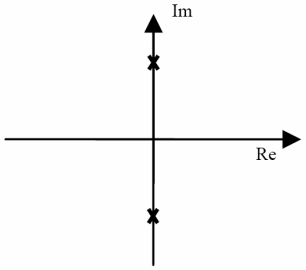
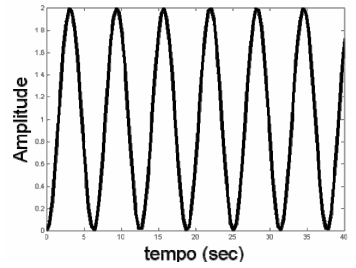
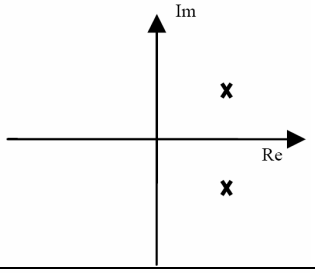
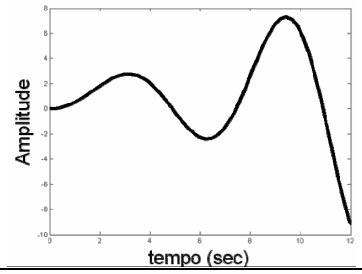
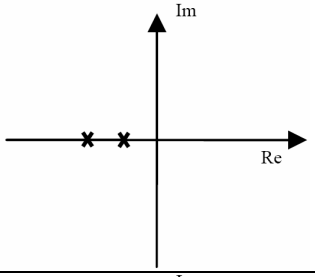
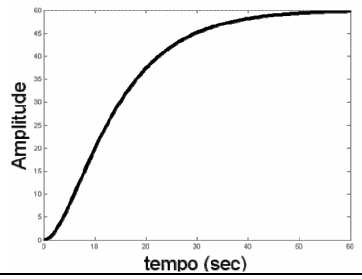
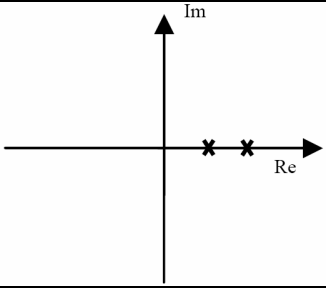
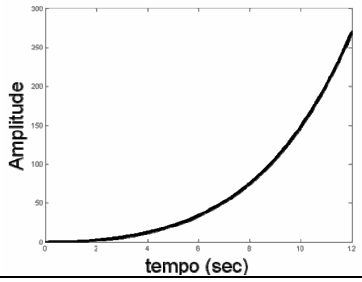


Figura 7.2 – Localização de um autovalor no plano complexo

As características do comportamento dinâmico do sistema em função da localização dos autovalores em cinco casos é apresentada na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Característica do comportamento dinâmico do sistema em função da localização dos autovalores

Localização dos Autovalores no Plano Complexo	**Resposta ao Degrau**	**Característica do Modo de Oscilação**
		Estável Oscilatório Amortecido
		Estável Oscilatório com Amplitude Constante
		Instável Oscilatório Crescente com o Tempo
		Estável Aperiódico
		Instável Aperiódico

7.3.5. Mode-Shapes

No item 7.3.3 foi introduzido o conceito de variáveis de estado modais (**z**). Cada uma destas variáveis está diretamente relacionada a apenas um modo. Pela equação (7.36),

nota-se que as componentes do autovetor à direita $\mathbf{v_i}$ medem o grau de atividade de cada variável de estado quando um determinado autovalor λ_i é excitado, enquanto as componentes do autovetor à esquerda $\mathbf{w_i}$ fornecem uma ponderação da contribuição das condições iniciais para este mesmo modo. Os autovetores à direita são também denominados *mode-shapes*. Por exemplo, o grau de atividade da variável de estado x_k no i-ésimo modo é dado pelo elemento v_{ki} do autovetor à direita $\mathbf{v_i}$.

A amplitude dos elementos de $\mathbf{v_i}$ fornecem o grau de atividade de cada variável de estado no modo *i*, enquanto os ângulos destes elementos indicam a disposição de fase das variáveis de estado em relação a este modo.

7.3.6. Fatores de Participação

A utilização individual dos autovetores à direita ou à esquerda para identificação da relação entre cada variável de estado e os modos apresenta o inconveniente de que os elementos dos autovetores dependem das unidades associadas às variáveis de estado. Uma forma de quantificar as características denotadas pelos autovetores consiste em utilizar a *matriz de participação*, que combina os autovetores à direita e à esquerda, e é definida por:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{p_1} & \mathbf{p_2} & \cdots & \mathbf{p_n} \end{bmatrix} \tag{7.40}$$

onde:

$$p_i = \begin{bmatrix} p_{1i} \\ p_{2i} \\ \vdots \\ p_{ni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{1i} v_{i1} \\ w_{2i} v_{i2} \\ \vdots \\ w_{ni} v_{in} \end{bmatrix} \tag{7.41}$$

Cada elemento da matriz de participação p_{ki} é chamado *fator de participação* e mede a participação relativa da k-ésima variável de estado no i-ésimo modo, e vice-versa. A vantagem da utilização deste índice é que ele é adimensional, ou seja, independe da escolha de unidades.

7.4. Resíduos de Funções de Transferência

Ao contrário da formulação espaço-estado, a representação por função de transferência refere-se apenas às relações entrada-saída do sistema. Desta forma, a seleção das variáveis de estado do sistema é arbitrária quando uma planta é especificada apenas por uma função de transferência. Neste contexto, a representação espaço-estado é mais abrangente na análise de sistemas MIMO (*"Multiple Input Multiple Output"*).

Referindo-se as equações da representação espaço-estado e assumindo $\mathbf{D} = \mathbf{0}$, considere a relação entre as variáveis de saída e entrada *y* e *u*, respectivamente.

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\Delta}}\mathbf{x} &= \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\Delta}\mathbf{x} + \mathbf{b} \cdot \Delta u \\ \Delta y &= \mathbf{c} \cdot \boldsymbol{\Delta}\mathbf{x} \end{aligned} \tag{7.42}$$

onde $\mathbf{A}$ é a matriz de estados, $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{x}$ é o vetor de estados, Δu é uma variável de entrada, Δy é uma variável de saída, $\mathbf{c}$ é um vetor-linha e $\mathbf{b}$ é um vetor-coluna.

A função de transferência entre Δy e Δu é dada por:

$$G(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \ldots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0} \tag{7.43}$$

Pode-se provar que a função de transferência está relacionada com a representação espaço-estado da seguinte forma:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \mathbf{c} \cdot \left(s\mathbf{I} - \mathbf{A} \right)^{-1} \cdot \mathbf{b} \tag{7.44}$$

Se o numerador e o denominador da função de transferência *G(s)* podem ser fatorados, pode-se escrever:

$$G(s) = k \frac{N(s)}{D(s)} = k \frac{(s - z_1)(s - z_2) \cdots (s - z_l)}{(s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n)} \tag{7.45}$$

Os valores de *s* que anulam *N(s)* ($z_1, z_2, \ldots, z_l$) são denominados *zeros* da função de transferência. Os valores de *s* que anulam *D(s)* ($p_1, p_2, \ldots, p_n$) são denominados *pólos* da função de transferência. Expandindo esta relação em frações parciais, tem-se:

$$G(s) = \frac{R_1}{s - p_1} + \frac{R_2}{s - p_2} + \ldots + \frac{R_n}{s - p_n} \tag{7.46}$$

onde R_i é conhecido como o resíduo da função de transferência *G(s)* associado ao pólo p_i.

Expressando as equações (7.42) em termos das variáveis de estado transformadas, tem-se:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{V^{-1}} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{V^{-1}} \cdot \mathbf{b} \cdot \Delta u$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{V^{-1}} \cdot \mathbf{b} \cdot \Delta u \tag{7.47}$$

e:

$$\Delta y = \mathbf{c} \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{z} \tag{7.48}$$

Desta forma:

$$G(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)} = \mathbf{c} \cdot \mathbf{V} \cdot \left(s\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda}\right)^{-1} \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{b} \tag{7.49}$$

Desde que Λ é um matriz diagonal, pode-se escrever:

$$G(s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{R_i}{s - \lambda_i} \tag{7.50}$$

onde:

$$R_i = \mathbf{c} \cdot \mathbf{v_i} \cdot \mathbf{w_i} \cdot \mathbf{b} \tag{7.51}$$

Pela equação (7.50), verifica-se que os pólos de *G(s)* são dados pelos autovalores de **A**. A equação (7.51) permite o cálculo dos resíduos da função de transferência em termo dos autovetores à direita e à esquerda desta matriz.

7.4.1. Relação Entre o Resíduo da Função de Transferência e o Ângulo de Partida de um Pólo em Malha Fechada

Seja um sistema de controle representado por uma função de transferência $G(s)$ realimentado negativamente por intermédio de um simples ganho, K (Figura 7.3). A

função $G(s)$ pode ser expressa como em (7.45), onde z_i, λ_i e R_i são respectivamente os zeros, pólos e resíduos de $G(s)$.

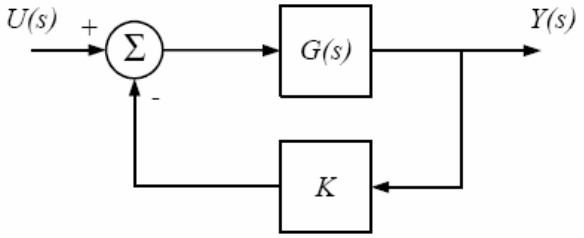


Figura 7.3 – Malha de controle para ilustrar a relação entre o resíduo da função de transferência e o ângulo de partida do pólo em malha fechada

$$G(s) = \frac{(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_m)}{(s-\lambda_1)(s-\lambda_2)\cdots(s-\lambda_n)} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{R_i}{s-\lambda_i}\right) \tag{7.52}$$

A função de transferência de malha fechada é denotada por $F(s)$, e é dada por:

$$F(s) = \frac{G(s)}{1+k\cdot G(s)} \tag{7.53}$$

Para $s = \lambda_i$, pode-se demonstrar que (FERRAZ, 2002):

$$\frac{d\lambda_i}{dk} = -R_i \tag{7.54}$$

Ou seja, a variação de um determinado pólo em função da variação incremental do ganho de realimentação é dada pelo resíduo da função de transferência $G(s)$ relativo a este pólo. Em outras palavras, este resultado equivale a dizer que o ângulo de partida do pólo λ_i (ϕ_{p_i}) quando o ganho de realimentação é variado, é dado pela fase do resíduo associado a este pólo, R_i. Por outro lado, o módulo deste resíduo indica o grau de sensibilidade deste pólo a variações no ganho de realimentação.

7.5. Resposta em Freqüência

Entende-se por resposta em freqüência a resposta em regime estacionário de um sistema (módulo e fase) submetido a um sinal senoidal de freqüência variável a uma de suas entradas (OGATA, 2003).

As técnicas no domínio da freqüência podem ser utilizadas para a análise do desempenho do sistema, bem como para o projeto e otimização de controladores. Uma das vantagens do enfoque da resposta em freqüência é que os testes experimentais são, em geral, simples e podem ser realizados com exatidão a partir do uso de geradores de sinal senoidal. As funções de transferência de sistemas relativamente complexos podem ser determinadas experimentalmente a partir de testes de resposta em freqüência. Informações sobre a estabilidade do sistema podem ser obtidas a partir de curvas de resposta em freqüência, tais como os diagramas de Bode e Nyquist, apresentados nos próximos itens.

7.5.1. Diagrama de Bode

O diagrama de Bode fornece a resposta em freqüência de um sistema dinâmico a partir de dois gráficos distintos (módulo e fase). Os gráficos são dados em função da freqüência, geralmente utilizando-se escala logarítmica. O gráfico do módulo da resposta em freqüência é normalmente expresso em decibéis (dB), cuja definição é dada em (7.55).

$$\left|G(j\omega)\right|_{dB} = 20\log\left|G(j\omega)\right| \tag{7.55}$$

A utilização de escala logarítmica permite a visualização em um único diagrama das características do sistema em uma faixa de freqüência relativamente grande. Além disso, nesta escala a multiplicação dos módulos é convertida em uma adição.

A construção de um esboço do diagrama de Bode é bastante rápida e permite a visualização das características do sistema nas altas e baixas freqüências em uma única figura. Detalhes sobre as regras básicas para o esboço de um diagrama de Bode são apresentados em (OGATA, 2003).

A partir do diagrama de Bode, é possível obter informações sobre a estabilidade do sistema em malha fechada, através da determinação das margens de fase e de ganho, conforme definidas a seguir:

- **Margem de Fase** – A margem de fase é o atraso de fase adicional, na freqüência de cruzamento de ganho, necessário para levar o sistema ao limiar de instabilidade. A freqüência de cruzamento de ganho (ω_1) é a freqüência na qual

o módulo da função de transferência de malha aberta vale 1 , isto é, a freqüência na qual o diagrama ma de Bode passa por 0 dB . Desta forma, a margem de fase M_f vale:

$$M_f = 180° + \angle G(j\omega_1)$$

Sendo $\angle G(j\omega_1)$ a fase da função de transferência de malha aberta na freqüência de cruzamento de ganho.

- **Margem de Ganho** – A margem de ganho representa o ganho adicional, na freqüência de cruzamento de fase, necessário para levar o sistema ao limiar de instabilidade. A freqüência de cruzamento de fase (ω_f) é a freqüência na qual a fase da função de transferência de malha aberta vale 180° . Em decibéis, a margem de ganho M_g vale:

$$M_g = -20 \cdot \log\left|G(j\omega_f)\right|$$

Sendo ω_f a freqüência de cruzamento de fase.

Para que um sistema de fase não-mínima (sem zeros no semiplano direito) seja estável, as margens de fase e de ganho devem ser positivas. O exemplo da Figura 7.4 refere-se a função de transferência em malha aberta (7.56) e ilustra a aplicação deste critério.

$$G(s) = \frac{s + 0.5}{s^3 + s^2 + 1} \tag{7.56}$$

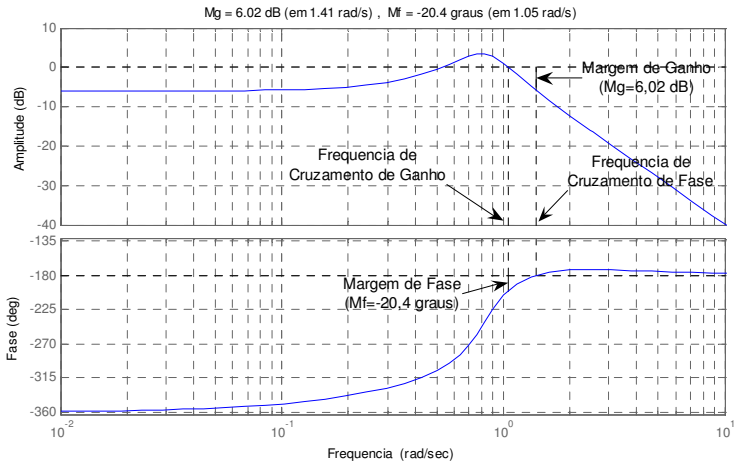


Figura 7.4 – Margem de fase e margem de ganho

Como a margem de fase deste sistema é negativa, conclui-se que o sistema em malha fechada é instável.

7.5.2. Diagrama de Nyquist

Ao contrário do diagrama de Bode, o diagrama de Nyquist fornece a resposta em freqüência em um único gráfico. Ele representa o lugar geométrico dos vetores $|G(j\omega)|\angle G(j\omega)$ à medida que ω varia de zero a infinito. As regras básicas para o esboço manual dos diagramas de Nyquist podem ser encontradas em (OGATA, 2003).

O critério de estabilidade de Nyquist permite determinar se o sistema em malha fechada é estável ou não a partir da resposta em freqüência da função de transferência em malha aberta. Este critério é baseado na teoria de variáveis complexas e sua formulação está rigorosamente descrita em (OGATA, 2003).

Supondo um sistema realimentado negativamente por meio da função de transferência $H(s)$, sua função de transferência em malha fechada é dada por:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \tag{7.57}$$

Para que o sistema de malha fechada seja estável, os pólos da função de transferência em malha fechada deverão estar localizados no semiplano esquerdo do plano complexo, ou seja, as raízes de $F(s)$ deverão possuir parte real negativa.

$$F(s) = 1+G(s)H(s) = 0 \tag{7.58}$$

O critério de Nyquist estabelece que para que o sistema seja estável em malha fechada, o número de zeros de $F(s)$ no semiplano direito deverá ser igual ao número de pólos no semiplano direito da função de transferência em malha aberta $G(s)H(s)$ somado ao número de envolvimentos no sentido horário do ponto -1 no diagrama de Nyquist.

De forma prática, são consideradas três possibilidades:

- **Não há envolvimento do ponto -1** - Neste caso, o sistema de malha fechada é estável se não houver pólos de $G(s)H(s)$ no semiplano direito;

- **Há um ou mais envolvimentos do ponto -1 no sentido anti-horário** - Neste caso, o sistema é estável se o número de envolvimentos do ponto -1 no sentido anti-horário for igual ao número de pólos de $G(s)H(s)$ no semi-plano direito. Caso contrário, o sistema em malha fechada será instável;

- **Há um ou mais envolvimentos do ponto -1 no sentido horário** - Neste caso, o sistema de malha fechada será instável.

Por exemplo, suponha que a função de transferência em malha aberta $G(s)$ do exemplo anterior seja realimentada por meio de um simples ganho (similar ao sistema da Figura 7.3). Os pólos da função de transferência em malha aberta são:

$$p_1 = -1,4656$$
$$p_{2,3} = 0,2328 \pm j0,7926$$

Ou seja, existem dois pólos no semiplano direito. Assim, pelo critério de estabilidade de Nyquist, para que o sistema em malha fechada seja estável, o diagrama de Nyquist deverá apresentar dois envolvimentos do ponto -1 no sentido anti-horário.

Considerando um ganho de realimentação unitário, obtém-se o diagrama de Nyquist apresentado na Figura 7.5. Ao lado, é apresentada a resposta ao degrau do sistema em malha fechada. Como não há envolvimentos do ponto -1, conclui-se que o sistema é instável.

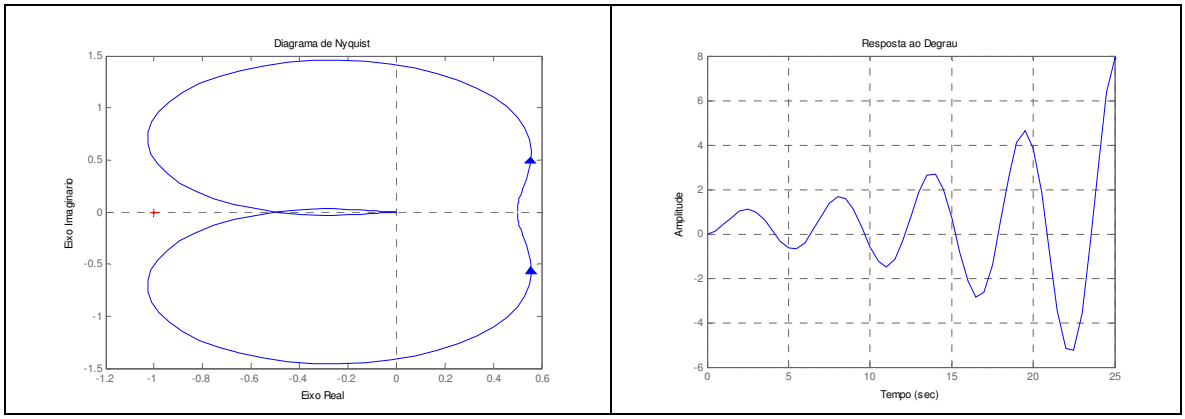


Figura 7.5 – Diagrama de Nyquist – Exemplo – Sistema instável (*k=1*)

Considerando um ganho $k = 10$, obtém-se o diagrama de Nyquist ilustrado na Figura 7.6. Neste caso, há dois envolvimentos do ponto -1, indicando que o sistema é estável.

Isto pode ser comprovado através da resposta ao degrau do sistema em malha fechada mostrada na figura.

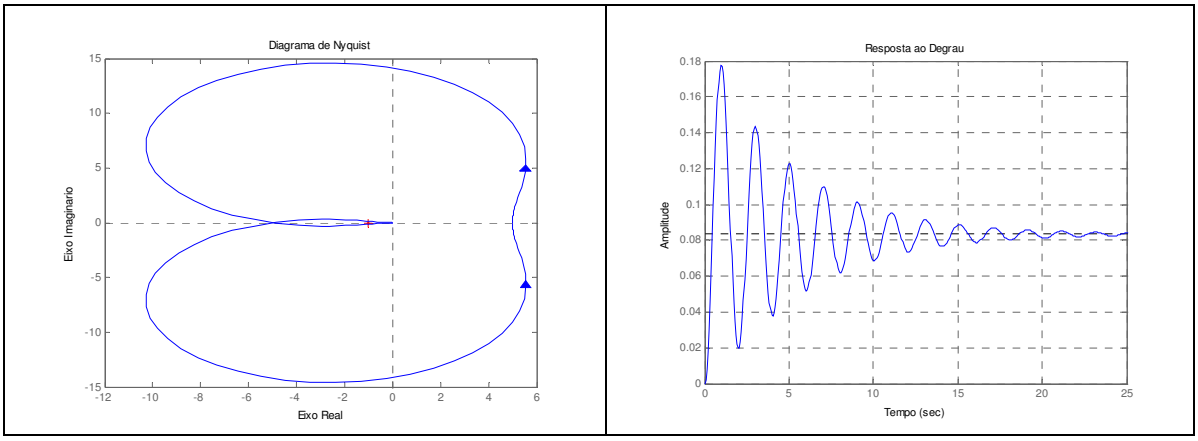


Figura 7.6 - Diagrama de Nyquist – Exemplo – Sistema estável (*k=10*)

7.5.3. Relação entre a Resposta em Freqüência e os Pólos e Zeros de uma Função de Transferência

A partir do diagrama de Bode, é possível obter informações sobre a localização dos pólos e zeros de uma determinada função de transferência, e vice versa. A relação entre os pólos e zeros de uma função de transferência e sua resposta em freqüência pode ser resumida da seguinte maneira:

- Se $s_i = \sigma_i + j\omega_i$ é um pólo ou zero de uma função de transferência $G(s)$, então o módulo de $G(\sigma_i + j\omega_i)$ tende a infinito ou zero, respectivamente.

- Por outro lado, o módulo de $G(j\omega_i)$ não tende a zero. Se s_i é um pólo, então o módulo de $G(j\omega_i)$ apresenta um ponto de máximo local próximo a ω_i na resposta em freqüência. Se s_i for um zero, então o módulo de $G(j\omega_i)$ apresenta um ponto de mínimo local próximo a ω_i.

- Se $G(s)$ representa a impedância operacional vista por uma determinada barra de um sistema elétrico, então ω_i localiza-se próximo a uma freqüência de ressonância paralela ou série, dependendo se s_i é um pólo ou um zero. Cada ressonância paralela é identificada por um pico na curva de módulo da resposta em freqüência, enquanto os vales da curva referem-se a ressonâncias série.

7.6. Pólos Dominantes e Modelos Reduzidos

Os pólos que possuem os maiores resíduos (módulo) associados para uma determinada função de transferência, são chamados de pólos dominantes desta função de transferência. Se estes pólos estão localizados muito próximos ao eixo imaginário, ou em outras palavras, possuem parte real relativamente pequena, eles irão dar origem a um pico de amplitude elevada no diagrama de módulo da resposta em freqüência.

Desprezando o termo direto, uma função de transferência $G(s)$ pode ser escrita na forma de frações parciais:

$$G(s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{R_i}{s - \lambda_i} \tag{7.59}$$

onde R_i é o resíduo associado ao pólo λ_i e n é o número total de pólos.

Considerando apenas os pólos dominantes da função de transferência, pode-se truncar a função de transferência expandida em frações parciais, dada em (7.59), considerando-se determinado valor de resíduo relativo como critério (tolerância):

$$G(s) \cong \sum_{\Omega} \frac{R_i}{s - \lambda_i} \tag{7.60}$$

onde Ω indica o conjunto de pólos dominantes escolhido.

Desta forma, os pólos dominantes de uma função de transferência e seus respectivos resíduos podem ser usados para calcular um equivalente modal para esta função de transferência. Estes equivalentes modais são úteis na obtenção de modelos reduzidos de redes elétricas de grande porte, com aplicações em estudos de harmônicos, transitórios eletromagnéticos e oscilações subsíncronas (LIMA et al., 1997).

7.7. Diagrama do Lugar das Raízes

O comportamento dinâmico de um sistema está intimamente relacionado à localização dos pólos em malha fechada. Assim, é importante conhecer a trajetória destes pólos a medida que um determinado parâmetro (por exemplo, um ganho) é alterado. Ao gráfico que mostra a localização dos pólos em malha fechada no plano complexo a medida que um parâmetro é variado denomina-se *diagrama do lugar das raízes* (*"root locus"*).

Como exemplo, considere a seguinte função de transferência em malha aberta *G(s)*:

$$G(s) = \frac{s+1}{s^3 + 2s^2 + s + 1} \tag{7.61}$$

Suponha que seja utilizado um simples ganho na malha de realimentação negativa deste sistema, conforme apresentado na Figura 7.7.

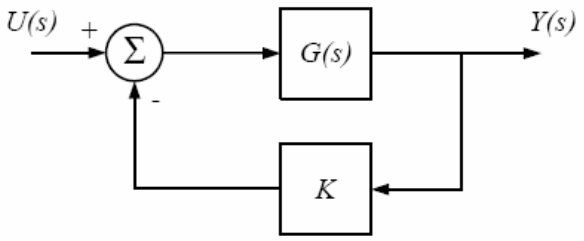


Figura 7.7 – Diagrama do lugar das raízes – Sistema exemplo

A Figura 7.8 mostra o diagrama do lugar das raízes deste sistema, variando-se o ganho de realimentação desde 0 (malha aberta) até infinito.

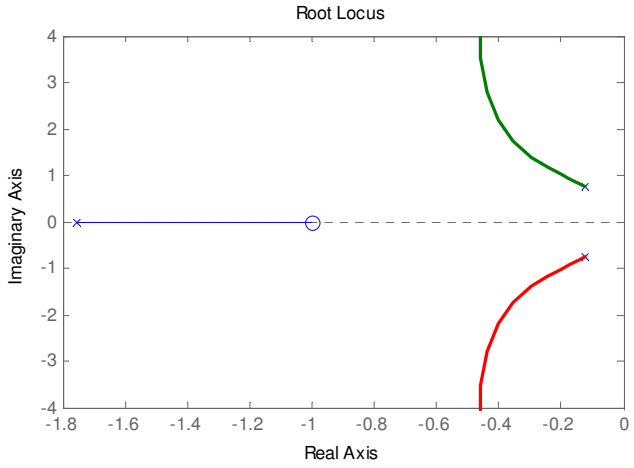


Figura 7.8 – Diagrama do lugar das raízes para função de malha aberta *G(s)*

O método do lugar das raízes fornece grande poder de análise, uma vez que é possível a visualização gráfica da trajetória de todos os pólos do sistema a medida que um determinado parâmetro varia. Além disso, é possível identificar diretamente a existência de interações adversas entre malhas distintas.

A construção do lugar das raízes manualmente somente é possível em sistemas de pequeno porte e requer a aplicação de diversas regras que levam a um esboço fiel do diagrama (OGATA, 2003). Para sistemas de grande porte, a construção manual do lugar

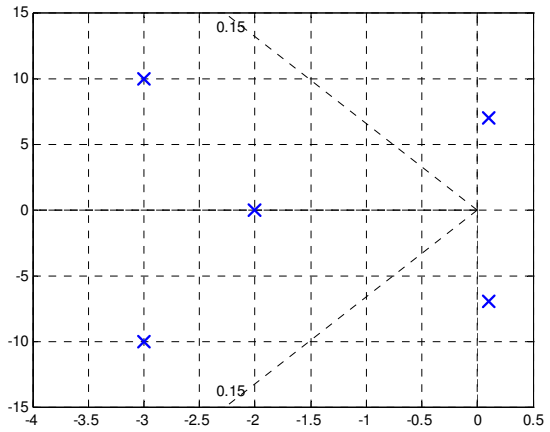
das raízes é inviável, tornando necessária a utilização de uma ferramenta computacional para esse fim.

7.8. Influência dos Zeros da Função de Transferência na Escolha das Malhas de Realimentação

No item 7.4.1 foi comprovado que os resíduos de uma função de transferência em malha aberta representam a sensibilidade dos pólos do sistema em relação à variações no ganho de realimentação. Verifica-se que quanto maior o módulo do resíduo, maior será a influência da variação do ganho de realimentação no respectivo autovalor. O ângulo de partida deste pólo no plano complexo é determinado pela fase do resíduo. Desta forma, o conhecimento dos resíduos associados a um determinado autovalor para diversas funções de transferência é de fundamental importância na escolha das malhas de realimentação a serem utilizadas. Isto pode ser útil, por exemplo, quando se deseja avaliar o melhor local para a instalação de estabilizadores ou compensadores estáticos (MARTINS e LIMA, 1990).

No entanto, a informação contida nos resíduos das funções de transferência não fornece condição suficiente para a determinação da eficácia de uma determinada malha de controle. A localização dos *zeros* desta função de transferência pode exercer fundamental influência no desempenho destas malhas de controle. A presença de um zero próximo a um pólo instável dificulta a estabilização do sistema, uma vez que o pólo é atraído pelo zero a medida que o ganho de realimentação é aumentado. Mais precisamente, os zeros da função de transferência correspondem aos pólos do sistema de malha fechada quando o ganho da malha de realimentação torna-se infinito. Além disso, um zero próximo causa uma redução significativa na sensibilidade de um pólo em relação à variação do ganho de realimentação.

Para ilustrar estes conceitos, considere um sistema dinâmico de quinta ordem constituído de múltiplas entradas e múltiplas saídas (*MIMO – "Multiple Input Multiple Output"*). Os autovalores deste sistema são apresentados no diagrama de pólos da Figura 7.9, onde verifica-se a presença de um par de autovalores complexos conjugados instáveis na freqüência de aproximadamente 1,1 Hz.



Pólos da FTMA:

$p_1 = -2,0$

$p_{2,3} = 0,1 \pm j7$

$p_{4,5} = -3 \pm j10$

Figura 7.9 - Autovalores do sistema exemplo para análise da influência dos zeros

A estabilização do sistema pode ser realizada escolhendo-se uma malha de realimentação apropriada, cuja eficácia depende das características entrada-saída do sistema, ou seja, das funções de transferência que relacionam entradas e saídas específicas.

A influência da localização dos zeros será avaliada considerando-se um sistema realimentado negativamente através de um simples ganho, de forma similar ao diagrama da Figura 7.7. As funções de transferência em malha aberta que relacionam as entradas u_1, u_2 e u_3 com as saídas y_1, y_2 e y_3 são denotadas por $G_1(s)$, $G_2(s)$ e $G_3(s)$, e são transcritas a seguir.

$$G_1(s) = \frac{10(s+1)(s+3)(s+5)}{(s+2)(s^2-0,2s+49)(s^2+6s+109)} \tag{7.62}$$

$$G_2(s) = \frac{10(s+1)(s^2+1,6s+25,6)}{(s+2)(s^2-0,2s+49)(s^2+6s+109)} \tag{7.63}$$

$$G_3(s) = \frac{10(s+1)(s^2+0,2s+49)}{(s+2)(s^2-0,2s+49)(s^2+6s+109)} \tag{7.64}$$

Os pólos das três funções de transferência são idênticos e correspondem aos autovalores do sistema em malha aberta. No entanto, a localização dos zeros difere consideravelmente nos três casos. Variando-se o ganho de realimentação de 0 a infinito para os três casos, obtêm-se os diagramas do lugar das raízes da Figura 7.10.

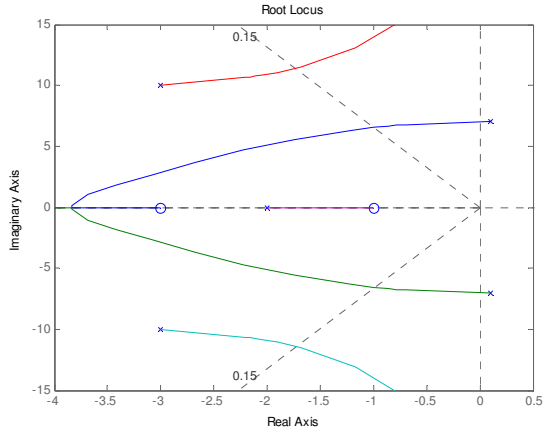
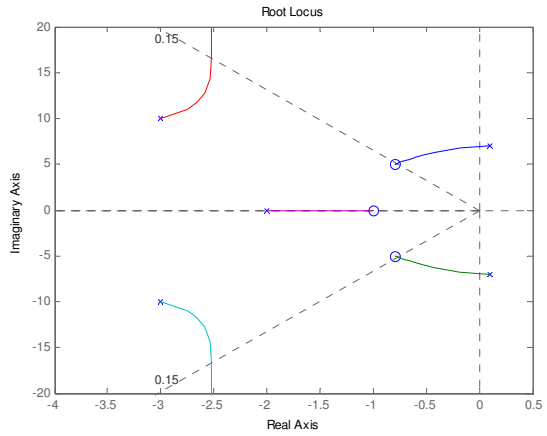
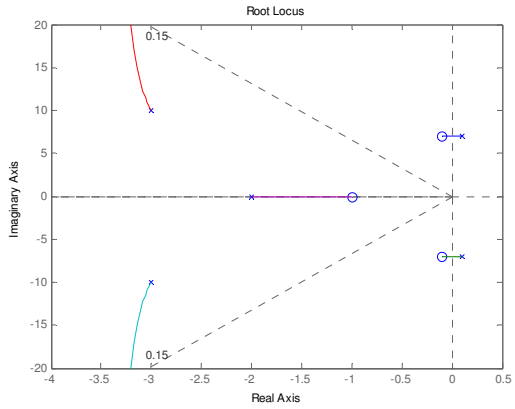
	Zeros de $G_1(s)$: $z_1 = -1,0$ $z_2 = -3,0$ $z_3 = -5,0$
	Zeros de $G_2(s)$: $z_1 = -1,0$ $z_{2,3} = 0,5 \pm j5$
	Zeros de $G_3(s)$: $z_1 = -1,0$ $z_{2,3} = -0,1 \pm j7$

Figura 7.10 – Influência dos zeros da função de transferência na seleção de malhas de controle – diagrama do lugar das raízes

Observa-se que em todos os casos, variações no ganho de realimentação deslocam os pólos instáveis para a esquerda no plano complexo. Esta característica pode ser comprovada pela análise dos resíduos correspondentes a estes pólos. No entanto, verifica-se que nos casos de $G_2(s)$ e $G_3(s)$, os zeros se localizam próximos aos pólos instáveis, atraindo-os a medida que o ganho de realimentação é aumentado. Para $G_2(s)$,

os pólos críticos podem ser levados a um amortecimento máximo de aproximadamente 15%, mostrando a redução da sensibilidade da variação do pólo em relação a este ganho. Em geral, ganhos desta magnitude são inviáveis do ponto de vista prático na maioria dos sistemas de controle. No caso de $G_3(s)$, os zeros da função de transferência estão localizados muito próximos aos pólos críticos, inibindo a ação estabilizadora da malha de controle. Por outro lado, para a função de transferência $G_1(s)$, a localização dos zeros é tal que os pólos críticos se deslocam livremente ao longo do semi-plano da esquerda. Apesar do deslocamento em sentido oposto do outro par de pólos complexos ($p_{4,5} = -3 \pm j10$), isto não representa uma limitação relevante, uma vez que um ganho $K = 2,0$ garante amortecimento superior a 15% para ambos os pares de pólos.

Capítulo 8 Interação Torcional com Estabilizadores de Sistemas de Potência

8.1. Introdução

No início dos anos 60, grande parte dos geradores já era equipada com reguladores automáticos de tensão (RAT ou AVR). Com o advento da eletrônica de potência, reguladores de tensão de resposta rápida e elevado ganho foram desenvolvidos e incorporados aos sistemas de excitação das máquinas síncronas. Nos dias atuais, a rápida atuação do regulador de tensão é fundamental para a estabilidade transitória do sistema, além de prover o controle rápido e preciso da tensão terminal da máquina. Em contrapartida, logo se verificou que a ação do AVR resultava em impacto adverso na estabilidade a pequenas perturbações (LARSEN e SWANN, 1981a). Oscilações de pequena amplitude e baixa freqüência eram mantidas por longos períodos e em muitos casos impunham restrições aos limites de transmissão. Estabilizadores de Sistema de Potência (ESP ou PSS) foram desenvolvidos para amortecer estas oscilações através da modulação da excitação do gerador. O sinal de entrada do PSS pode ser oriundo da velocidade do rotor, freqüência, potência elétrica ou de uma combinação destas variáveis. O sinal de saída do PSS é adicionado ao sinal de referência do regulador de tensão, introduzindo uma componente de torque de amortecimento no rotor da máquina.

Em 1973 foi relatado pela primeira vez o surgimento de vibrações mecânicas anormais nos eixos de unidades térmicas equipadas com estabilizadores baseados na velocidade do rotor (WATSON e COULTES, 1973). Nesta ocasião, foi verificado que a ação do sinal estabilizador instalado em uma unidade de 555 MVA, 3600 rpm, da usina de Lambton, da Ontario Hydro's, resultava em instabilização do primeiro modo torcional. O problema foi inicialmente solucionado através da localização do transdutor de velocidade em um ponto alternativo, próximo ao nó do primeiro modo torcional. Neste local, entre as duas seções de baixa pressão da turbina, outros modos torcionais também possuíam amplitude muito pequena e, portanto, não eram sensibilizados. No entanto, esta não é uma solução geral e, em muitos casos, não é aplicável. LAWSON et al. (1978) sugeriram a utilização de filtros torcionais projetados especialmente para este fim. O projeto destes filtros deve garantir uma margem de segurança suficiente para minimizar a interação com os modos torcionais, ao mesmo tempo em que não devem

introduzir atrasos de fase excessivos em baixas freqüências. A seleção dos parâmetros do filtro deve ser determinada cuidadosamente, de forma a não provocar interação adversa com outros modos do sistema.

O grau de interação torcional depende da natureza do sinal de entrada do PSS. Estabilizadores baseados na velocidade do rotor apresentam elevada interação torcional, necessitando atenção especial no projeto de filtros torcionais (LARSEN e SWANN, 1981c). PSS derivados da potência elétrica podem ser projetados de forma a exercer pouca influência sobre os modos torcionais, mas causam efeitos adversos no desempenho da tensão e da potência reativa durante variações rápidas de carga. A tendência atual é a utilização de estabilizadores baseados na composição de ambos os sinais, sintetizando um sinal equivalente a integral da potência acelerante (DE MELLO et al., 1978, LEE et al., 1981, MURDOCH et al., 1999b).

Neste capítulo serão apresentados os mecanismos de interação torcional envolvendo estabilizadores de sistemas de potência. Serão discutidas também algumas técnicas empregadas para a minimização deste tipo de interação adversa.

8.2. Fundamentos Básicos

8.2.1. Modelo Linearizado de Heffron-Phillips

Os conceitos básicos da aplicação de estabilizadores de sistema de potência podem ser ilustrados referindo-se ao sistema da Figura 8.1, que representa uma máquina conectada a uma barra infinita através de uma impedância externa.

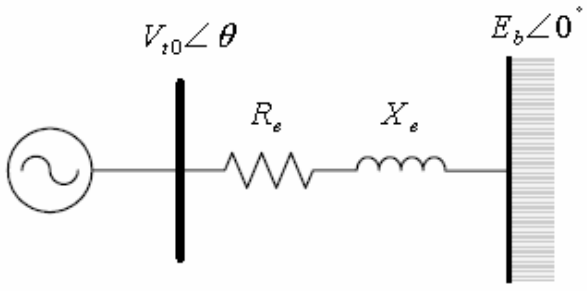


Figura 8.1 – Máquina conectada a uma barra infinita

O diagrama de blocos da Figura 8.2 foi desenvolvido por HEFFRON e PHILLIPS (1952) e explorado por DE MELLO e CONCORDIA (1969). Ele representa, através de funções de transferência básicas, um modelo linearizado do sistema da Figura 8.1.

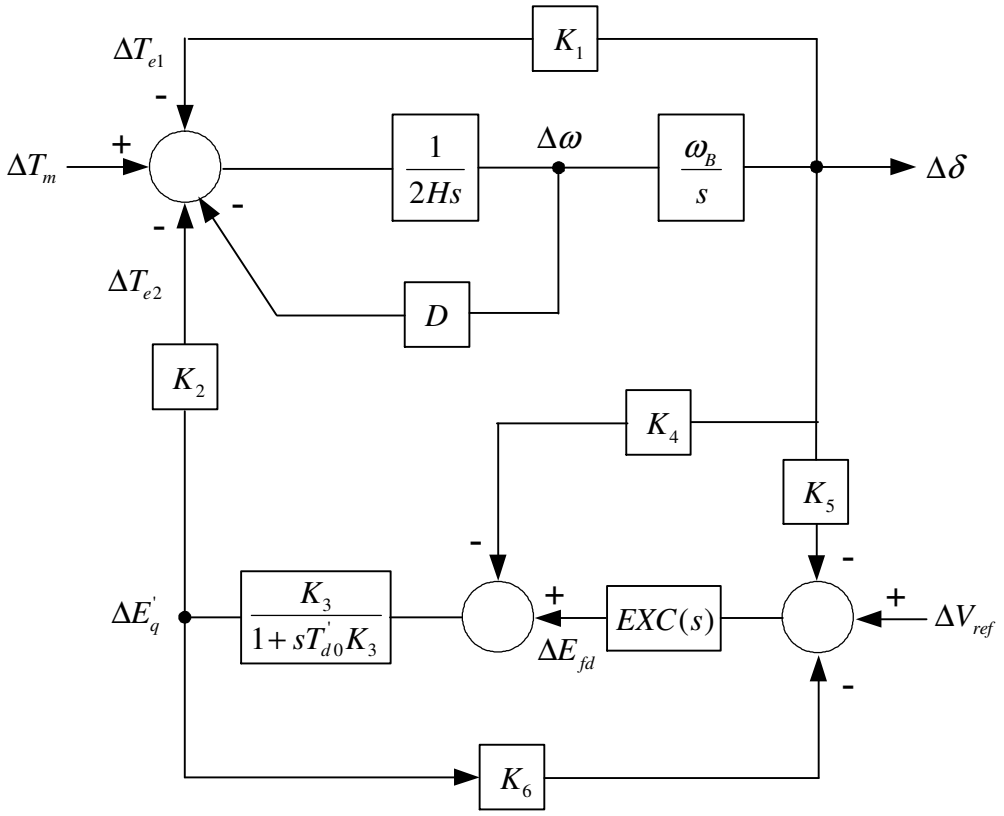


Figura 8.2 – Modelo linearizado de Heffron-Phillips

A máquina síncrona é representada por um modelo de terceira ordem, equivalente a uma representação em dois eixos contendo um enrolamento de campo no eixo direto e que despreza os efeitos dos enrolamentos amortecedores. No desenvolvimento deste diagrama de blocos não foram considerados os transitórios da rede elétrica e dos fluxos do estator. As constantes K_1 a K_6 são denominadas constantes de Heffron-Phillips e dependem do ponto de operação do sistema. As expressões para o cálculo de cada uma destas constantes são apresentadas a seguir.

$$K_1 = \frac{E_{q0}E_b}{A}\left[R_e \sin\delta_0 + \left(X_e + X_d'\right)\cos\delta_0\right] + \frac{i_{q0}E_b}{A}\left[\left(X_q - X_d'\right)\left(X_e + X_q\right)\sin\delta_0 - R_e\left(X_q - X_d'\right)\cos\delta_0\right] \quad (8.1)$$

$$K_2 = \frac{R_e E_{q0}}{A} + i_{q0}\left(1 + \frac{\left(X_e + X_q\right)\left(X_q - X_d'\right)}{A}\right) \quad (8.2)$$

$$K_3 = \left(1 + \frac{\left(X_e + X_q\right)\left(X_q - X_d'\right)}{A}\right)^{-1} \quad (8.3)$$

$$K_4 = \frac{E_b\left(X_d - X_d^{'}\right)}{A}\left[\left(X_e + X_q\right)\sin\delta_0 - R_e\cos\delta_0\right] \tag{8.4}$$

$$K_5 = \frac{v_{d0}}{v_{t0}}X_q\left[\frac{R_eE_b\sin\delta_0 + \left(X_e + X_d^{'}\right)E_b\cos\delta_0}{A}\right] + \frac{v_{q0}}{v_{t0}}X_d^{'}\left[\frac{R_eE_b\cos\delta_0 - \left(X_e + X_q\right)E_b\sin\delta_0}{A}\right] \tag{8.5}$$

$$K_6 = \frac{v_{q0}}{v_{t0}}\left[1 - \frac{X_d^{'}\left(X_e + X_q\right)}{A}\right] + \frac{v_{d0}}{v_{t0}}X_q\frac{R_e}{A} \tag{8.6}$$

onde: $A = R_e^2 + \left(X_e + X_d^{'}\right)\left(X_e + X_q\right)$

As equações anteriores tornam-se bastante simplificadas fazendo-se a resistência R_e igual a zero. Esta hipótese facilita a análise do efeito do carregamento e da impedância externa sobre os valores das constantes. Assumindo $R_e = 0$, o cálculo das constantes é realizado pelas expressões a seguir:

$$K_1 = i_{q0}E_b\frac{\left(X_q - X_d^{'}\right)}{\left(X_e + X_d^{'}\right)}\sin\delta_0 + \frac{E_{q0}E_b}{\left(X_e + X_q\right)}\cos\delta_0 \tag{8.7}$$

$$K_2 = \frac{E_b}{\left(X_e + X_d^{'}\right)}\sin\delta_0 \tag{8.8}$$

$$K_3 = \frac{\left(X_d^{'} + X_e\right)}{\left(X_d + X_e\right)} \tag{8.9}$$

$$K_4 = \frac{\left(X_d - X_d^{'}\right)}{\left(X_e + X_d^{'}\right)}E_b\sin\delta_0 \tag{8.10}$$

$$K_5 = \frac{X_q}{\left(X_e + X_q\right)}\frac{v_{d0}}{v_{t0}}E_b\cos\delta_0 - \frac{X_d^{'}}{\left(X_e + X_d^{'}\right)}\frac{v_{q0}}{v_{t0}}E_b\sin\delta_0 \tag{8.11}$$

$$K_6 = \frac{X_e}{\left(X_e + X_d^{'}\right)}\frac{v_{q0}}{v_{t0}} \tag{8.12}$$

Para as faixas normais de operação, pode-se mostrar que todas as constantes são positivas, a menos de K_5, que pode assumir valores negativos em condições de carregamento elevado (δ_0 grande) e elevada impedância externa. A constante K_3 é a única que não depende do ponto de operação (EL-SHERBINY e MEHTA, 1973).

Considerando um regulador de tensão de primeira ordem, a função de transferência do sistema de excitação é dada por:

$$EXC(s) = \frac{K_A}{1 + sT_A} \tag{8.13}$$

O diagrama de blocos deste sistema de excitação é apresentado na Figura 8.3.

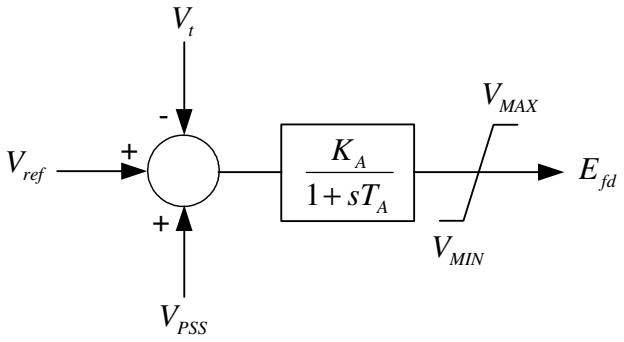


Figura 8.3 – Regulador de tensão de primeira ordem

Em geral, a constante de tempo de reguladores de tensão estáticos é pequena. Desta forma, se pudermos considerar $T_A \approx 0$, a componente de torque elétrico aplicada ao rotor será dada por:

$$\Delta T_e = \Delta T_{e1} + \Delta T_{e2} \tag{8.14}$$

$$\Delta T_e = \left[K_1 - \frac{K_2\left(K_4 + K_5 K_A\right)}{sT_{d0}^{'} + \dfrac{1 + K_3 K_6 K_A}{K_3}} \right] \cdot \Delta\delta \tag{8.15}$$

Assumindo que:

$$1 + K_3 K_6 K_A \approx K_3 K_6 K_A \tag{8.16}$$

A equação (8.15) se resume a:

$$\Delta T_e = \left[K_1 - \frac{\dfrac{K_2}{K_6}\left(K_5 + \dfrac{K_4}{K_A}\right)}{s\dfrac{T_{d0}^{'}}{K_6 K_A} + 1} \right] \cdot \Delta\delta \tag{8.17}$$

Fazendo $s = j\omega$ e lembrando a definição dos coeficientes de torque sincronizante e de amortecimento, temos:

$$\frac{\Delta T_e(j\omega)}{\Delta\delta(j\omega)} = T_S + j\frac{\omega}{\omega_B}T_D \tag{8.18}$$

Desta forma, temos para a expressão (8.17):

$$T_S = K_1 - \frac{\frac{K_2}{K_6}\left(K_5 + \frac{K_4}{K_A}\right)}{1+\omega^2\left(\frac{T'_{d0}}{K_A K_6}\right)^2} \tag{8.19}$$

$$T_D = \frac{\omega_B \frac{K_2}{K_6^2}\frac{T'_{d0}}{K_A}\left(K_5 + \frac{K_4}{K_A}\right)}{1+\omega^2\left(\frac{T'_{d0}}{K_A K_6}\right)^2} \tag{8.20}$$

Para o sistema ser estável, ambos os coeficientes devem ser positivos em todo o espectro de freqüências.

Torque Sincronizante

Esta é a componente de torque em fase com $\Delta\delta$. Para que o torque sincronizante líquido do sistema seja positivo, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$K_1 > 0 \tag{8.21}$$

$$K_1 - \frac{K_2}{K_6}\left(K_5 + \frac{K_4}{K_A}\right) > 0 \tag{8.22}$$

Estas condições geralmente se aplicam. Para K_5 positivo, o segundo termo da equação (8.22) é positivo. Isto não representa um problema, uma vez que para os casos em que K_5 é positivo (impedância externa e carregamentos baixos ou médios), K_1 é geralmente elevado e o torque sincronizante líquido é positivo. Para valores negativos de K_5 (impedância externa e carregamento elevados), a componente de torque sincronizante devido às variações de fluxo é positiva. Isto é favorável nos casos em que o coeficiente K_1 é baixo ou negativo.

Torque de Amortecimento

Esta componente de torque está em fase com as variações de velocidade e determina a estabilidade oscilatória do sistema. Para que o torque de amortecimento líquido do sistema seja positivo, a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$K_5 + \frac{K_4}{K_A} > 0 \tag{8.23}$$

Conforme mencionado anteriormente, K_5 pode apresentar valores negativos em condições de elevado carregamento e impedância externa. Sob estas condições, a inequação (8.23) pode ser violada para elevados valores de K_A e o sistema apresentará instabilidade oscilatória. O limite máximo para o valor de K_A quando K_5 é negativo é dado por:

$$K_5 < -\frac{K_4}{K_A} \tag{8.24}$$

Na prática, não é possível reduzir muito o ganho do AVR para satisfazer (8.24), uma vez que o ganho é determinado pelas necessidades de regulação de tensão e é fundamental para a estabilidade transitória do sistema durante grandes perturbações. Desta forma, foram desenvolvidos estabilizadores de sistemas de potência (PSS) para garantir que o torque de amortecimento líquido seja positivo mesmo nas condições em que K_5 é negativo. Esta abordagem, proposta no final da década de 60, foi adotada pela indústria como a solução para os problemas de estabilidade a pequenas perturbações (WATSON e MANCHUR, 1973, KUNDUR et al., 1981, 1989).

8.2.2. Projeto de Estabilizadores de Sistema de Potência

A função básica do PSS é introduzir amortecimento às oscilações eletromecânicas do sistema através da modulação da excitação da máquina síncrona. Estas oscilações geralmente se situam na faixa de freqüência de aproximadamente 0,2 a 2,5 Hz. A insuficiência de amortecimento destes modos de oscilação acarreta em restrições indesejáveis nas capacidades de transmissão do sistema. Para introduzir amortecimento, o PSS deve produzir uma componente de torque elétrico em fase com as variações de velocidade do rotor. A função de transferência do PSS deve compensar as características de ganho e fase do sistema de excitação, gerador e sistema de potência,

que conjuntamente determinam a função de transferência entre a saída do PSS e a componente de torque produzida pela modulação da excitação. Esta função de transferência é denotada por *GEP(s)* e é fortemente influenciada pelo ganho do regulador de tensão, pelo nível de geração e pela impedância externa do sistema (DE MELLO e CONCORDIA, 1969). A função *GEP(s)* é definida como:

$$GEP(s) = \frac{\Delta T_e(s)}{\Delta V_{ref}(s)} \tag{8.25}$$

A função de transferência *GEP(s)* pode ser derivada a partir do modelo de Heffron-Phillips, e é dada por:

$$GEP(s) = \frac{K_2 K_3 \cdot EXC(s)}{1 + sT_{d0}^{'} K_3 + K_3 K_6 \cdot EXC(s)} \tag{8.26}$$

onde *EXC(s)* representa a função de transferência do sistema de excitação.

O diagrama de blocos da Figura 8.4 separa esquematicamente as contribuições de torque eletromagnético aplicado ao rotor em duas componentes:

- Uma componente produzida exclusivamente pelo PSS através da modulação da tensão de referência do regulador de tensão, T_{ep};
- Uma componente resultante de todas as outras contribuições, T_{e0}.

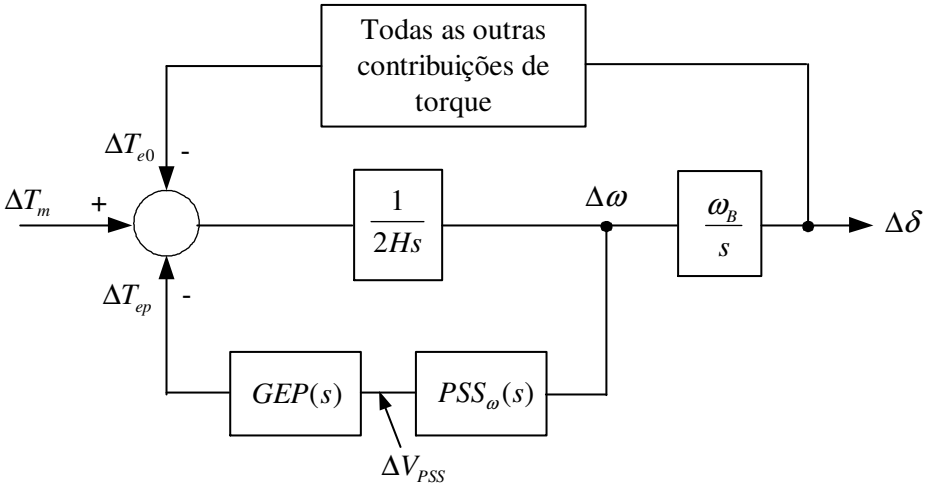


Figura 8.4 – Diagrama esquemático incluindo a ação do PSS

Este diagrama de blocos refere-se a um PSS derivado da velocidade do rotor. Quando outros sinais de entrada são utilizados, este diagrama de blocos não é válido. Nestes

casos, algumas considerações adicionais devem ser feitas, conforme será apresentado mais a frente.

A função de transferência que relaciona a componente de torque produzida exclusivamente pelo PSS e a velocidade do rotor é representada por $P_{\omega}(s)$ e é dada por:

$$P_{\omega}(s) = \frac{\Delta T_{ep}(s)}{\Delta\omega(s)} = \frac{\Delta T_{ep}(s)}{\Delta V_{ref}(s)} \cdot \frac{\Delta V_{ref}(s)}{\Delta\omega(s)} = GEP(s) \cdot PSS_{\omega}(s) \tag{8.27}$$

A função de transferência que representa a resultante de todas as outras contribuições de torque é representada por $K_{1e}(s)$ e é dada por:

$$K_{1e}(s) = \left.\frac{\Delta T_{e0}}{\Delta\delta}\right|_{\Delta V_{ref}=0} \tag{8.28}$$

Para que o estabilizador produza uma componente de torque em fase com as variações de velocidade em todo o espectro de freqüências, este deve compensar o atraso de fase de $GEP(s)$. Desta forma, a função de transferência $PSS_{\omega}(s)$ ideal é dada por:

$$PSS_{\omega}(s) = \frac{D_P}{GEP(s)} \tag{8.29}$$

onde D_P é a contribuição desejada de amortecimento suprida pelo estabilizador.

No entanto, este estabilizador não é praticável, pois para compensar o atraso de fase de $GEP(s)$ são necessários derivadores puros, introduzindo elevados ganhos em altas freqüências. O ganho deve ser atenuado em freqüências elevadas para limitar o efeito do ruído e minimizar a interação torcional. A solução consiste em utilizar blocos do tipo avanço-atraso (*"lead-lag"*) para fornecer a compensação de fase necessária na faixa de freqüência de interesse (LARSEN e SWANN, 1981a). Como $GEP(s)$ introduz atraso de fase, os parâmetros do PSS devem ser ajustados para introduzir avanço de fase. O diagrama de blocos do PSS prático é apresentado na Figura 8.5.

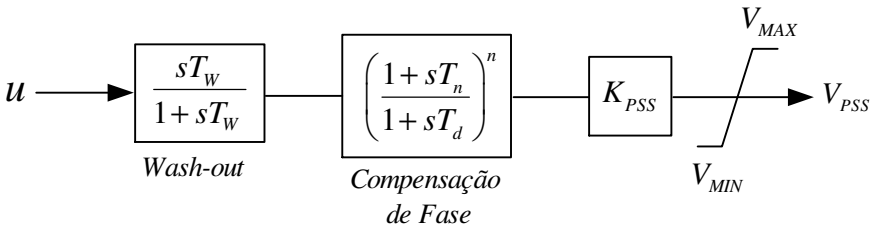


Figura 8.5 – Diagrama de blocos do PSS prático

No diagrama de blocos, *u* é o sinal de entrada do PSS e *n* é o número de blocos avanço-atraso. O bloco *"wash-out"* é um filtro passa-alta que impede a atuação do PSS em regime permanente. A determinação da constante T_W não é muito crítica, mas deve ser escolhida de forma a permitir a atuação do PSS no modo eletromecânico de mais baixa freqüência, correspondente a um modo interárea (LEE e KUNDUR, 1986). O sinal de saída do PSS (V_{PSS}) deve ser limitado, de forma a não interferir na ação de regulação de tensão do AVR.

A resposta em freqüência de um estágio da compensação de fase do PSS é apresentada na Figura 8.6 para diferentes freqüências de centro da compensação de fase ($T_n/T_d = 5$).

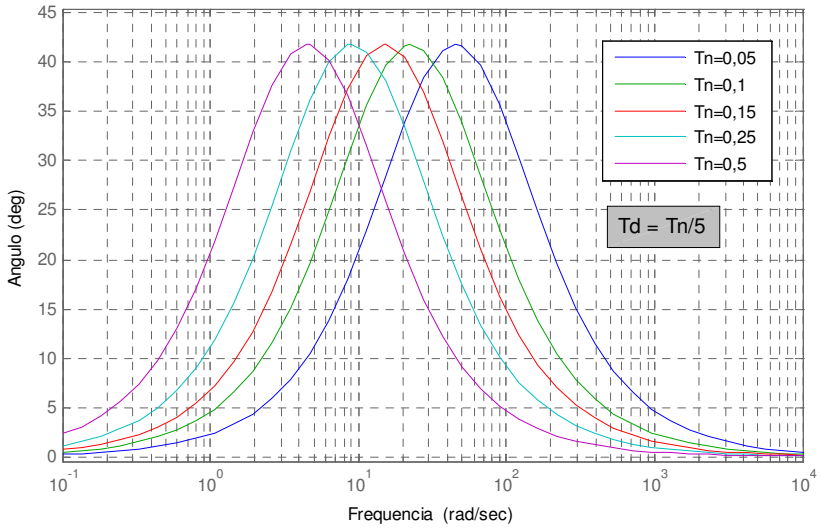


Figura 8.6 – Resposta em freqüência do bloco compensador do PSS

A freqüência central corresponde ao máximo ganho de fase que um bloco avanço-atraso pode fornecer, e é dada em função dos parâmetros do compensador:

$$f_c = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{T_n T_d}} \tag{8.30}$$

O ganho de fase fornecido pelo bloco avanço-atraso na freqüência central é dado por:

$$\phi_{\max} = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{T_n}{T_d}-1}{2\sqrt{\frac{T_n}{T_d}}}\right) \tag{8.31}$$

O ajuste de fase do PSS deve ser realizado levando em consideração a sua influência nos diversos modos do sistema. A seleção dos parâmetros deve ser tal que não produza efeitos adversos nos modos intraplanta, interárea e da excitatriz.

A Figura 8.7 mostra a influência da variação da freqüência de centro da compensação de fase do PSS na contribuição de torque através do PSS, $P_\omega(s)$.

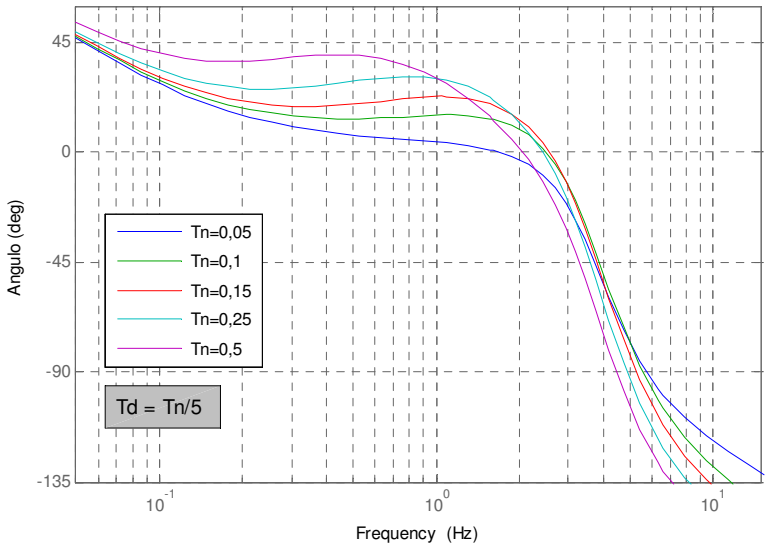


Figura 8.7 – Efeito da variação da freqüência de centro da compensação de fase do PSS em $P_\omega(s)$

A seleção do ganho do PSS (K_{PSS}) é realizada através do diagrama do lugar das raízes. Um diagrama do lugar das raízes típico é ilustrado na Figura 8.8, no qual é indicado o efeito do variação do ganho em duas condições distintas. Na primeira, o modo eletromecânico se torna instável com o aumento do ganho do PSS. Na segunda, um outro modo, denominado *modo da excitatriz* se torna instável à medida que o ganho do PSS é aumentado. O modo da excitatriz é originado pelas dinâmicas do fluxo e do sistema de excitação. Uma solução de compromisso entre os dois modos deve ser obtida

de forma a garantir um bom desempenho dinâmico do sistema (LARSEN e SWANN, 1981b).

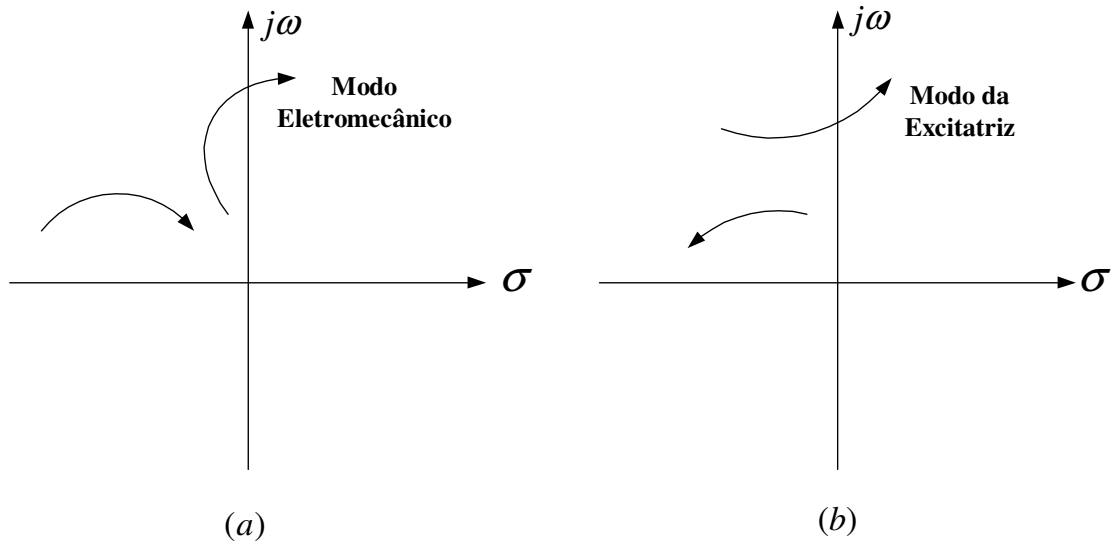


Figura 8.8 – Diagrama do lugar das raízes típico para ajuste do ganho do PSS – (a) Instabilidade do modo eletromecânico; (b) Instabilidade do modo da excitatriz

8.2.3. Análise de Estabilizadores Derivados de Sinais Arbitrários

Quando o sinal de entrada do PSS é derivado de um outro sinal que não a velocidade do rotor, dois fatores adicionais devem ser considerados na análise (LARSEN e SWANN, 1981a). O primeiro é denominado "fator de sensibilidade do sinal de entrada", S_u, que representa a função de transferência entre o sinal de entrada utilizado pelo estabilizador (u) e a velocidade do rotor (ω). O segundo fator é o "fator de realimentação do sinal de entrada", FB_u, que é resultado da influência do sinal de saída do estabilizador no seu sinal de entrada, através de variações no enlace de fluxo. Ou seja:

$$S_u(s) = \frac{\partial u}{\partial \omega} \tag{8.32}$$

$$FB_u(s) = \frac{\partial u}{\partial V_{PSS}} \tag{8.33}$$

O inter-relacionamento entre estas variáveis pode ser expresso matematicamente por:

$$\Delta u = S_u(s) \cdot \Delta\omega + FB_u(s) \cdot \Delta V_{PSS} \tag{8.34}$$

$$\Delta u = S_u(s) \cdot \Delta\omega + FB_u(s) \cdot PSS_u(s) \cdot \Delta u \tag{8.35}$$

A contribuição de torque resultante é apresentada no diagrama de blocos da Figura 8.9 e é dada por:

$$P_u(s) = \frac{\Delta T_{ep}}{\Delta\omega} \tag{8.36}$$

$$P_u(s) = \frac{S_u(s) \cdot PSS_u(s) \cdot GEP(s)}{1 - FB_u(s) \cdot PSS_u(s)} \tag{8.37}$$

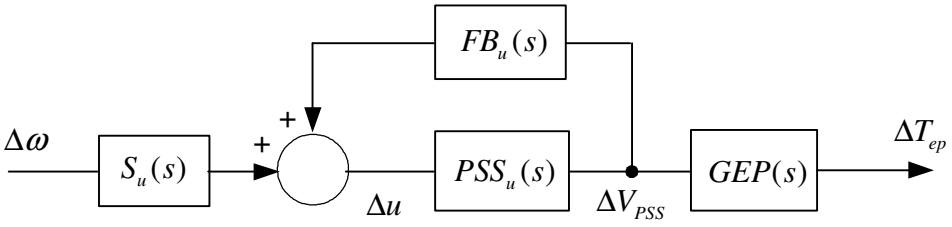


Figura 8.9 – Malha do estabilizador com sinal de entrada arbitrário

PSS derivado da velocidade do rotor

As características de estabilizadores derivados da velocidade do rotor foram analisadas em detalhes no item anterior. Considerando as expressões (8.32) e (8.33), podemos escrever:

$$S_\omega(s) = 1.0 \tag{8.38}$$

$$FB_\omega(s) = 0.0 \tag{8.39}$$

PSS derivado da potência elétrica

Pode-se demonstrar que para um estabilizador derivado da potência elétrica, os fatores S_p e FB_p valem aproximadamente:

$$S_p(s) \approx \frac{\omega_B}{s} K_{1e}(s) \tag{8.40}$$

$$FB_p(s) \approx GEP(s) \tag{8.41}$$

Uma vez que o fator de sensibilidade do sinal de entrada para o estabilizador de potência elétrica apresenta essencialmente uma característica integral, com

aproximadamente 90° de atraso de fase na faixa de freqüência de interesse, seria intuitivo imaginar que um avanço de fase adicional de 90° seria necessário na malha de compensação de fase do estabilizador. Entretanto, o estabilizador de potência elétrica pode ser projetado assumindo uma característica de *fase não-mínima*. Assim sendo, uma rede de atraso de fase de 270° é utilizada ao invés de uma rede de avanço de fase de 90°. A vantagem desta abordagem é que redes de atraso de fase apresentam ganhos decrescentes com a freqüência, minimizando os efeitos sobre as oscilações torcionais. Por outro lado, a abordagem de *fase mínima* utiliza redes de avanço de fase, que apresentam ganhos crescentes com a freqüência, aumentando a interação torcional. Esta abordagem de fase não-mínima não pode ser aplicada a estabilizadores derivados da velocidade do rotor (LARSEN e SWANN, 1981a).

O atraso de fase de 270° pode ser obtido invertendo-se o sinal da potência elétrica e projetando o estabilizador de forma que a contribuição líquida do PSS e *GEP(s)* produza 90° de atraso de fase através de uma característica integral. Assumindo este critério, a função de transferência do PSS de potência elétrica ideal é dada por:

$$PSS_p(s) = -\frac{D_P}{s \cdot GEP(s)} \tag{8.42}$$

Este resultado é equivalente ao obtido para o estabilizador de velocidade, uma vez que o sinal resultante da integral de P_e com sinal invertido equivale a ω.

A Figura 8.10 apresenta a resposta em freqüência do estabilizador de potência elétrica ideal e prático. Para os modos locais de baixa freqüência (sistemas de transmissão fracos), atraso de fase deve ser introduzido para compensar o pequeno atraso de fase introduzido por *GEP(s)*. Para os modos locais de freqüência mais alta (sistemas de transmissão fortes), o estabilizador deve introduzir avanço de fase para compensar o atraso de fase tanto de *GEP(s)* quanto do PSS. O ganho em baixas freqüências é reduzido usando uma constante de tempo, ao invés de um integrador puro, equivalente ao bloco *wash-out* do estabilizador de velocidade. A combinação de um pequeno estágio avanço-atraso e um bloco de atraso de fase em altas freqüências resulta na desejada característica de ganho decrescente com a freqüência, mantendo a compensação de fase adequada na freqüência do modo local de oscilação (LARSEN e SWANN, 1981a).

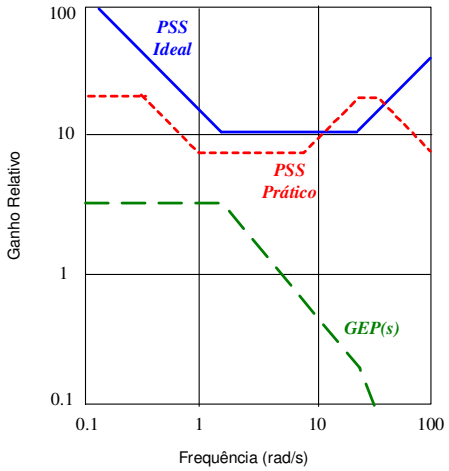


Figura 8.10 – Resposta em freqüência do estabilizador de potência elétrica – ideal e prático

8.2.4. Projeto de PSS Baseado em Resíduos

Os conceitos e métodos de projeto discutidos no item 8.2.2 se aplicam a sistemas que podem ser representados por uma máquina conectada a uma barra infinita através de uma impedância. Quando sistemas multimáquinas e de grande porte são considerados, algumas das simplificações adotadas não são mais válidas e técnicas diferentes são necessárias. Metodologias baseadas na análise de resíduos têm se mostrado apropriadas na utilização em sistemas de grande porte (FERRAZ, 2002).

No item 7.4.1 do Capítulo 7 foi demonstrado que a variação de um determinado pólo em função da variação incremental do ganho de realimentação é dada pelo resíduo da função de transferência em malha aberta relativo a este pólo. Ou seja:

$$\frac{d\lambda_i}{dK} = -R_i \tag{8.43}$$

Este resultado foi obtido considerando realimentação negativa da saída. Em geral, os estabilizadores utilizam realimentação positiva e, por isso, o sinal negativo da equação (8.43) deixa de existir. Desta forma, pode-se escrever para um PSS derivado da velocidade do rotor:

$$\frac{d\lambda_i}{dK_j} = R\left(\frac{\Delta\omega_j}{\Delta V_{ref\,j}}, \lambda_i\right) \tag{8.44}$$

Em outras palavras, este resultado equivale a dizer que o ângulo de partida do pólo λ_i, quando o ganho de realimentação do PSS associado ao gerador *j* é variado, é dado pela fase do resíduo associado a este pólo, R_i. Por outro lado, o módulo deste resíduo indica o grau de sensibilidade deste pólo a variações no ganho de realimentação. A Figura 8.11 ilustra a malha de realimentação de um PSS derivado da velocidade do rotor.

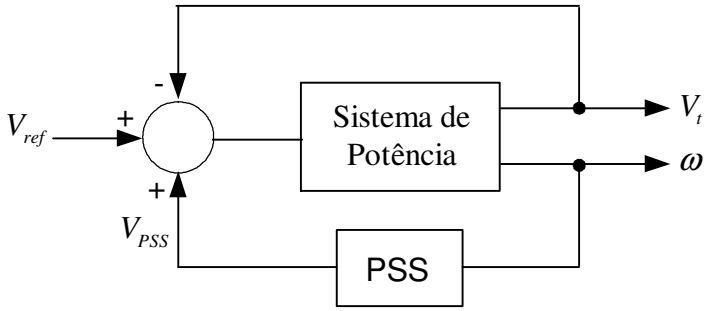


Figura 8.11 – Malha de estabilização suplementar do gerador síncrono

Assim, uma das formas de realizar o projeto do estabilizador é compensar este ângulo de forma que o ângulo de partida resultante seja 180°. A Figura 8.12 mostra como ocorre a compensação. O ângulo total dos blocos avanço-atraso (ϕ) somado ao ângulo de partida do pólo mal amortecido deverá somar 180°.

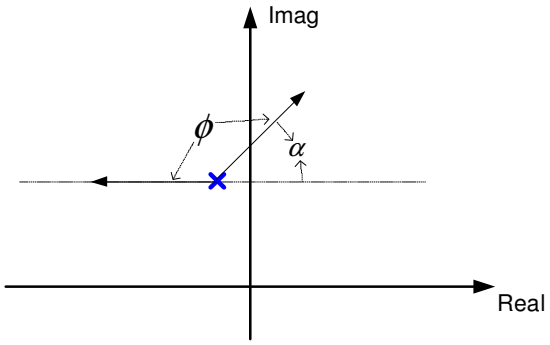


Figura 8.12 – Projeto de PSS por meio da compensação do ângulo de partida

O módulo do resíduo dá um indicativo de quais estabilizadores sensibilizam em maior grau um determinado modo de interesse. A seleção do ganho pode ser realizada através do diagrama de lugar das raízes seguindo as mesmas diretrizes estabelecidas no item anterior.

As informações obtidas da avaliação dos resíduos são necessárias, mas não suficientes para definir corretamente a localização e ajuste dos estabilizadores do sistema. Quando uma ou várias malhas estabilizadoras são fechadas, a trajetória final dos pólos críticos

no plano complexo dependerá também dos *zeros da função de transferência*. A presença de um zero próximo a um autovalor instável ou mal amortecido inibe a ação estabilizadora, uma vez que o autovalor é atraído pelo zero a medida que o ganho do estabilizador é aumentado. Desta forma, a análise dos zeros desempenha um papel fundamental na determinação das malhas estabilizadoras a serem utilizadas durante o processo de análise a pequenas perturbações (MARTINS e LIMA, 1990).

8.2.5. Projeto de PSS pelo Método de Nyquist

O diagrama de Nyquist de uma função de transferência *G(s)*, consiste no traçado do lugar geométrico no plano complexo do valor de $G(j\omega)$ quando ω varia de $-\infty$ a $+\infty$ (KUO, 1962). Sendo a função de transferência do PSS (canal de realimentação) dada por *H(s)*, a função de transferência de malha aberta *F(s)* é dada por:

$$F(s) = G(s) \cdot H(s) \tag{8.45}$$

Para que o sistema de malha fechada seja estável, o número de vezes que o diagrama de Nyquist envolve o ponto -1, no sentido anti-horário, deverá ser igual ao número de pólos no semi-plano direito da função de transferência de malha aberta (KUO, 1962, OGATA, 2003). Desta forma, projeta-se *H(s)* através da escolha de blocos do tipo avanço-atraso que compensem o ângulo de $G(j\omega)$ na freqüência de interesse, satisfazendo o critério previamente estabelecido. Observe que o método em sua concepção original utiliza realimentação negativa da saída. Como os estabilizadores em geral usam realimentação positiva, a função de transferência do canal direto *G(s)* de interesse deve ser invertida. Por exemplo, para um estabilizador derivado da velocidade do rotor, a função de transferência de interesse é $-\Delta\omega / \Delta V_{ref}$.

O projeto utilizando o método de Nyquist convencional permite alocar pólos ao longo do eixo imaginário. Através da variação do ganho do estabilizador consegue-se obter o fator de amortecimento necessário. No entanto, à medida que o ganho do PSS é variado, a freqüência complexa é alterada, modificando a compensação de fase introduzida pelo estabilizador. Desta forma, verificam-se variações de freqüência no autovalor em malha fechada em relação ao mesmo autovalor em malha aberta.

Uma generalização do método de Nyquist seria considerar o traçado do diagrama de Nyquist considerando uma reta de fator amortecimento constante. Isto significa dizer

que o diagrama de Nyquist é traçado considerando o lugar geométrico do valor de $G(\sigma+j\omega)$, onde o fator de amortecimento ζ considerado é dado por:

$$\zeta = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} \tag{8.46}$$

Este método foi sugerido por GOMES JR. et al. (1998) e se propõe a alocar um par de pólos complexos, verificando simultaneamente o efeito da compensação na resposta em freqüência do sistema. Neste trabalho, foram desenvolvidas as equações para a determinação dos parâmetros dos blocos avanço-atraso para compensação exata de fase do diagrama de Nyquist com fator de amortecimento constante.

Seja a estrutura do compensador:

$$H(s) = \left(\frac{1 + aTs}{1 + Ts} \right)^n \tag{8.47}$$

e ϕ o ângulo que $H(s)$ deve compensar por avanço de fase, as equações deduzidas para o cálculo dos parâmetros a e T são dadas por:

$$Ang\left[\left(k_1\sqrt{a} + k_2 \right) + j\sqrt{a} \right] - Ang\left[\left(k_1\sqrt{a} + k_2 a \right) + j\sqrt{a} \right] - \frac{\phi}{n} = 0 \tag{8.48}$$

$$T = \frac{1}{\omega k_2 \sqrt{a}} \tag{8.49}$$

As constantes k_1 e k_2 são calculadas através das seguintes expressões:

$$k_1 = -\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \qquad k_2 = \sqrt{1 + k_1^2} \tag{8.50}$$

Na equação (8.48), o parâmetro a não pode ser explicitado e, portanto, só pode ser obtido por processos iterativos. Este algoritmo foi implementado no programa Pacdyn (MARTINS et al., 2000) utilizando-se o método de Newton-Raphson. Maiores informações sobre a implementação do método podem ser encontradas em (GOMES JR. et al., 1998).

Em (GUIMARÃES et al., 2000), este método foi aprimorado através de um desenvolvimento analítico que elimina o processo iterativo utilizado em (GOMES JR.

et al., 1998). Neste trabalho, foram obtidas as seguintes expressões fechadas para obtenção dos parâmetros do estabilizador:

$$\alpha = \frac{1}{\left(k_1^2 + 1\right) \cdot T^2 \cdot \omega^2} \tag{8.51}$$

$$T = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{8.52}$$

onde:

$$a = \left(k_1^2 + 1\right) \cdot \omega^2 \cdot \left(k_1 \cdot \tan\phi + 1\right) \tag{8.53}$$

$$b = 2 \cdot \left(k_1^2 + 1\right) \cdot \omega \cdot \tan\phi \tag{8.54}$$

$$c = k_1 \cdot \tan\phi - 1 \tag{8.55}$$

Para que T seja maior do que zero, deve-se considerar apenas o sinal positivo antes do radical da equação (8.52), pois na maioria dos casos a e b são positivos e c é negativo. Com o valor de T determinado, basta substituí-lo na equação (8.51) para determinar o valor de α.

8.2.6. Modelagem de Estabilizadores no Espaço de Estados

A Figura 8.13 apresenta um diagrama de blocos do sistema de excitação da máquina síncrona, incluindo o PSS. Serão desenvolvidas as equações de estado deste sistema, considerando um estabilizador derivado da velocidade do rotor, com dois estágios de avanço de fase e um bloco *"wash-out"*. A metodologia de desenvolvimento destas equações se aplica a variantes desta representação sem perda de generalidade.

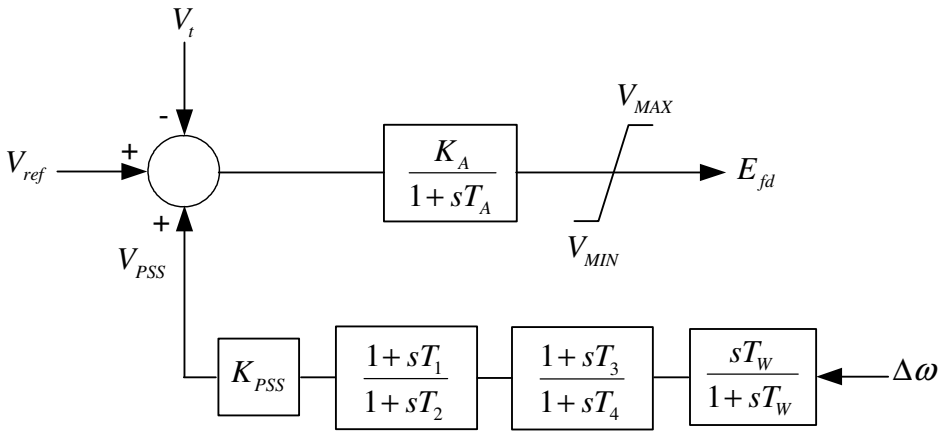


Figura 8.13 – Diagrama de blocos do sistema de excitação incluindo PSS

Para facilitar o desenvolvimento das equações de estado, o diagrama de blocos do PSS pode ser rearranjado, assumindo a forma apresentada na Figura 8.14. Neste diagrama são identificadas as variáveis de estado linearizadas Δx_1, Δx_2, Δx_3, onde o sinal de saída do estabilizador (ΔV_{pss}) pode ser obtido por uma combinação linear destas variáveis.

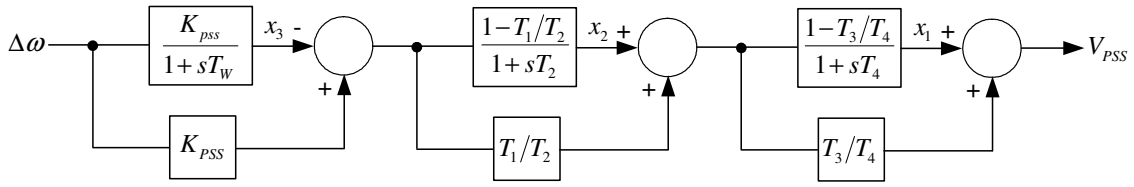


Figura 8.14 – Representação alternativa para o diagrama de blocos do PSS

A partir das relações impostas pelo diagrama de blocos, podem ser obtidas as equações de estado para o PSS:

$$\Delta\dot{x}_1 = -\frac{1}{T_4}\Delta x_1 + \frac{1}{T_4}\left(1-\frac{T_3}{T_4}\right)\Delta x_2 - \frac{T_1}{T_2T_4}\left(1-\frac{T_3}{T_4}\right)\Delta x_3 + K_{pss}\frac{T_1}{T_2T_4}\left(1-\frac{T_3}{T_4}\right)\Delta\omega \tag{8.56}$$

$$\Delta\dot{x}_2 = -\frac{1}{T_2}\Delta x_2 - \frac{1}{T_2}\left(1-\frac{T_1}{T_2}\right)\Delta x_3 + \frac{K_{pss}}{T_2}\left(1-\frac{T_1}{T_2}\right)\Delta\omega \tag{8.57}$$

$$\Delta\dot{x}_3 = -\frac{1}{T_W}\Delta x_3 + \frac{K_{pss}}{T_W}\Delta\omega \tag{8.58}$$

O sinal de saída do PSS é dado por:

$$\Delta V_{pss} = \Delta x_1 + \frac{T_3}{T_4}\Delta x_2 - \frac{T_1 T_3}{T_2 T_4}\Delta x_3 + K_{pss}\frac{T_1 T_3}{T_2 T_4}\Delta\omega \tag{8.59}$$

A equação de estado para o regulador de tensão é dada por:

$$\Delta\dot{E}_{fd} = -\frac{1}{T_A}\Delta E_{fd} + \frac{K_A}{T_A}\left(\Delta V_{ref} - \Delta V_t + \Delta V_{pss}\right) \tag{8.60}$$

Escrevendo a tensão terminal V_t em função de suas componentes nos eixos *D* e *Q*, obtém-se:

$$V_t = \sqrt{V_D^2 + V_Q^2} \tag{8.61}$$

A linearização desta equação leva ao seguinte resultado:

$$\Delta V_t = \frac{\partial V_t}{\partial V_D}\Delta V_D + \frac{\partial V_t}{\partial V_Q}\Delta V_Q$$

$$\Delta V_t = \frac{1}{2}\frac{2V_{D_0}}{\sqrt{V_{D_0}^2 + V_{Q_0}^2}}\Delta V_D + \frac{1}{2}\frac{2V_{Q_0}}{\sqrt{V_{D_0}^2 + V_{Q_0}^2}}\Delta V_Q$$

$$\Delta V_t = \frac{V_{D_0}}{V_{t0}}\Delta V_D + \frac{V_{Q_0}}{V_{t0}}\Delta V_Q \tag{8.62}$$

Substituindo as expressões de ΔV_t e ΔV_{pss} na equação (8.60), tem-se:

$$\begin{aligned}\Delta\dot{E}_{fd} = {} & \frac{K_A}{T_A}\Delta x_1 + \frac{K_A}{T_A}\frac{T_3}{T_4}\Delta x_2 - \frac{K_A}{T_A}\frac{T_1 T_3}{T_2 T_4}\Delta x_3 + K_{pss}\frac{K_A}{T_A}\frac{T_1 T_3}{T_2 T_4}\Delta\omega - \frac{1}{T_A}\Delta E_{fd} - \\ & - \frac{K_A}{T_A}\frac{V_{D_0}}{V_{t0}}\Delta V_D - \frac{K_A}{T_A}\frac{V_{Q_0}}{V_{t0}}\Delta V_Q + \frac{K_A}{T_A}\Delta V_{ref}\end{aligned} \tag{8.63}$$

Se associarmos as variáveis de estado relativas ao sistema de excitação (Δx_1, Δx_2, Δx_3 e ΔE_{fd}) ao vetor $\mathbf{\Delta x_e}$ e as variáveis restantes ($\Delta\omega$, ΔV_D e ΔV_Q) ao vetor $\mathbf{\Delta x_s}$, podemos escrever o conjunto de equações linearizadas (8.56), (8.57), (8.58) e (8.63) sob a forma matricial a seguir:

$$\Delta\dot{\mathbf{x}}_\mathbf{e} = \mathbf{A}_\mathbf{e} \cdot \mathbf{x}_\mathbf{e} + \mathbf{A}_\mathbf{s} \cdot \mathbf{x}_\mathbf{s} + \mathbf{B}_\mathbf{e} \cdot \mathbf{u}_\mathbf{e} \tag{8.64}$$

ou:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{x}_1 \\ \Delta\dot{x}_2 \\ \Delta\dot{x}_3 \\ \Delta\dot{E}_{fd} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_\mathbf{e} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta E_{fd} \end{bmatrix} + \mathbf{A}_\mathbf{s} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V_D \\ \Delta V_Q \\ \Delta\omega \end{bmatrix} + \mathbf{B}_\mathbf{e} \cdot \left[\Delta V_{ref}\right] \tag{8.65}$$

onde:

$$\mathbf{A}_\mathbf{e} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_4} & \frac{1}{T_4}\left(1-\frac{T_3}{T_4}\right) & -\frac{T_1}{T_2T_4}\left(1-\frac{T_3}{T_4}\right) & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & -\frac{1}{T_2}\left(1-\frac{T_1}{T_2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_W} & 0 \\ \frac{K_A}{T_A} & \frac{K_A}{T_A}\frac{T_3}{T_4} & -\frac{K_A}{T_A}\frac{T_1T_3}{T_2T_4} & -\frac{1}{T_A} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_\mathbf{s} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{K_{pss}T_1}{T_2T_4}\left(1-\frac{T_3}{T_4}\right) \\ 0 & 0 & \frac{K_{pss}}{T_2}\left(1-\frac{T_1}{T_2}\right) \\ 0 & 0 & \frac{K_{pss}}{T_W} \\ -\frac{K_A}{T_A}\frac{V_{r0}}{V_{t0}} & -\frac{K_A}{T_A}\frac{V_{i0}}{V_{t0}} & K_{pss}\frac{K_A}{T_A}\frac{T_1T_3}{T_2T_4} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \frac{K_A}{T_A} \end{bmatrix}$$

8.3. Interação Torcional com Estabilizadores de Sistemas de Potência

Em geral, a função de transferência do estabilizador é projetada para introduzir avanço de fase na freqüência relativa ao modo local de oscilação, de forma a produzir uma

componente de torque em fase com as variações de velocidade do rotor. No entanto, na faixa de freqüência dos modos torcionais, o ganho de fase do PSS é praticamente nulo e este se comporta como um ganho constante (PADIYAR, 1999). Ou seja:

$$PSS(s) \approx K_s \frac{T_{n1}}{T_{d1}} \frac{T_{n2}}{T_{d2}} \qquad \text{em altas freqüências} \tag{8.66}$$

Desta forma, a fase do torque produzido pelo PSS, T_{ep}, na faixa de freqüência dos modos torcionais é dada praticamente pelas características de fase de *GEP(s)*. Como a função de transferência *GEP(s)* apresenta elevado atraso de fase nesta faixa de freqüência, o torque de amortecimento produzido pelo PSS pode ser negativo, levando à instabilidade de um ou mais modos de oscilação torcionais (KUNDUR, 1994). A Figura 8.15 ilustra este fenômeno.

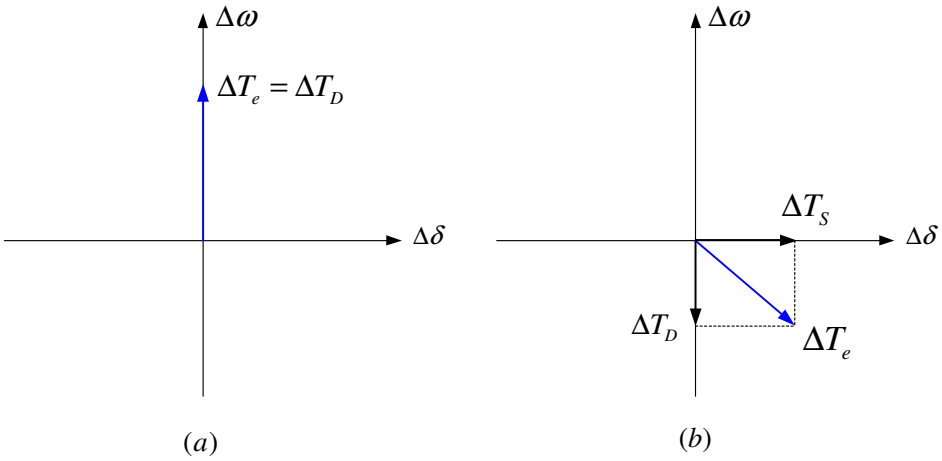


Figura 8.15 – Componentes de torque produzidas pelo PSS – (a) Torque de amortecimento puro na freqüência do modo local; (b) Torque de amortecimento negativo na freqüência dos modos torcionais

8.4. Análise do Sistema IEEE First Benchmark Model

Neste item será realizada uma análise detalhada da interação torcional envolvendo estabilizadores de sistemas de potência. Serão apresentadas algumas técnicas empregadas para minimizar os efeitos adversos introduzidos pelos estabilizadores sobre os modos torcionais, bem como a influência de sinais de entrada alternativos. O sistema em estudo foi adaptado do IEEE First Benchmark Model (IEEE, 1977), que consiste em um turbogerador alimentando uma barra infinita através de uma linha série-compensada. O nível de compensação foi escolhido de forma que não haja interação

torcional com os modos da rede elétrica. Os valores dos parâmetros da máquina síncrona, do eixo turbina-gerador e da rede elétrica são apresentados no Apêndice A. O apêndice inclui ainda o desenvolvimento do modelo completo por sistemas descritores e a análise modal do eixo turbina-gerador, fornecendo as freqüências naturais de oscilação dos modos torcionais e seus respectivos mode-shapes.

A Figura 8.16 mostra o diagrama unifilar do sistema em estudo, indicando o valor dos parâmetros e do ponto de operação utilizados nas simulações. As impedâncias são dadas na freqüência industrial (60 Hz) em *pu* na base da máquina (892,4 MVA).

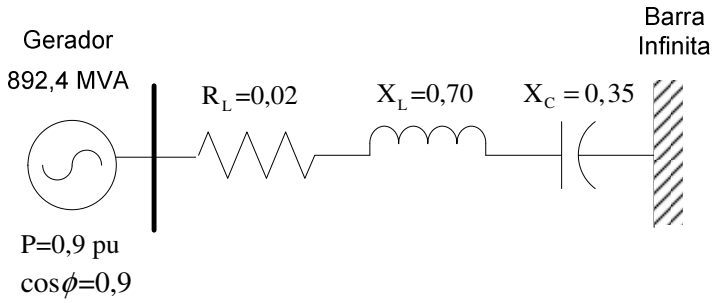


Figura 8.16 – Sistema IEEE First Benchmark Model para análise de interação torcional com PSS

As constantes de amortecimento mecânico adotadas nas simulações são apresentadas na Tabela 8.1. Estas constantes diferem consideravelmente das apresentadas no sistema original, e foram calculadas de forma a produzir amortecimento não negativo para todos os modos torcionais considerando uma reatância capacitiva de *0,35 pu*. As constantes de amortecimento mútuo foram consideradas nulas.

Tabela 8.1 – Constantes de amortecimento utilizadas nas simulações

Seção	**Constante**	**Valor (pu/pu)**
HP	D_{11}	0.104108
IP	D_{22}	0.058477
LPA	D_{33}	0.019680
LPB	D_{44}	0.002280
GEN	D_{55}	0.024762
EXC	D_{66}	0.010219

8.4.1. Análise do sistema sem AVR

A Figura 8.17 apresenta a resposta em freqüência do módulo da função de transferência que relaciona a velocidade do gerador (ω_{GEN}) e a potência mecânica aplicada à turbina (T_{MEC}).

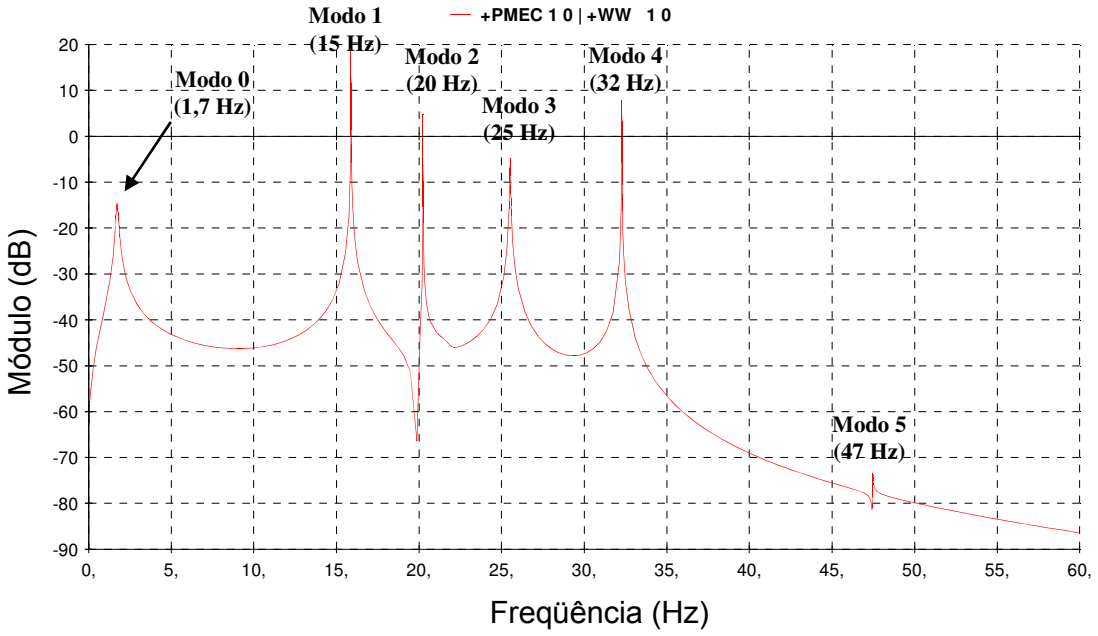


Figura 8.17 – Resposta em freqüência da função de transferência $\omega(s)/P_{mec}(s)$

Verifica-se a presença de pólos dominantes nas freqüências de aproximadamente 15 Hz, 20 Hz, 25 Hz, 32 Hz e 47 Hz, correspondentes às freqüências de oscilação dos modos torcionais. Os picos elevados nestas freqüências se devem à proximidade destes pólos em relação ao eixo imaginário. Identifica-se ainda um pólo dominante na freqüência de 1,7 Hz, correspondente ao modo uníssono (modo 0), no qual todas as massas do eixo turbina-gerador oscilam em conjunto. Este modo de oscilação corresponde ao modo eletromecânico quando o eixo é representado por uma única massa.

A seguir, os autovalores do sistema são calculados e apresentados na Tabela 8.2 e na Figura 8.18. A natureza dos autovalores foi determinada a partir da análise dos fatores de participação. Os modos da rede elétrica (supersíncrono e subsíncrono) possuem fator de participação elevado em relação às variáveis da rede. Para os modos torcionais, os maiores fatores de participação estão relacionados às variáveis mecânicas do eixo turbina-gerador, e assim por diante.

Tabela 8.2 – Autovalores do sistema sem AVR

N°	Autovalor	Freqüência (Hz)	Amortecimento (%)	Tipo
1	-4,6337±j616,62	98,1	0,75%	Supersíncrono
2	-0,1372±j298,18	47,5	0,05%	Torcional
3	-0,0148±j202,82	32,3	0,01%	Torcional
4	-0,1208±160,32	25,5	0,08%	Torcional
5	-3,3113±j136,83	21,8	2,42%	Subsíncrono
6	-0,0074±j127,22	20,3	0,01%	Torcional
7	-0,0115±j99,83	15,9	0,03%	Torcional
8	-0,4711±j10,84	1,73	4,34%	Eletromecânico
9	-41,1577	-	100%	Gerador
10	-25,4268	-	100%	Gerador
11	-3,2599	-	100%	Gerador
12	-0,1314	-	100%	Gerador

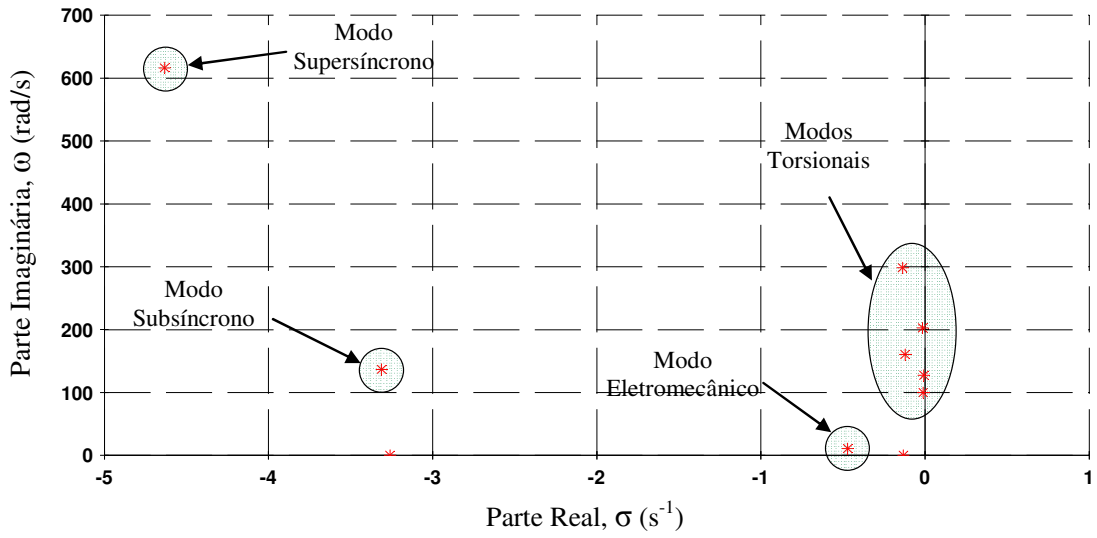


Figura 8.18 - Autovalores do sistema sem AVR

Verifica-se que o modo eletromecânico apresenta baixo amortecimento ($\xi = 4,3\,\%$), mesmo na ausência do regulador de tensão. A freqüência dos autovalores da rede é função dos parâmetros do circuito elétrico do sistema e pode ser calculada aproximadamente por:

$$f_n = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{X_L}{X_C}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{0.7+0.17}{0.35}}} \approx 38Hz \qquad (8.67)$$

Nesta equação, a reatância total é dada pela soma da reatância total da rede com a reatância subtransitória do gerador síncrono. Referindo-se aos eixos girantes *d* e *q* da máquina, serão originados dois pólos distintos. O primeiro é dado pelo complemento da freqüência síncrona (60 - 38 = 22 Hz), e é denominado *modo subsíncrono*. O segundo é dado pela soma da freqüência do modo da rede com a freqüência síncrona (60 + 38 = 98 Hz), e é chamado *modo supersíncrono*. Estes resultados conferem com as freqüências obtidas no cálculo dos autovalores.

A Figura 8.19 apresenta os *mode-shapes* de velocidade para os modos de oscilação do eixo turbina-gerador. Os *mode-shapes* mostram como as massas oscilam entre si para cada um destes modos e é formado pelas componentes dos autovetores à direita, nas posições referentes às variáveis de interesse (KUNDUR, 1994). Uma vez que o eixo turbina-gerador foi representado através de seis massas, estão presentes seis modos de oscilação.

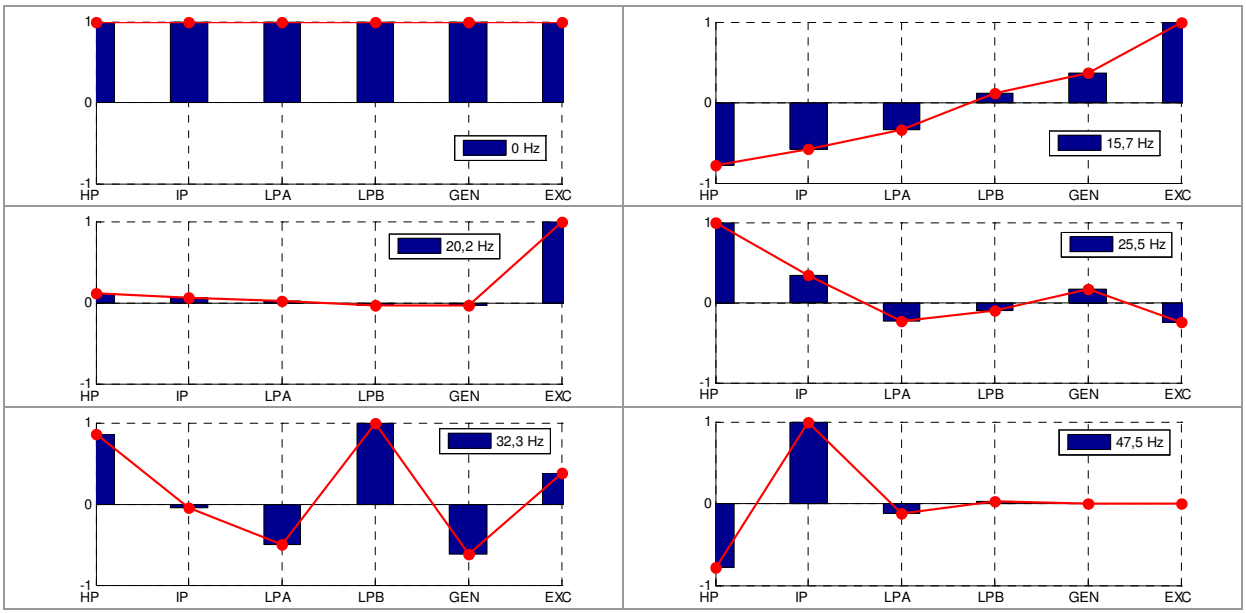


Figura 8.19 – Mode-Shapes de velocidade do sistema IEEE First Benchmark Model

Os *mode-shapes* foram normalizados em relação à componente de velocidade de maior atividade, mas também é comum realizar a normalização em relação à componente do gerador (IEEE, 1985b). Verifica-se que para o modo eletromecânico (1,7 Hz) todas as massas participam em igual proporção e fase. Os outros cinco modos, referentes aos modos torcionais, devem ser analisados individualmente. O primeiro modo torcional possui uma freqüência natural de 15 Hz e apresenta uma inversão de polaridade no *mode-shape*. A polaridade dos elementos do autovetor associado às massas HP, IP e

LPA, é oposta a das massas LPB, GEN e EXC. Isto indica que as seções de turbina HP, IP e LPA oscilam contra as massas LPB, GEN e EXC nesta freqüência. O segundo modo torcional possui uma freqüência natural de 20 Hz e apresenta duas inversões de polaridade no *mode-shape*. O terceiro modo torcional, de freqüência igual a 25 Hz, apresenta três inversões no *mode-shape*, e assim por diante. Em geral, um rotor com *n* massas possui *n-1* modos de oscilação torcionais. O modo torcional *i* apresenta a *i-ésima* freqüência mais alta e seu *mode-shape* possui *i* inversões de polaridade (KUNDUR, 1994).

Em relação ao *mode-shape* do modo torcional de 32 Hz, o elemento do autovetor relativo à massa IP possui amplitude muito baixa em relação às demais seções da turbina. Isto significa que este modo não consegue ser facilmente excitado através de torques aplicados a esta seção. Por outro lado, o modo de 20 Hz é pouco observável nas outras massas do eixo turbina-gerador, sendo um modo de oscilação predominantemente da massa referente à excitatriz.

Em seguida, é considerada a aplicação de um degrau de 0,01 pu de amplitude no torque mecânico da máquina. As figuras a seguir apresentam as variações de velocidade da massa do gerador, da tensão terminal e da potência terminal para esta perturbação. Nelas são comparados os resultados obtidos considerando a representação multimassa do eixo (curvas vermelhas) e a representação do eixo como um corpo rígido (curvas azuis).

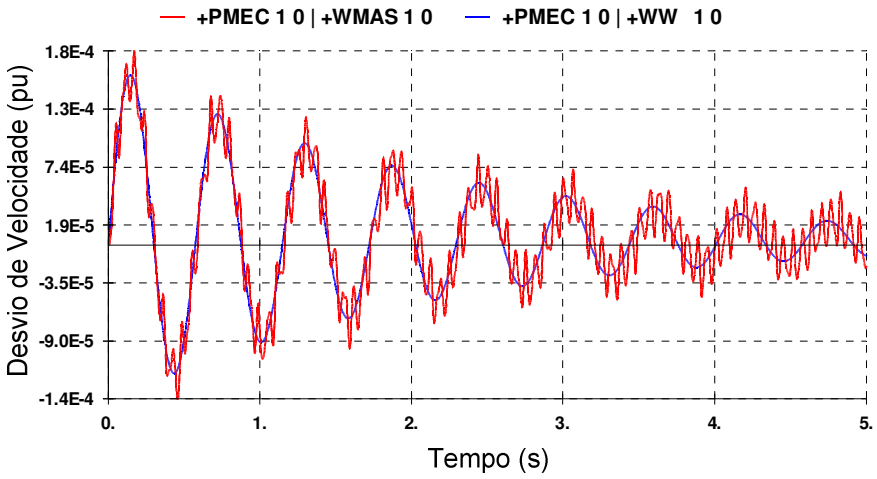


Figura 8.20 – Velocidade da massa GEN referente a um degrau de 0,01 pu no torque mecânico – Caso sem AVR – Multimassa x Eixo rígido

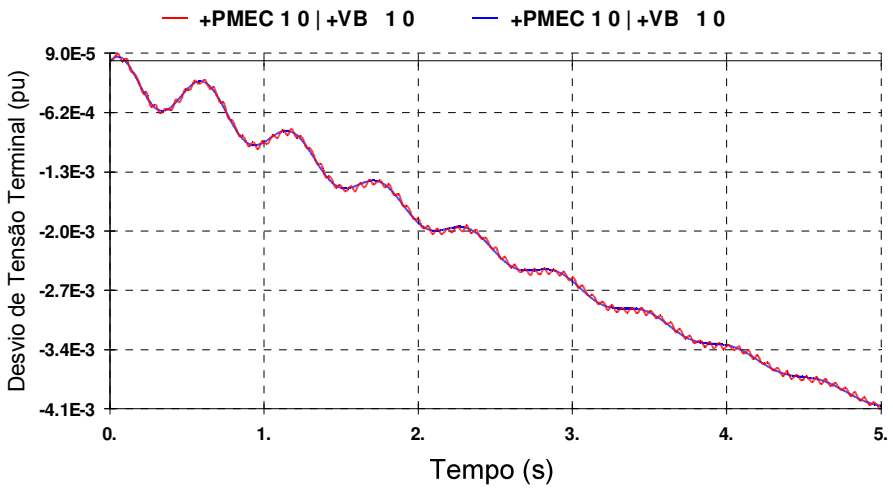


Figura 8.21 – Tensão terminal referente a um degrau de 0,01 pu no torque mecânico – Caso sem AVR – Multimassa x Eixo rígido

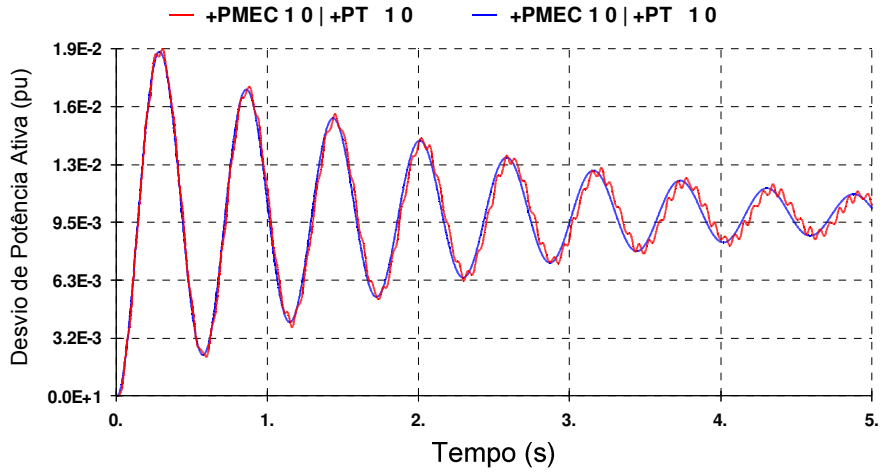


Figura 8.22 – Potência ativa referente a um degrau de 0,01 pu no torque mecânico – Caso sem AVR – Multimassa x Eixo rígido

Identifica-se claramente uma oscilação pouco amortecida na freqüência de 1,7 Hz, referente ao modo eletromecânico. Em relação a este modo de oscilação, as respostas obtidas com os modelos multimassa e eixo rígido são bastante semelhantes. As oscilações torcionais são observadas claramente na velocidade do gerador. No entanto, a distinção entre as diversas freqüências naturais de oscilação não é muito evidente, uma vez que a aplicação do distúrbio excita todos os modos torcionais simultaneamente. A tensão terminal e a potência elétrica possuem menor observabilidade dos modos torcionais e a identificação de oscilações torcionais nestas variáveis não é muito aparente.

O principal problema relacionado à operação do gerador síncrono sem um AVR, refere-se à incapacidade de regulação de tensão. O modo associado à dinâmica da tensão do gerador vale -0,1314, o que equivale a uma constante de tempo superior a 7 segundos. Esta deficiência pode ser comprovada se submetermos o sistema a uma variação em degrau de 0,01 pu diretamente a tensão de campo do gerador (E_{fd}). A Figura 8.23 mostra a variação da tensão terminal do gerador durante o distúrbio.

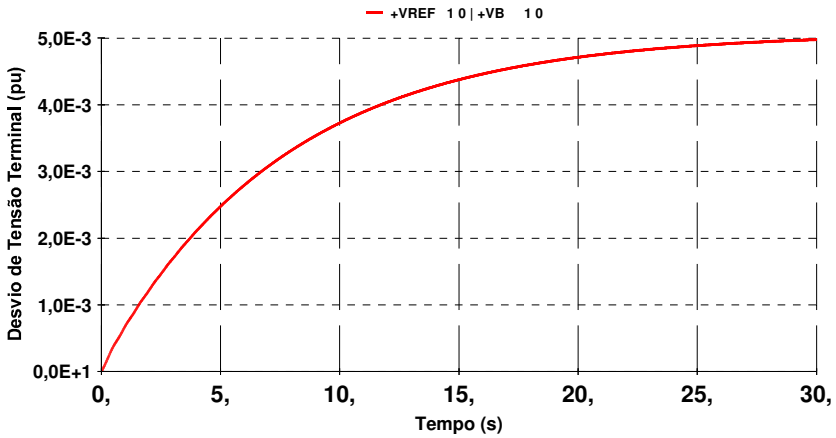


Figura 8.23 – Tensão terminal para um degrau de 0,01 pu em Efd – Caso sem AVR

Pode-se observar que a resposta é bastante lenta e que a tensão se estabiliza em um valor muito abaixo do solicitado. Diante disto, torna-se evidente a necessidade da utilização de um controle em malha fechada rápido e preciso para a tensão.

8.4.2. Análise do sistema com AVR e sem PSS

Para melhorar o desempenho do controle de tensão, um AVR de resposta rápida foi incorporado ao gerador. O AVR utilizado possui um elevado ganho, determinado pelos requisitos de regulação, e uma pequena constante de tempo, característica de sistemas de excitação estáticos. O diagrama de blocos deste modelo simplificado é apresentado na Figura 8.24, onde os ajustes utilizados nas simulações são indicados. É importante ressaltar que o IEEE First Benchmark Model original não possui nenhum controlador.

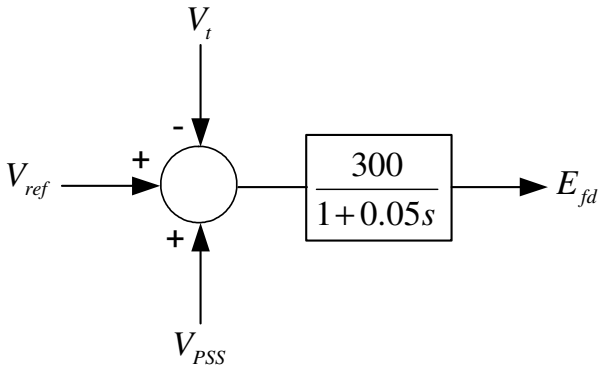


Figura 8.24 – Modelo de regulador de tensão de primeira ordem

A Tabela 8.3 apresenta os autovalores do sistema após a inclusão do regulador de tensão. Conforme previsto, verifica-se que o elevado ganho do AVR introduz uma componente de torque de amortecimento negativa, resultando em instabilidade do modo eletromecânico. Por outro lado, o modo lento relacionado à dinâmica da tensão ($p = -0{,}1314$) deslocou-se para a esquerda ($p = -2{,}334$), tornando o controle de tensão rápido.

Tabela 8.3 – Autovalores do sistema com AVR e sem PSS

N°	Autovalor	Freqüência (Hz)	Amortecimento (%)	Tipo
1	-4,6317±j616,62	98,1	0,75%	Supersíncrono
2	-0,1372±j298,18	47,5	0,05%	Torcional
3	-0,0149±j202,82	32,3	0,01%	Torcional
4	-0,1212±j160,33	25,5	0,08%	Torcional
5	-3,1501±j136,76	21,8	2,30%	Subsíncrono
6	-0,0116±j127,22	20,3	0,01%	Torcional
7	-0,0306±j99,83	15,9	0,03%	Torcional
8	-7,5068±j19,42	3,1	36,06%	Excitatriz
9	**0,3302±j11,260**	**1,79**	**-2,93%**	**Eletromecânico**
10	-49,4039	-	100%	Gerador
11	-25,4136	-	100%	Gerador
12	-2,3340	-	100%	Gerador

Um diagrama do lugar das raízes pode ser traçado, considerando o ganho do AVR variando de 0 (malha aberta) até 300 pu/pu, de forma a observar a evolução dos autovalores do sistema. Observa-se claramente o deslocamento do modo eletromecânico para o semiplano direito, confirmando os resultados anteriores. Além disto, o pólo $p = -3,26$ desloca-se para a esquerda e o pólo $p = -20$ (introduzido pela constante de tempo de 0,05 segundos do regulador de tensão) desloca-se para a direita, em direção ao

primeiro pólo, formando o par complexo conjugado $p = -7,51 \pm j19,42$ (modo da excitatriz).

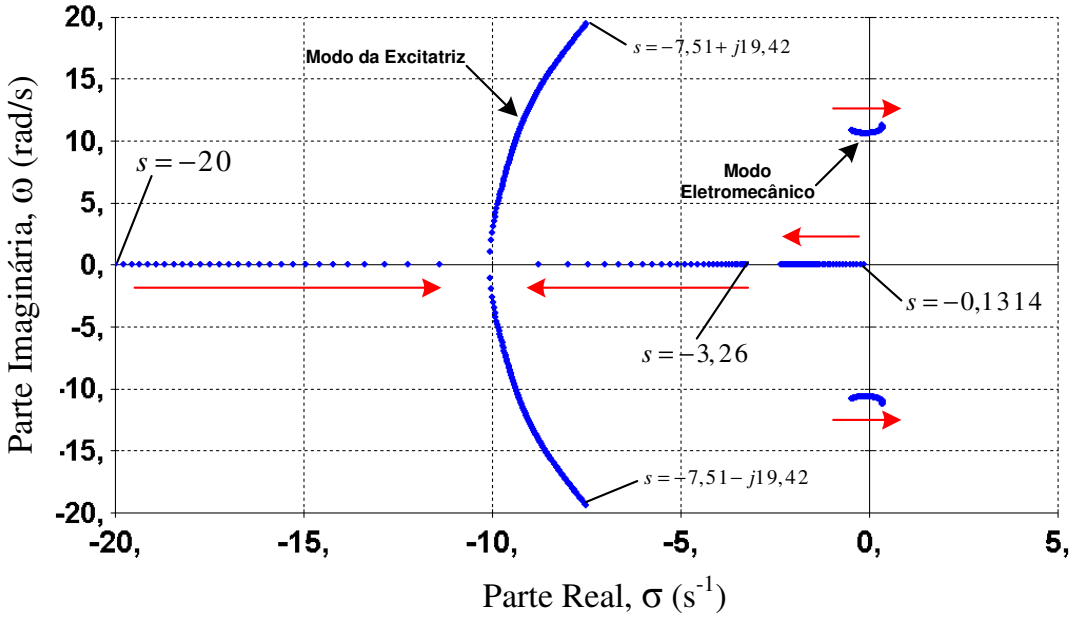
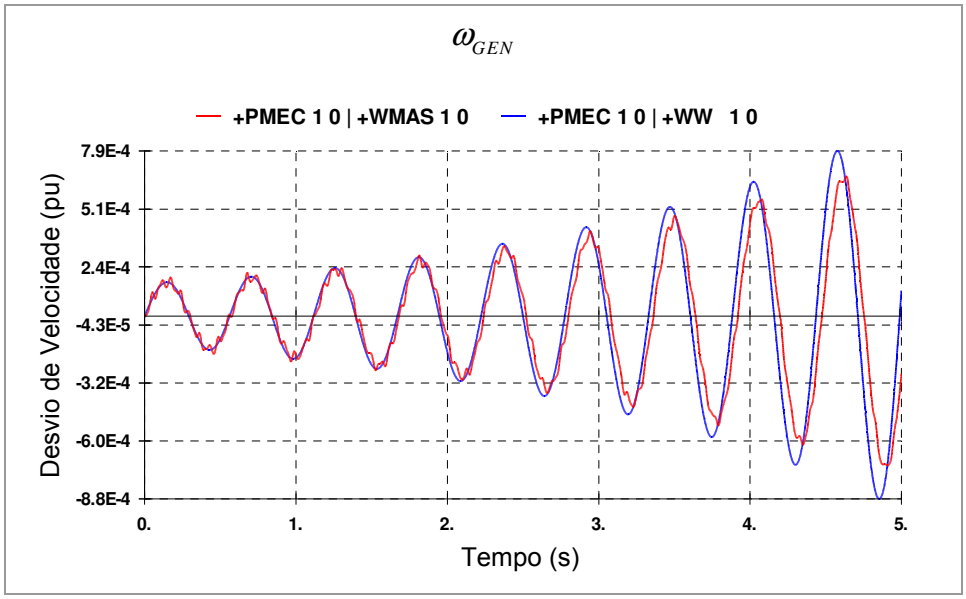


Figura 8.25 – Root locus para variação do ganho do AVR de 0 a 300 pu/pu

As figuras a seguir apresentam a resposta do sistema à aplicação de um degrau de 0,01 pu de amplitude na potência mecânica da máquina. Nelas são comparados os resultados obtidos considerando a representação multimassa do eixo e a representação do eixo por uma única massa.



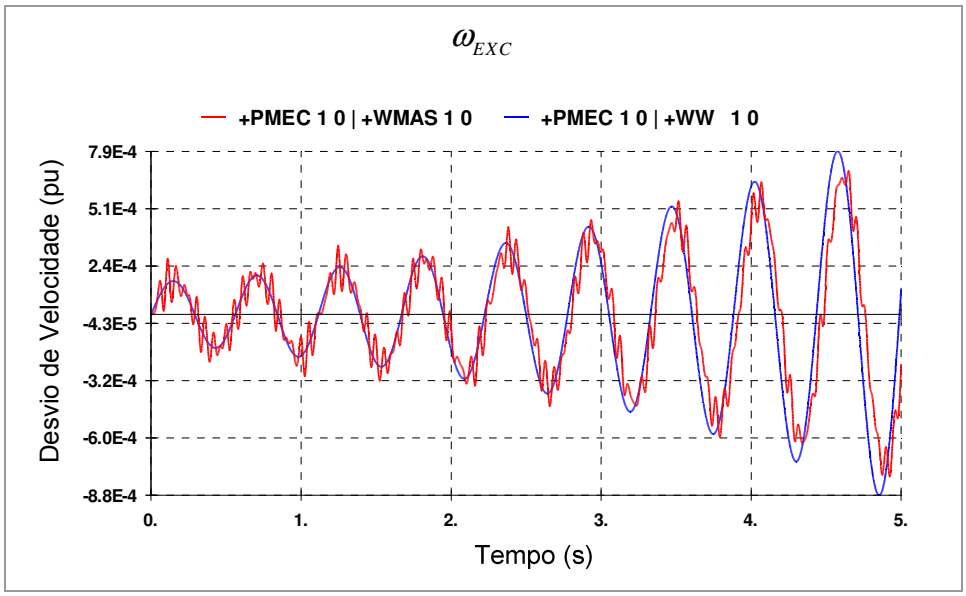


Figura 8.26 – Velocidade angular das massas do gerador e da excitatriz referente a um degrau de 0,01 pu na potência mecânica – Caso com AVR e sem PSS – Multimassa x Eixo rígido

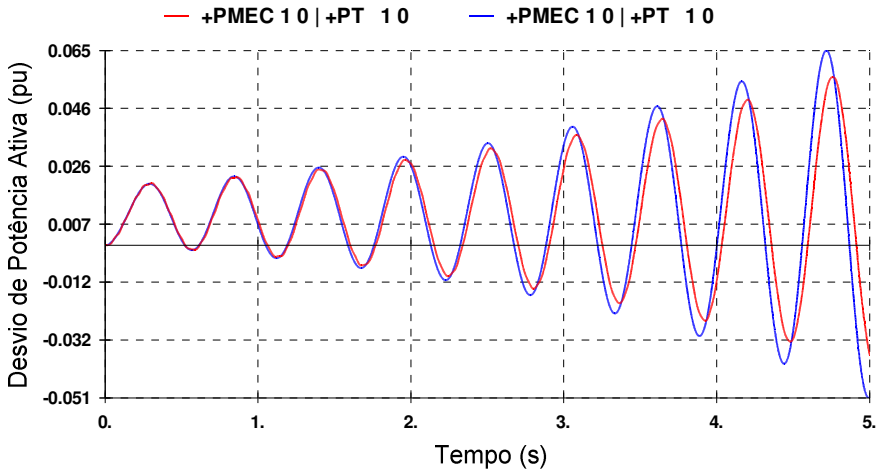


Figura 8.27 – Potência ativa referente a um degrau de 0,01 pu na potência mecânica – Caso com AVR e sem PSS – Multimassa x Eixo rígido

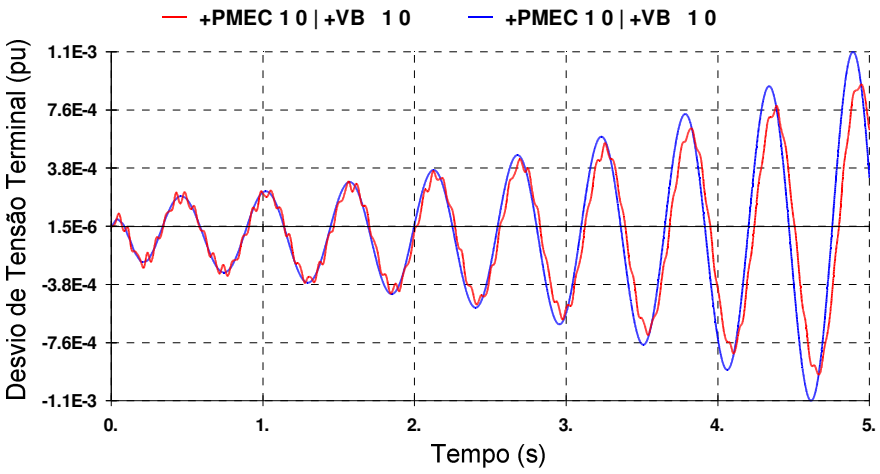


Figura 8.28 – Tensão terminal referente a um degrau de 0,01 pu na potência mecânica – Caso com AVR e sem PSS – Multimassa x Eixo rígido

Verifica-se a presença de oscilações crescentes na freqüência do modo eletromecânico (1,7 Hz), sendo necessária a inclusão de uma malha de estabilização suplementar para amortecer este modo.

8.4.3. Estabilizador Derivado da Velocidade do Rotor

Neste item será avaliada a inclusão de um estabilizador derivado da velocidade do eixo da máquina (ω). O sinal de saída do PSS é aplicado à referência do regulador de tensão. A medição direta da velocidade através de transdutores mecânicos não é recomendada devido às dificuldades inerentes ao processo de medição. Na prática, um sinal de entrada equivalente pode ser obtido a partir de quantidades terminais utilizando-se apenas TC's e TP's. Este sinal é resultado do cálculo da freqüência de uma tensão interna da máquina (DE MELLO et al., 1978).

O projeto do PSS será realizado utilizando as técnicas descritas no item 8.2.4. Por este método, o ajuste da compensação de fase do estabilizador deve ser realizado de forma que o ângulo de partida do pólo referente ao modo eletromecânico seja 180° quando o ganho do PSS é variado.

Para determinar a compensação de fase do controlador é necessário conhecer o ângulo de partida do pólo em malha aberta. Este ângulo pode ser obtido do diagrama do lugar das raízes ao fechar a malha de realimentação através de um ganho puro. O ângulo de partida pode ser obtido também mais precisamente através do cálculo do resíduo da função de transferência de malha aberta entre a tensão de referência do regulador de

tensão e a velocidade do gerador, $\omega(s)/V_{ref}(s)$. Ambos os métodos levam a um ângulo de partida de 135°. Desta forma, a compensação de fase do PSS deve introduzir um avanço de fase de 45° na freqüência do modo eletromecânico (1,79 Hz). Considerou-se que a compensação será obtida através de dois blocos *"lead-lag"* com freqüência central em 1,79 Hz (11,26 rad/s). Efetuando-se os cálculos, obtêm-se os seguintes parâmetros:

$n = 2$

$T_n = 0{,}1329\ \text{s}$

$T_d = 0{,}0593\ \text{s}$

$T_W = 3{,}0\ \text{s}$

Adotando-se $T_W = 3\ \text{s}$, a função de transferência do PSS pode ser expressa por:

$$PSS_\omega(s) = K_{PSS} \cdot \left(\frac{3s}{1+3s}\right) \cdot \left(\frac{1+0{,}1329s}{1+0{,}0593s}\right)^2$$

A seleção do ganho do PSS pode ser realizada através do diagrama do lugar das raízes com a inclusão da compensação de fase do PSS. A Figura 8.25 apresenta este diagrama na faixa de freqüência do modo eletromecânico variando-se o ganho do estabilizador desde 0 (malha aberta) até 4 pu/pu.

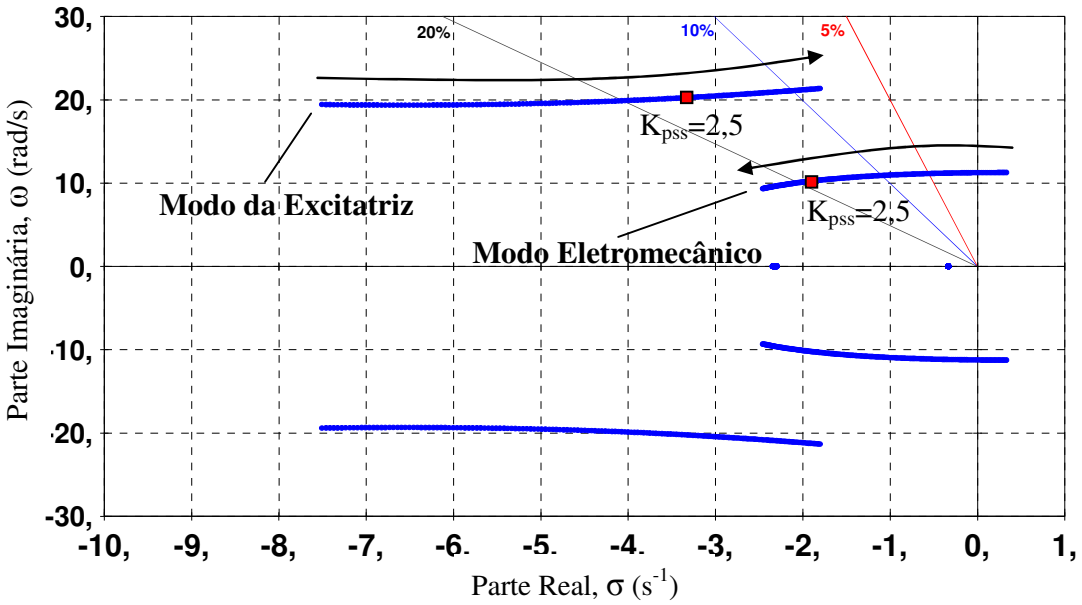


Figura 8.29 – Root Locus para determinação do ganho do PSS derivado da velocidade do rotor

Verifica-se que com o aumento do ganho do estabilizador, o modo eletromecânico se desloca para a esquerda e tem o seu amortecimento aumentado. Observe que o ângulo de partida do pólo foi efetivamente 180°. Por outro lado, o amortecimento do modo da excitatriz (aproximadamente 3 Hz) diminui com o aumento do ganho e o pólo desloca-se para a direita do plano complexo. Este fenômeno ocorre devido à interação adversa entre as malhas de controle do AVR e do PSS. Em alguns casos torna-se difícil a determinação de um ganho para o estabilizador que satisfaça as exigências de amortecimento para ambos os modos e modificações nos ajustes se tornam necessárias. Neste exemplo, um ganho de 2,5 pu/pu resulta em amortecimento satisfatório para ambos os modos (em destaque).

A Figura 8.30 mostra o mesmo diagrama do lugar das raízes da figura anterior, observando-se o efeito da variação do ganho do PSS (de 0 a 4 pu/pu) sobre os cinco modos de oscilação torcional.

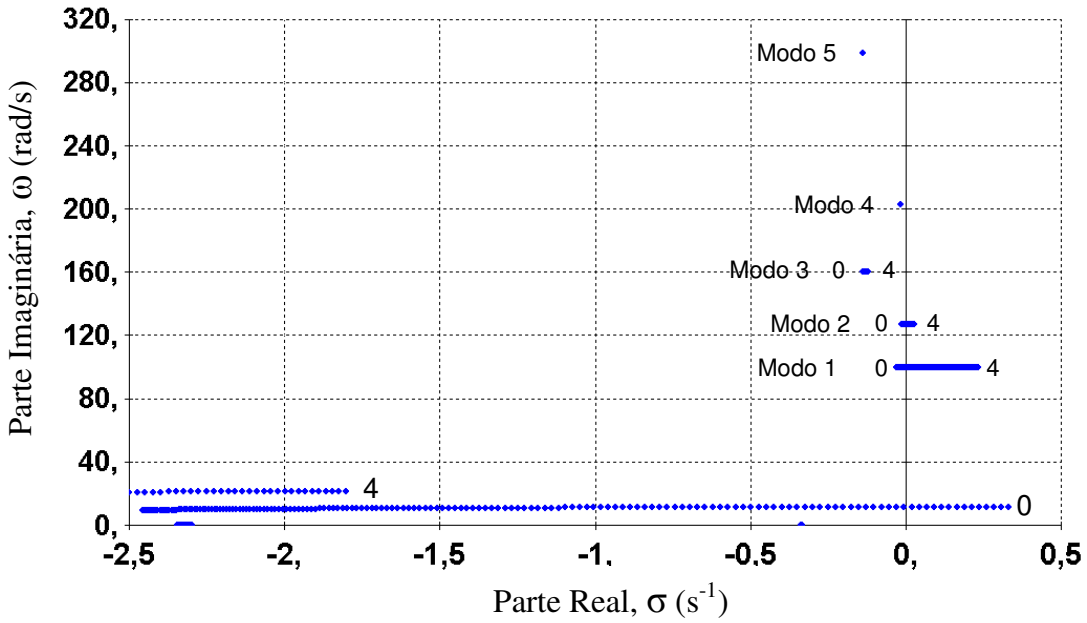


Figura 8.30 - Root Locus na faixa de freqüência dos modos torcionais – PSS derivado da velocidade do rotor

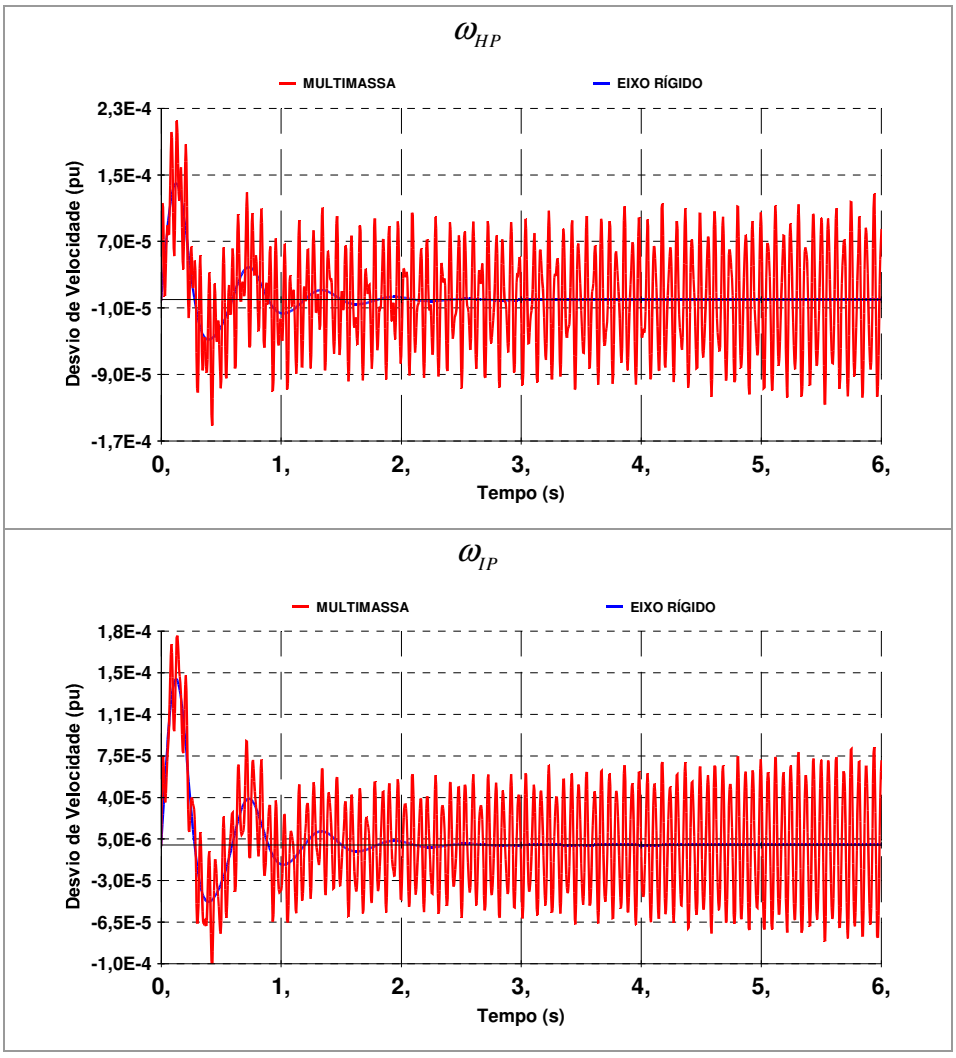
Verifica-se que o aumento do ganho do PSS desloca os modos torcionais em direção ao semiplano direito do plano complexo, instabilizando alguns destes modos. Os modos de mais baixa freqüência (15 e 20 Hz) são instáveis para valores de ganho superiores a 0,5 pu/pu, em virtude de interação adversa introduzida pelo PSS em altas freqüências. Os autovalores do sistema para um ganho de 2,5 pu/pu são mostrados na Tabela 8.4.

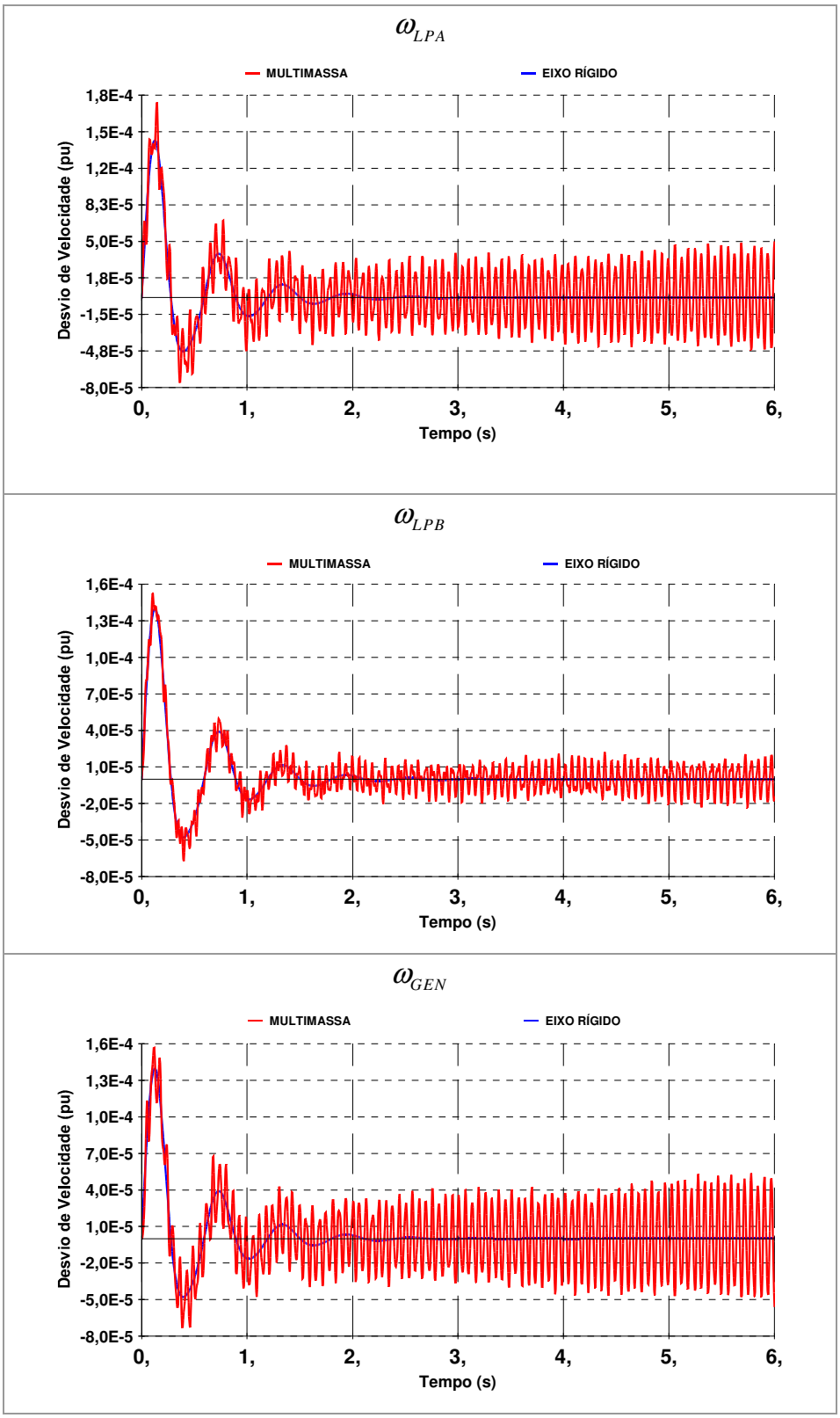
Tabela 8.4 – Autovalores do sistema com PSS derivado da velocidade do eixo – K_{pss} = 2,5 pu/pu

N°	Autovalor	Freqüência (Hz)	Amortecimento (%)	Tipo
1	-4,6313±j616,62	98,1	0,75%	Supersíncrono
2	-0,1372±j298,18	47,5	0,05%	Torcional
3	-0,0152±j202,82	32,3	0,01%	Torcional
4	-0,1323±j160,32	25,5	0,08%	Torcional
5	-3,2051±j136,77	21,8	2,34%	Subsíncrono
6	**0,0138±j127,22**	**20,3**	**-0,01%**	**Torcional**
7	**0,1342±j99,82**	**15,9**	**-0,13%**	**Torcional**
8	-3,3528±j20,23	3,2	16,35%	Excitatriz
9	-1,8574±j10,29	1,64	17,8%	Eletromecânico
10	-46,3566	-	100%	Gerador
11	-27,8579	-	100%	PSS
12	-25,4753	-	100%	Gerador
13	-13,0621	-	100%	PSS

N°	Autovalor	Freqüência (Hz)	Amortecimento (%)	Tipo
14	-2,3153	-	100%	Gerador
15	-0,3357	-	100%	PSS

As figuras a seguir apresentam a reposta do sistema a uma variação em degrau de 0,01 pu na potência mecânica do gerador. No mesmo gráfico são apresentados os resultados referentes à representação multimassa do eixo e a representação do eixo por uma única massa.




ω_{LPA}
MULTIMASSA
EIXO RÍGIDO
Desvio de Velocidade (pu)
1,8E-4
1,5E-4
1,2E-4
8,3E-5
5,0E-5
1,8E-5
-1,5E-5
-4,8E-5
-8,0E-5
0,
1,
2,
3,
4,
5,
6,
Tempo (s)
ω_{LPB}
MULTIMASSA
EIXO RÍGIDO
Desvio de Velocidade (pu)
1,6E-4
1,3E-4
1,0E-4
7,0E-5
4,0E-5
1,0E-5
-2,0E-5
-5,0E-5
-8,0E-5
0,
1,
2,
3,
4,
5,
6,
Tempo (s)
ω_{GEN}
MULTIMASSA
EIXO RÍGIDO
Desvio de Velocidade (pu)
1,6E-4
1,3E-4
1,0E-4
7,0E-5
4,0E-5
1,0E-5
-2,0E-5
-5,0E-5
-8,0E-5
0,
1,
2,
3,
4,
5,
6,
Tempo (s)

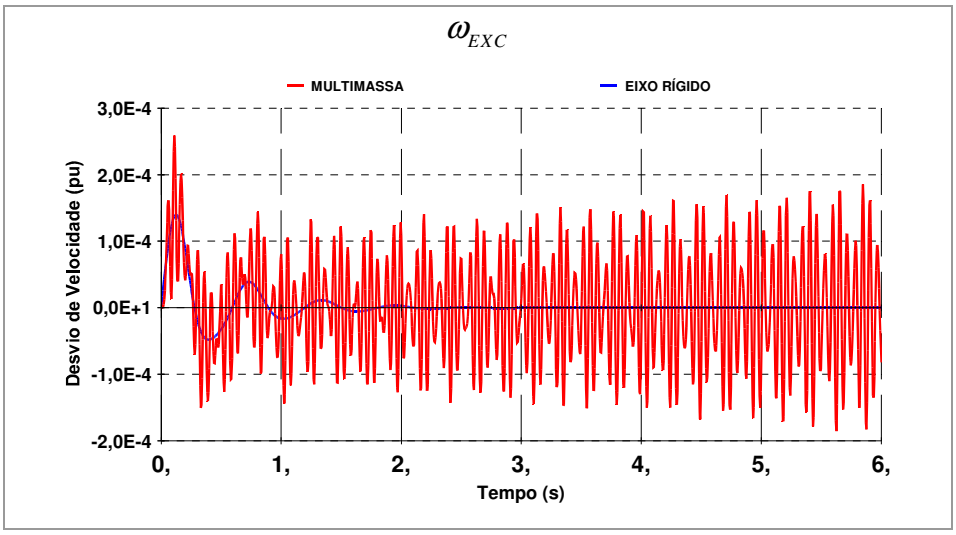


Figura 8.31 - Velocidade angular das seções do eixo turbina-gerador referente a um degrau de 0,01 pu na potência mecânica – Caso com PSS de velocidade – Multimassa x Eixo rígido

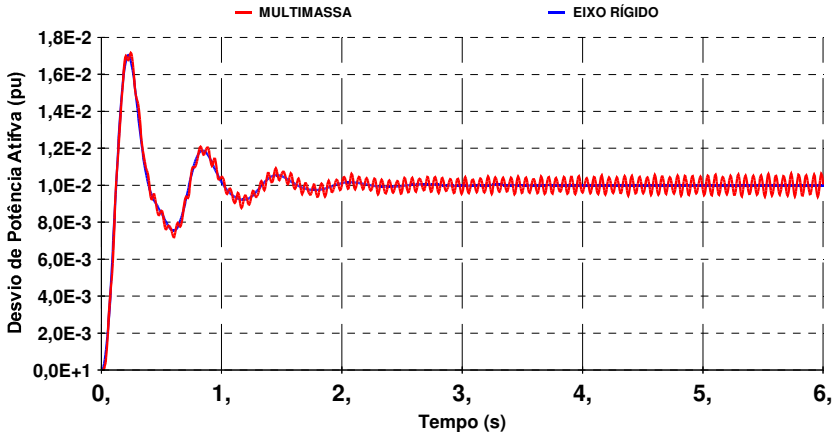


Figura 8.32 – Potência ativa do gerador referente a um degrau de 0,01 pu na potência mecânica – Caso com PSS de velocidade – Multimassa x Eixo rígido

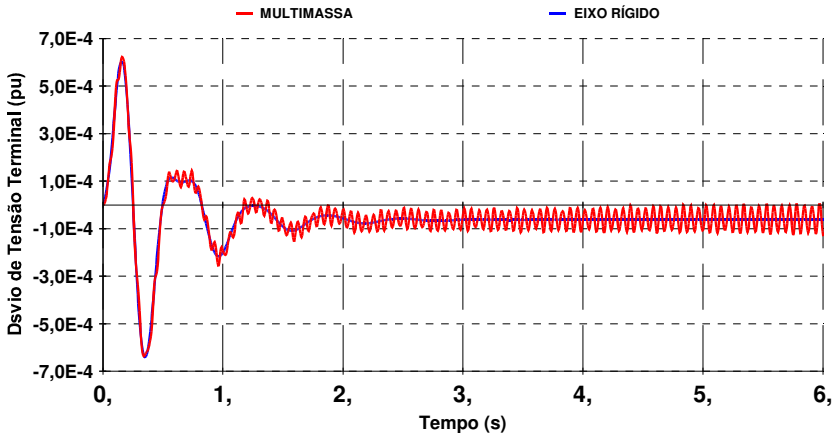


Figura 8.33 – Tensão terminal do gerador referente a um degrau de 0,01 pu na potência mecânica – Caso com PSS de velocidade – Multimassa x Eixo rígido

Pode-se observar claramente a presença de oscilações instáveis nas freqüências de 15 Hz e 20 Hz, aproximadamente. Estas oscilações são mais acentuadas nas massas HP e EXC, conforme previsto na análise dos *mode-shapes* de velocidade. A seção LPB é a que apresenta menor observabilidade em relação aos modos torcionais instáveis, sendo verificadas oscilações de menor amplitude.

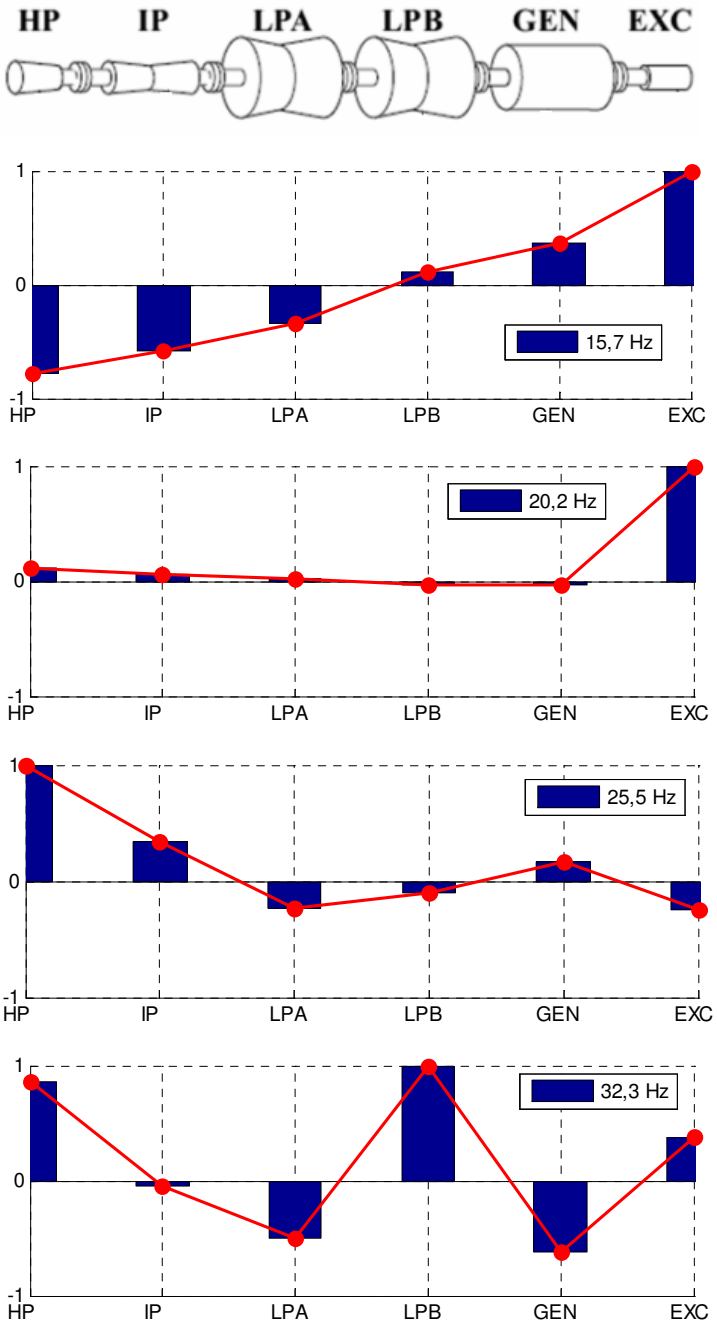
Oscilações desta natureza podem provocar danos ao eixo turbina-gerador, particularmente em condições de baixo carregamento, nas quais o amortecimento mecânico intrínseco é baixo. Mesmo que o eixo não seja danificado, esta instabilidade pode causar saturação do sinal de saída do estabilizador, inibindo sua ação de controle, e também causar a saturação do regulador de tensão, podendo levar a máquina à perda de sincronismo e conseqüente retirada de operação (LARSEN e SWANN, 1981c).

Nos próximos itens serão avaliadas algumas técnicas utilizadas para minimizar a interação torcional e a utilização de estabilizadores derivados de sinais alternativos.

8.4.4. Localização do Sensor de Velocidade em Pontos Alternativos do Eixo Turbina-Gerador

No item anterior verificou-se que a realimentação do sinal obtido da velocidade do gerador através do canal do estabilizador excitou os dois primeiros modos torcionais (15 Hz e 20 Hz), tornando-os instáveis. Isto é resultado do atraso de fase originado pelos blocos compensadores de fase aplicados ao sinal de velocidade do gerador, introduzindo uma componente de torque de amortecimento negativa no rotor nestas

freqüências. Quando o estabilizador é derivado de um sinal de velocidade medido em outro ponto ao longo do eixo, os ângulos de fase dos torques desenvolvidos diferem consideravelmente em cada caso. As relações de fase entre as velocidades das diversas seções do eixo podem ser visualizadas a partir dos mode-shapes de velocidade, repetidos por conveniência na Figura 8.34.



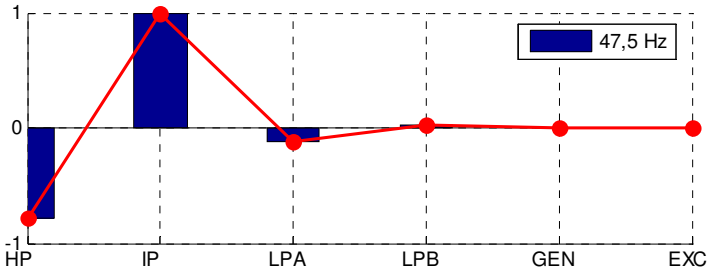
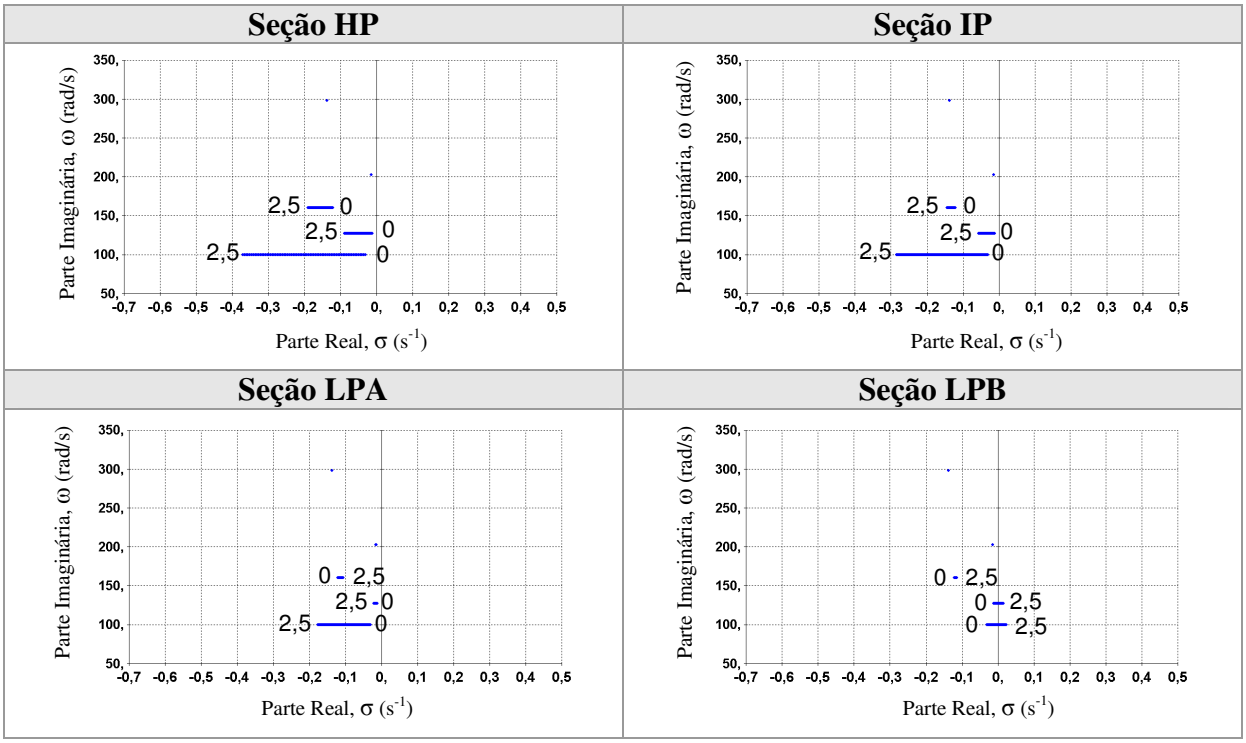


Figura 8.34 – Mode-shapes para o gerador do IEEE First Benchmark Model

A Figura 8.35 apresenta os diagramas do lugar das raízes para a variação do ganho do PSS de 0 até 2,5 pu/pu, considerando o sinal de velocidade medido em cada uma das seções do eixo turbina-gerador. Verifica-se que, dependendo do ponto de medição, alguns modos são excitados com diferentes intensidades e impulsionados em sentidos opostos no plano complexo, confirmando os resultados previstos na análise dos mode-shapes. Por exemplo, para o modo crítico de 15 Hz, sinais derivados das velocidades das seções LPB, GEN e EXC tendem a deslocar este modo para o semiplano direito do plano complexo, com maior intensidade para a massa EXC. Por outro lado, sinais obtidos das seções HP, IP e LPA deslocam este modo para o semiplano esquerdo. Já o modo crítico de 20 Hz tende a ser instabilizado com aproximadamente a mesma intensidade quando sinais derivados das massas LPB e GEN são utilizados. Estabilizadores derivados das velocidades das massas HP, IP, LPA e EXC tendem a estabilizar este modo.



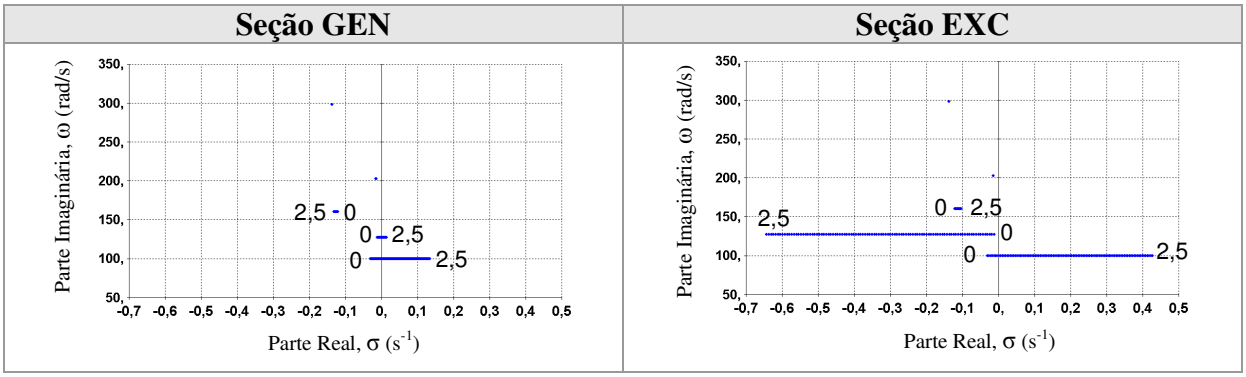


Figura 8.35 – Diagrama do lugar das raízes para variação do ganho do PSS de 0,0 a 2,5 pu/pu para sinal de velocidade medido em cada seção do eixo

É desejável que o sinal de velocidade utilizado pelo PSS não desloque nenhum modo torcional para o semiplano direito do plano complexo. Além disso, é importante que o sinal de entrada do PSS apresente baixa observabilidade em relação aos modos torcionais críticos, uma vez que a presença de componentes torcionais elevadas no sinal estabilizador pode levar à saturação do PSS durante grandes perturbações, inibindo a sua ação estabilizadora.

Em (WATSON e COULTES, 1973), é relatada a ação desestabilizadora do sinal estabilizador instalado em uma unidade de 555 MVA da usina de Lambton sobre o primeiro modo torcional (16 Hz). O problema foi solucionado através da localização do transdutor de velocidade entre as seções de baixa pressão, próximo ao nó do primeiro modo torcional. Aplicando este conceito ao sistema IEEE First Benchmark Model, constata-se que o modo torcional de 15 Hz apresenta um nó entre as seções LPA e LPB. Neste ponto, os outros modos torcionais também possuem amplitude muito pequena e, portanto, não devem ser excitados com muita intensidade.

A Figura 8.36 apresenta o diagrama do lugar das raízes para variação do ganho do estabilizador derivado da velocidade medida no ponto central entre as massas LPA e LPB. Conforme esperado, todos os modos torcionais foram submetidos a pequenos deslocamentos no plano complexo, mantendo-se no semiplano esquerdo.

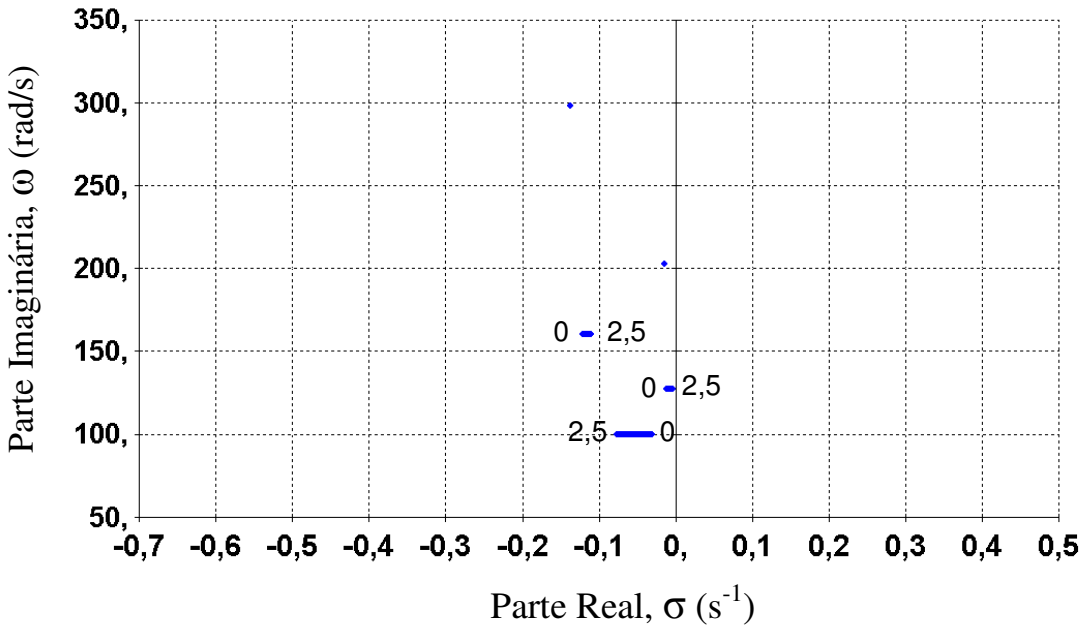


Figura 8.36 - Diagrama do lugar das raízes para variação do ganho do PSS de 0 a 2,5 pu/pu para sinal de velocidade medido entre as seções LPA e LPB

A Tabela 8.5 apresenta os autovalores do sistema com PSS derivado da velocidade medida em alguns pontos ao longo do eixo turbina-gerador. Observe que o amortecimento do modo eletromecânico (modo 0) é pouco alterado pelo local de medição de velocidade.

Tabela 8.5 – Autovalores do sistema com PSS derivado da velocidade medida em locais alternativos do eixo

Tipo	HP	GEN	EXC	50% LPA 50%LPB
Modo 0	-1,8841±j10,2	-1,8575±j10,3	-1,8631±j10,3	-1,8744±j10,2
Modo 1	-0,3704±j99,9	**0,1342±j99,8**	**0,4271±j99,8**	-0,0768±j99,8
Modo 2	-0,0883±j127,2	**0,0138±j127,2**	-0,6435±j127,3	-0,0031±j127,2
Modo 3	-0,1894±j160,3	-0,1323±j160,3	-0,1042±j160,3	-0,1102±j160,3
Modo 4	-0,0146±j202,8	-0,0152±j202,8	-0,0148±j202,8	-0,0148±j202,8
Modo 5	-0,1371±j298,2	-0,1372±j298,2	-0,1372±j298,2	-0,1371±j298,2

As figuras a seguir apresentam os resultados de uma simulação não-linear no domínio do tempo utilizando o programa de transitórios eletromagnéticos PSCAD/EMTDC (PSCAD/EMTDC, 1994). A simulação consiste na aplicação de um curto-circuito monofásico na barra entre a linha de transmissão e o capacitor série, removido após 80 ms. São avaliados os seguintes casos:

- Caso 1: PSS derivado da velocidade da massa HP;
- Caso 2: PSS derivado da velocidade da massa EXC;
- Caso 3: PSS derivado da velocidade no centro entre as massas LPA e LPB.

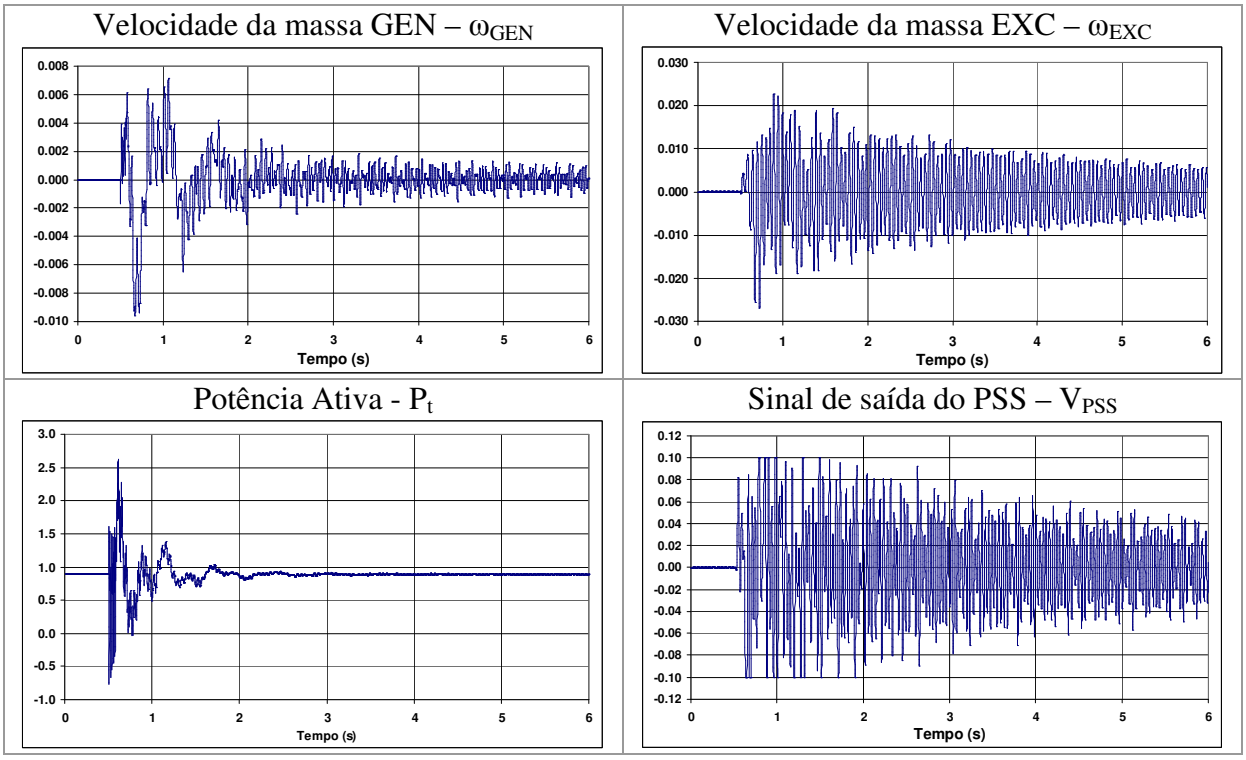


Figura 8.37 – Resposta do sistema a um curto-circuito monofásico temporário – Caso 1: PSS derivado da velocidade da massa HP

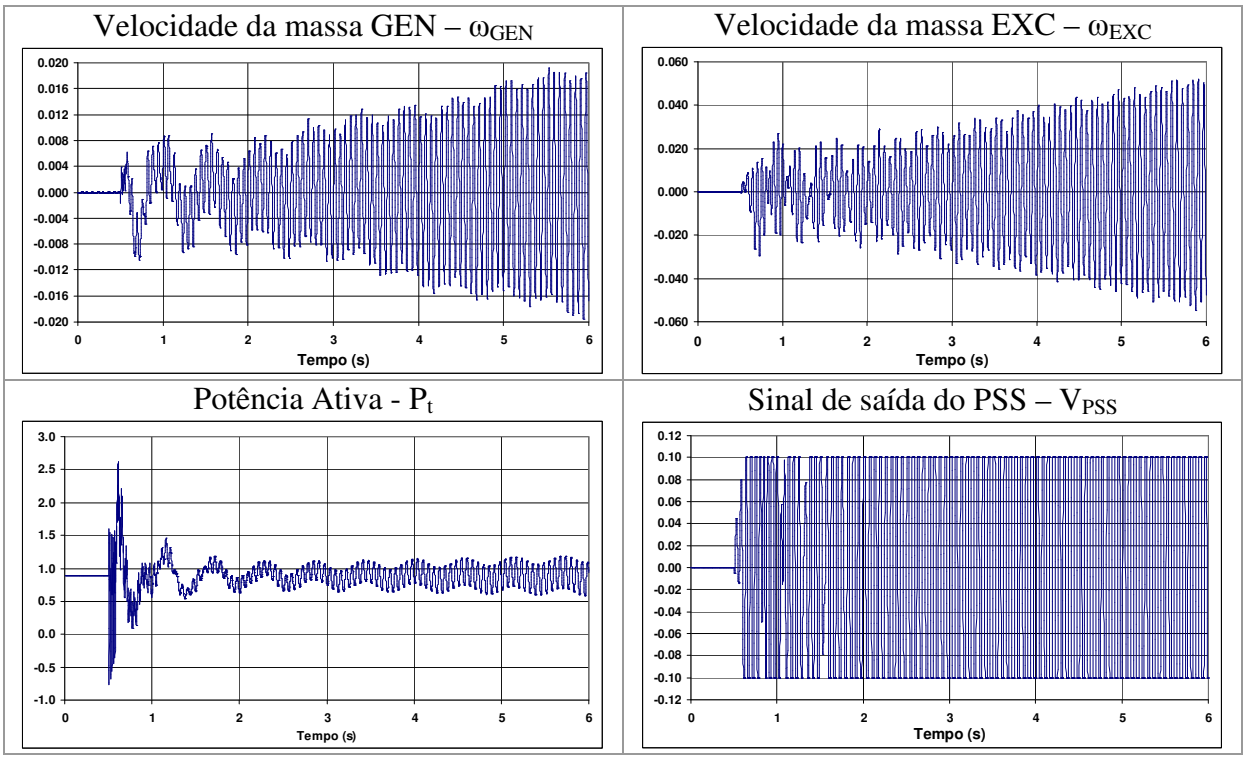


Figura 8.38 - Resposta do sistema a um curto-circuito monofásico temporário – Caso 2: PSS derivado da velocidade da massa EXC

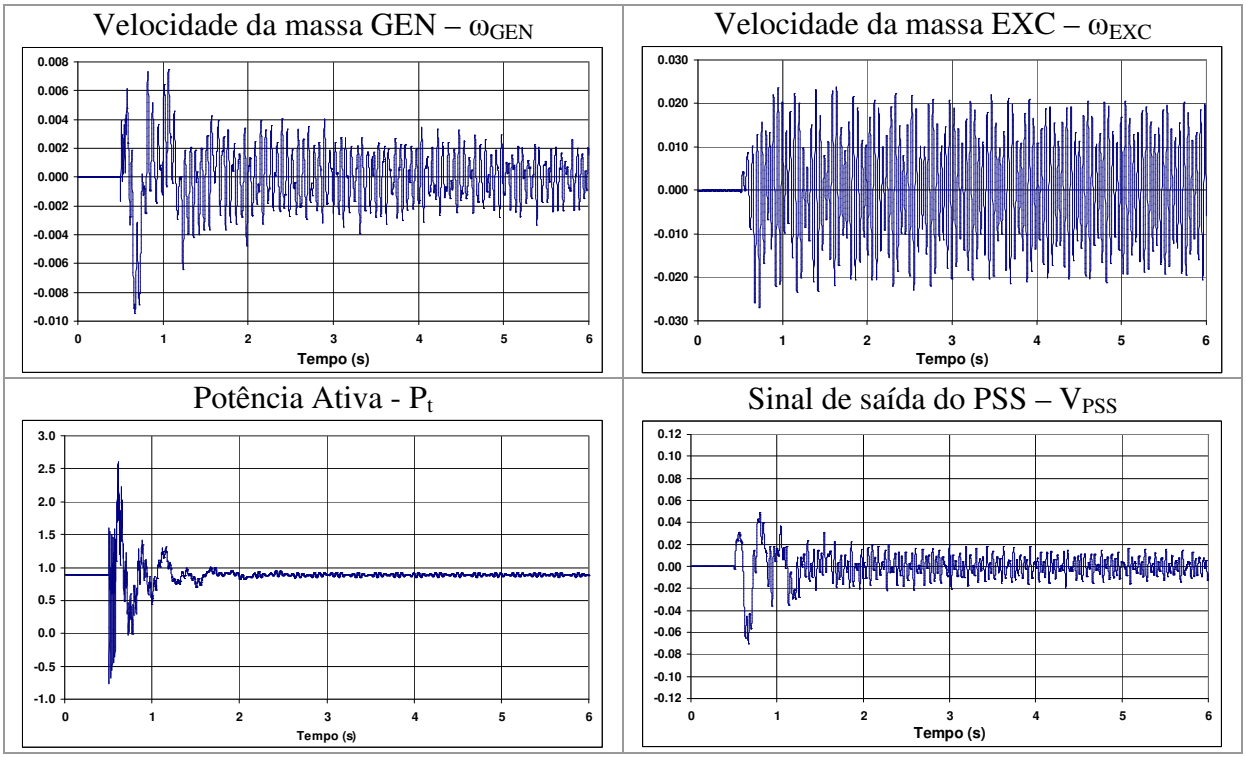


Figura 8.39 - Resposta do sistema a um curto-circuito monofásico temporário – Caso 3: PSS derivado da velocidade medida entre as seções LPA e LPB

No primeiro caso (massa HP), verifica-se que as oscilações torcionais são bem amortecidas, conforme previsto na análise dos autovalores. No entanto, são verificadas elevadas excursões no sinal de saída do PSS, chegando a saturar nas oscilações iniciais. Para o estabilizador derivado da velocidade obtida da massa EXC, ocorre intensa interação adversa com o modo torcional de 15 Hz, resultando em oscilações crescentes com o tempo. Quando o sinal de velocidade é medido no ponto central entre as massas LPA e LPB, as oscilações torcionais apresentam amortecimento positivo, porém inferior ao primeiro caso. No entanto, devido a baixa observabilidade deste sinal em relação aos modos torcionais, são verificadas menores excursões no sinal de saída do PSS, aumentando a sua margem de controle.

A medição de velocidade em pontos alternativos do eixo turbina-gerador depende de uma série de considerações práticas, desde a existência de nós comuns a todos os modos críticos até a viabilidade física de instalação de transdutores de velocidade nestes pontos.

8.4.5. Projeto de Filtros Torcionais

Conforme visto no item anterior, a técnica de localizar o ponto de medição de velocidade em um ponto alternativo do eixo turbina-gerador não é genérica. Além disso, sua implementação prática depende das características físicas e construtivas do turbo-gerador e, em muitos casos, pode ser extremamente complexa.

Para minimizar a interação torcional devido ação do estabilizador, o sinal de entrada do PSS deve apresentar uma baixa observabilidade dos modos torcionais. Isto pode ser obtido através da utilização de sinais de entrada alternativos ou de filtros torcionais, que atenuam o sinal de entrada do PSS na faixa de freqüência de interesse.

O filtro é inserido no canal de velocidade do PSS e deve ser projetado de forma a não introduzir atraso de fase excessivo na faixa de freqüência de 1 a 3 Hz, aproximadamente. Esta característica inviabiliza a utilização exclusiva de filtros do tipo passa-baixa. A solução usualmente adotada é a utilização de filtros rejeita-faixa, capazes de produzir atenuações superiores a 40 dB na faixa de freqüência dos modos torcionais. Em geral, é recomendado que estes filtros introduzam menos de 20° de atraso de fase na freqüência dos modos locais e menos de 5° na freqüência dos modos interárea (LAWSON et al., 1978).

O filtro torcional proposto em (LAWSON et al., 1978) é composto por estágios rejeita-faixa em cascata. Cada estágio pode ser representado matematicamente pela razão entre duas funções quadráticas sintonizadas na mesma freqüência natural. A função de transferência de um único estágio do filtro torcional é dada por:

$$F(s) = \frac{\omega_f(s)}{\omega(s)} = \frac{s^2 + 2\xi_a \omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi_b \omega_n s + \omega_n^2} \tag{8.68}$$

onde:

ω_n- freqüência central do estágio do filtro torcional

ξ_a - constante de amortecimento do numerador

ξ_b - constante de amortecimento do denominador

As características de profundidade e largura de banda de cada estágio do filtro são determinadas pelas constantes de amortecimento do numerador e do denominador (ξ_a e ξ_b). A freqüência ω_n representa a freqüência central do filtro e deve ser ajustada no valor da freqüência do modo torcional de interesse. As figuras a seguir mostram o efeito da variação da razão entre os parâmetros ξ_a e ξ_b na resposta em freqüência de um estágio do filtro torcional. Na figura, adotou-se uma freqüência central de 15 Hz e fixou-se $\xi_b = 1.0$, variando-se o parâmetro ξ_a.

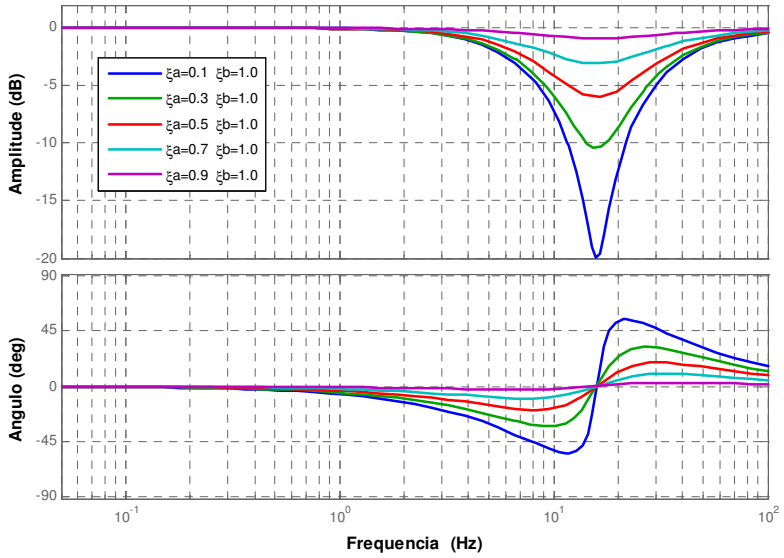


Figura 8.40 – Efeito da variação do parâmetro ξ_a na resposta em freqüência de um estágio do filtro torcional

O filtro apresenta elevada atenuação nas freqüências em torno da freqüência central e ganho aproximadamente unitário nas baixas freqüências. Nota-se que quanto menor o valor de ξ_a, maior é a atenuação do sinal na freqüência ω_n e mais estreita é a largura de banda do filtro. Verifica-se que o filtro introduz um pequeno atraso de fase na faixa de freqüência de 0,2 a 2,5 Hz, referente aos modos eletromecânicos. Este atraso é maior para valores menores de ξ_a, conforme observado. Dependendo do número de estágios e do atraso de fase global do filtro resultante, podem ser necessárias alterações no ajuste de fase do PSS, de forma a compensar as modificações introduzidas pelo filtro.

O número de estágios do filtro torcional depende das características de cada projeto. Soluções mais conservadoras utilizam tantos estágios quantos são os modos torcionais. No entanto, o atraso de fase global do filtro será maior neste caso e, possivelmente, serão necessários reajustes na compensação de fase do PSS. Outra opção consiste em utilizar filtros rejeita-faixa para os modos torcionais de menor freqüência em série com um filtro passa-baixa para atenuar os modos torcionais de freqüência mais elevada. Outro fator a ser levado em consideração é o atraso de fase imposto ao modo da excitatriz. Estes atrasos podem restringir demasiadamente os valores de ganho do PSS, tornando o projeto crítico (PADIYAR e GEETHA, 1993).

Para minimizar a ação desestabilizadora do PSS nos modos torcionais do sistema, será utilizado um filtro torcional composto por cinco estágios rejeita-faixa sintonizados nas freqüências correspondentes aos cinco modos torcionais: 15 Hz, 20 Hz, 25 Hz, 32 Hz e 47 Hz, conforme ilustrado na Figura 8.41.

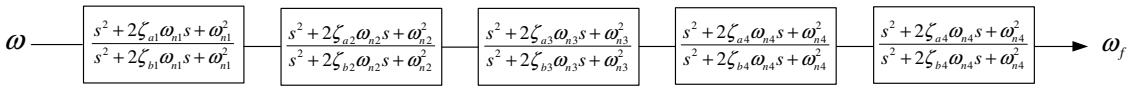


Figura 8.41 – Filtro Torcional com 5 Estágios

Fixando $\xi_b = 1.0$, deve-se ajustar ξ_a de forma a garantir atenuação suficiente na faixa de freqüência dos modos torcionais ao mesmo tempo em que não deve deteriorar demasiadamente o amortecimento do modo da excitatriz. As figuras a seguir apresentam o diagrama do lugar das raízes para variação do parâmetro ξ_a de 0,1 a 0,9.

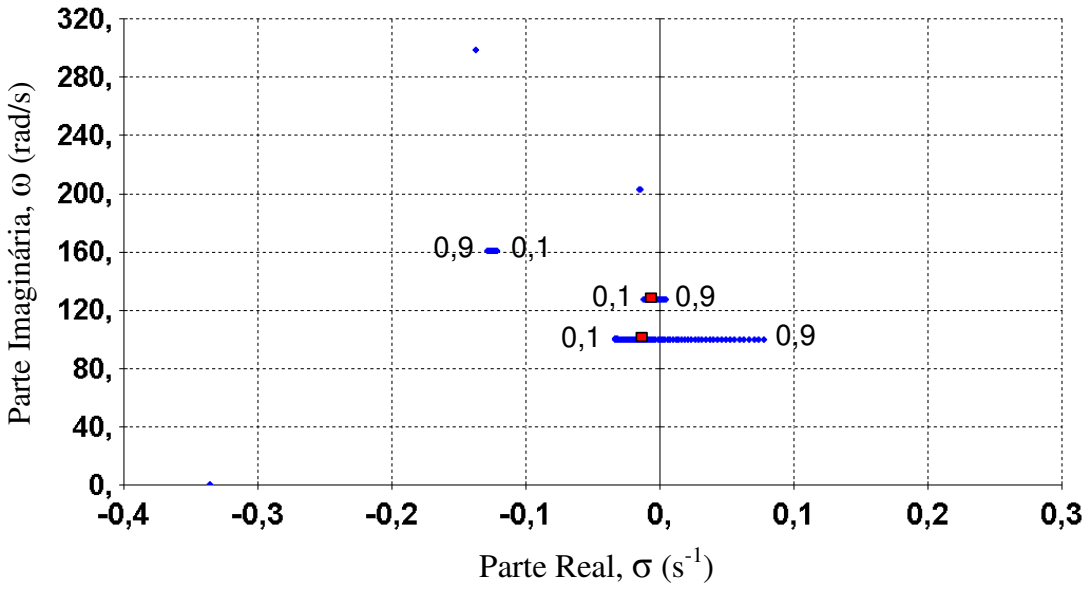


Figura 8.42 - Root Locus para variação do parâmetro ξ_a do filtro torcional de 0,1 a 0,9 – Modos torcionais

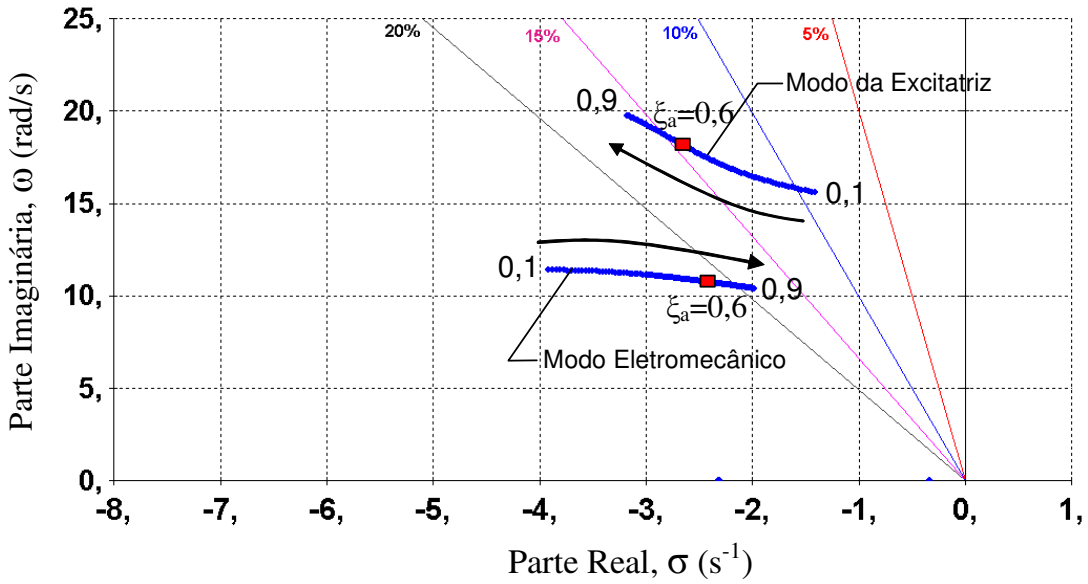


Figura 8.43 - Root Locus para variação do parâmetro ξ_a do filtro torcional de 0,1 a 0,9 – Modo eletromecânico e da excitatriz

Verifica-se que para baixos valores de ξ_a, o filtro possui atenuação elevada e o amortecimento dos modos torcionais é máximo. À medida que este parâmetro é aumentado, a atenuação introduzida pelo filtro é reduzida e os modos torcionais se deslocam para direita, tornando-se instáveis. Por outro lado, menores valores de ξ_a representam maiores atrasos de fase em baixas freqüências. Desta forma, o modo da excitatriz tende a se deslocar para a direita à medida que este parâmetro é reduzido.

Deve-se obter uma solução de compromisso entre os modos torcionais e o modo da excitatriz, de forma a atender as especificações de desempenho exigidas. Além disso, valores muito baixos de ξ_a resultam em filtros com banda de rejeição muito estreita. Se a largura de banda do filtro for muito estreita, imprecisões nos cálculos das freqüências naturais do eixo podem levar a um mau funcionamento do filtro. Assim, adotou-se $\xi_a = 0.6$ e $\xi_b = 1.0$, representado pelo ponto vermelho em destaque nas figuras. O efeito da inclusão do filtro torcional na resposta em freqüência do PSS é apresentado na Figura 8.44.

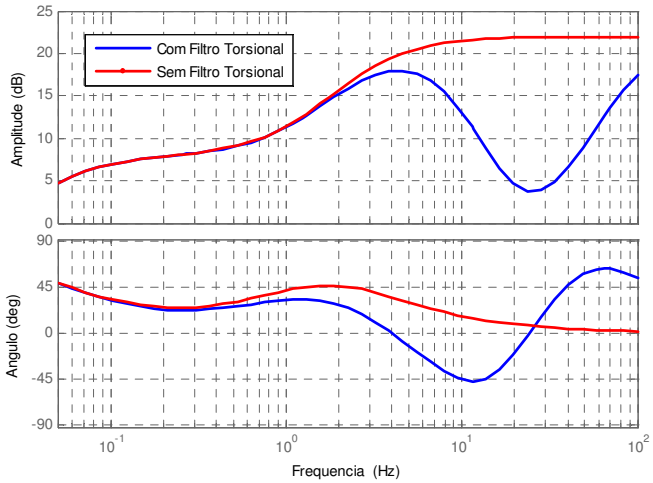


Figura 8.44 – Efeito do filtro torcional na resposta em freqüência do PSS

Observa-se na Figura 8.45 que o filtro resultante introduz um atraso de fase adicional de 15º na freqüência do modo eletromecânico (1,6 Hz) e 28º na freqüência do modo da excitatriz (3,2 Hz).

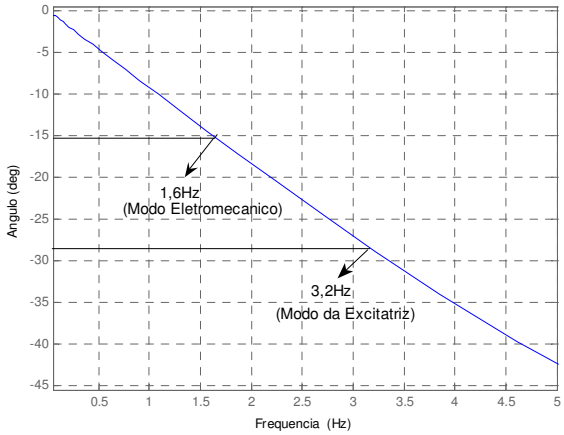


Figura 8.45 – Atraso de fase introduzido pelo filtro torcional no modo eletromecânico e no modo da excitatriz

Os autovalores do sistema após a inclusão do filtro são apresentados na Tabela 8.6.

Tabela 8.6 – Autovalores do sistema com PSS e filtro torcional

N°	Autovalor	Freqüência (Hz)	Amortecimento (%)	Tipo
1	-4,6317±j616,62	98,1	0,75%	Supersíncrono
2	-0,1372±j298,18	47,5	0,05%	Torcional
3	-0,0146±j202,82	32,3	0,01%	Torcional
4	-0,1226±j160,32	25,5	0,08%	Torcional
5	-3,1562±j136,77	21,8	2,31%	Subsíncrono
6	-0,0089±j127,22	20,3	0,01%	Torcional
7	-0,0132±j99,81	15,9	0,01%	Torcional
8	-169,28±j40,53	6,4	97,2%	PSS
9	-124±j39,72	6,3	95,2%	PSS
10	-85,58±j28,45	4,5	94,9%	PSS
11	-216,5±j18,78	3,0	99,6%	PSS
12	-2,6927±j18,28	2,91	14,57%	Excitatriz
13	-2,4256±j10,75	1,71	22,02%	Eletromecânico
14	-304,93	-	100%	PSS
15	-290,37	-	100%	PSS
16	-25,438	-	100%	Gerador
17	-12,625	-	100%	PSS
18	-2,3134	-	100%	Gerador
19	-0,3357	-	100%	PSS

Verifica-se que o filtro inibiu a ação desestabilizadora do PSS, amortecendo os modos torcionais de 15 Hz e 20 Hz, sem deteriorar demasiadamente o amortecimento do modo da excitatriz. Desta forma, não foram necessárias alterações na compensação de fase do estabilizador. A Figura 8.46 e a Figura 8.47 mostram o diagrama do lugar das raízes para variação do ganho do PSS de 0 a 2,5 pu/pu na presença do filtro torcional.

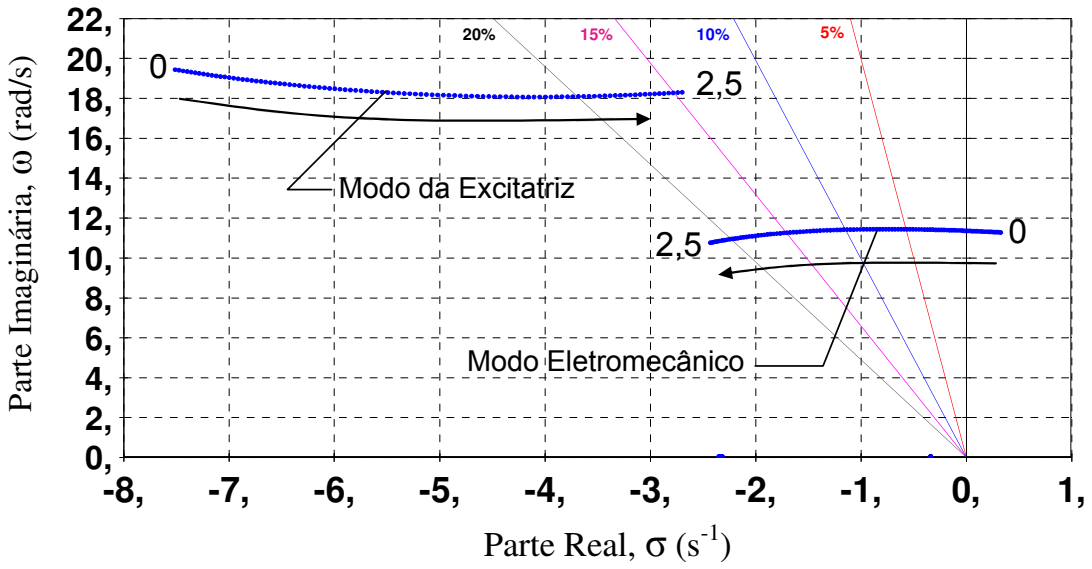


Figura 8.46 - Root Locus para variação do ganho do PSS – Caso com filtro torcional – Modo eletromecânico e da excitatriz

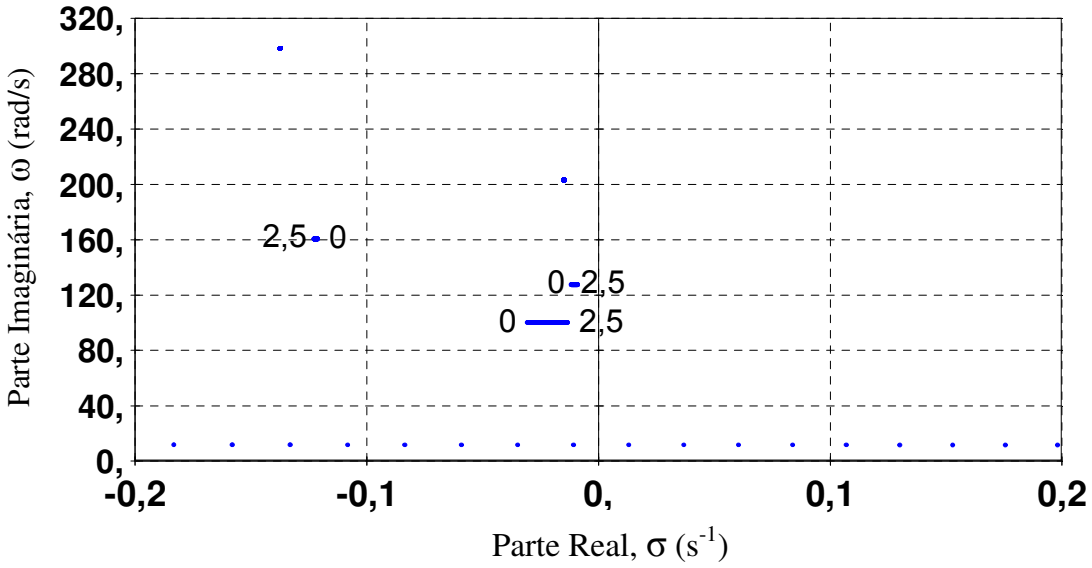


Figura 8.47 - Root Locus para variação do ganho do PSS – Caso com filtro torcional – Modos torcionais

As figuras a seguir mostram a resposta do sistema a uma perturbação em degrau de 0,01 pu na potência mecânica do gerador.

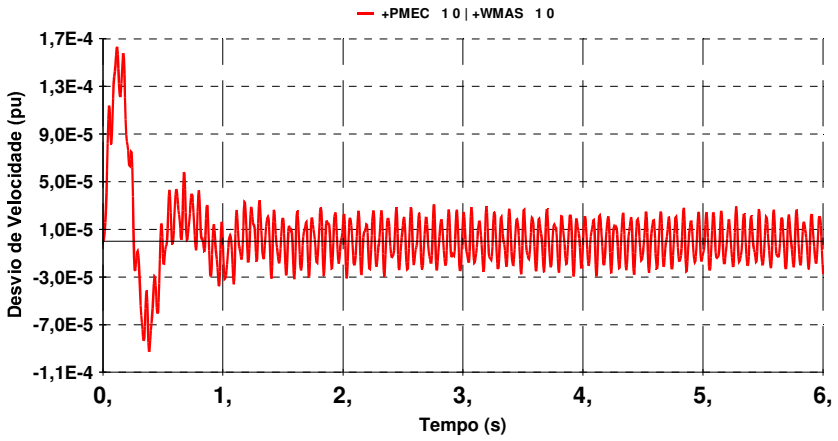


Figura 8.48 - Velocidade angular da massa do gerador referente a um degrau de 0,01 pu na potência mecânica – Caso com PSS de velocidade e filtro torcional

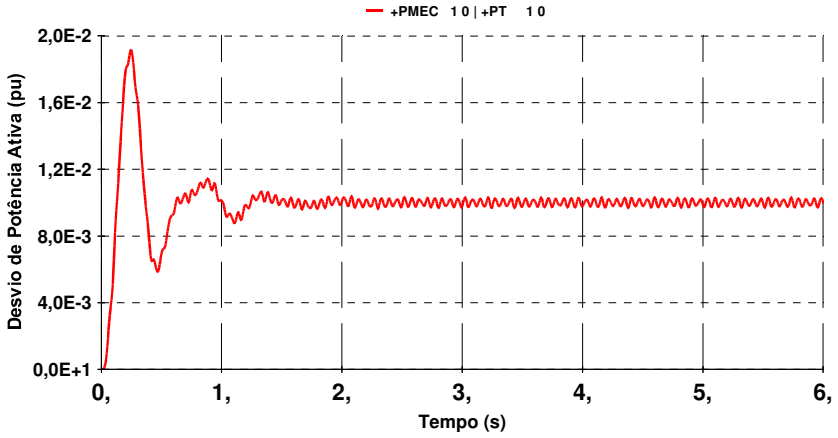
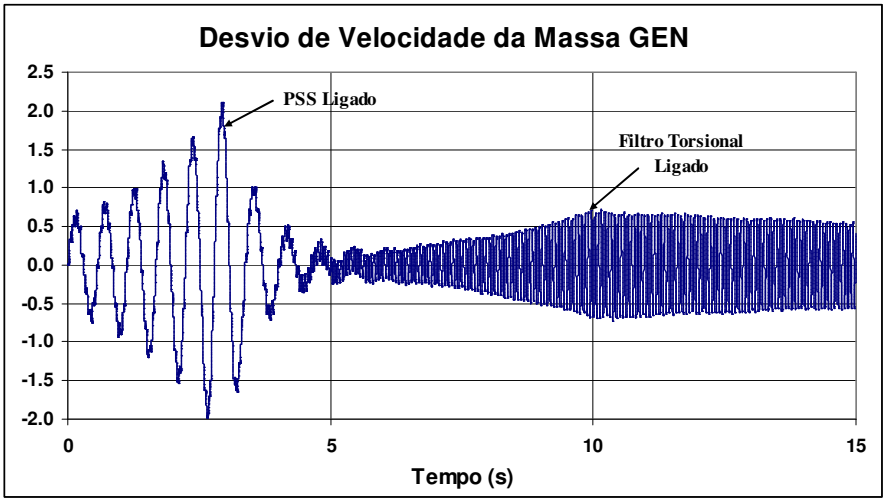
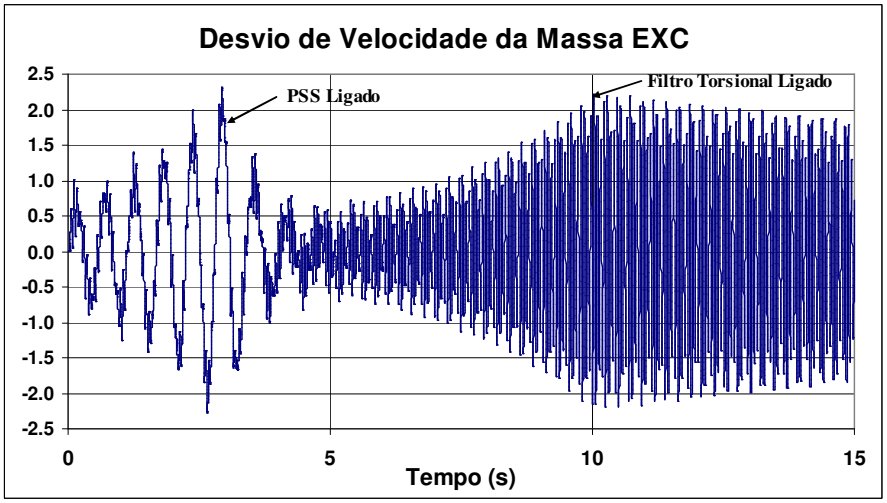


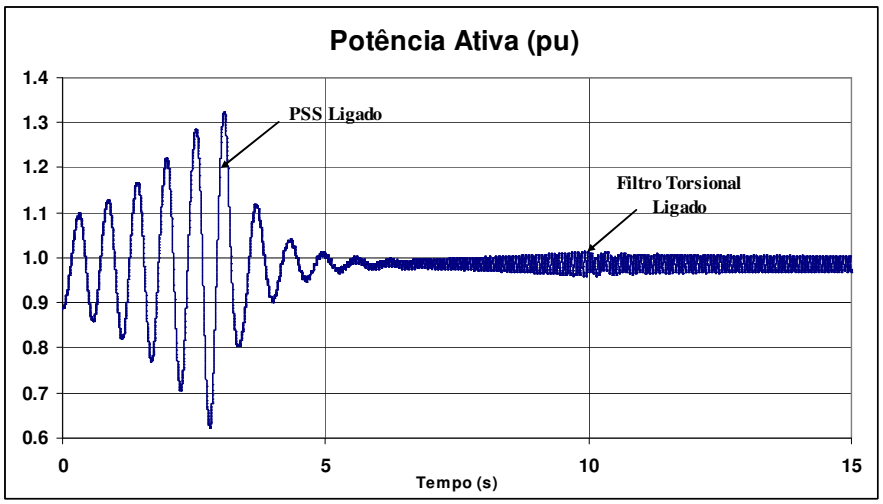
Figura 8.49 – Potência ativa do gerador referente a um degrau de 0,01 pu na potência mecânica – Caso com PSS de velocidade e filtro torcional

Para ilustrar os efeitos da aplicação de sinais estabilizadores derivados da velocidade do rotor, será realizada uma simulação no domínio do tempo utilizando modelos não-lineares para os componentes (ver Figura 8.50). A simulação consiste na aplicação de um degrau de 0,1 pu de amplitude no torque mecânico do gerador síncrono no instante $t = 0$ segundos. Inicialmente o sinal estabilizador está desligado, sendo verificadas oscilações crescentes na freqüência de 1,79 Hz, referente ao modo de oscilação eletromecânico. Aos 3 segundos o sinal estabilizador é ligado com o filtro torcional desligado, tornando as oscilações eletromecânicas visivelmente amortecidas. No entanto, as interações adversas com o sistema mecânico do eixo turbina-gerador resultam em instabilidade do primeiro modo torcional (15 Hz), como pode ser observado claramente na figura. Por fim, aos 10 segundos, o filtro torcional é

incorporado ao estabilizador, amortecendo o modo torcional. A partir deste ponto, a amplitude das oscilações torcionais decai lentamente.







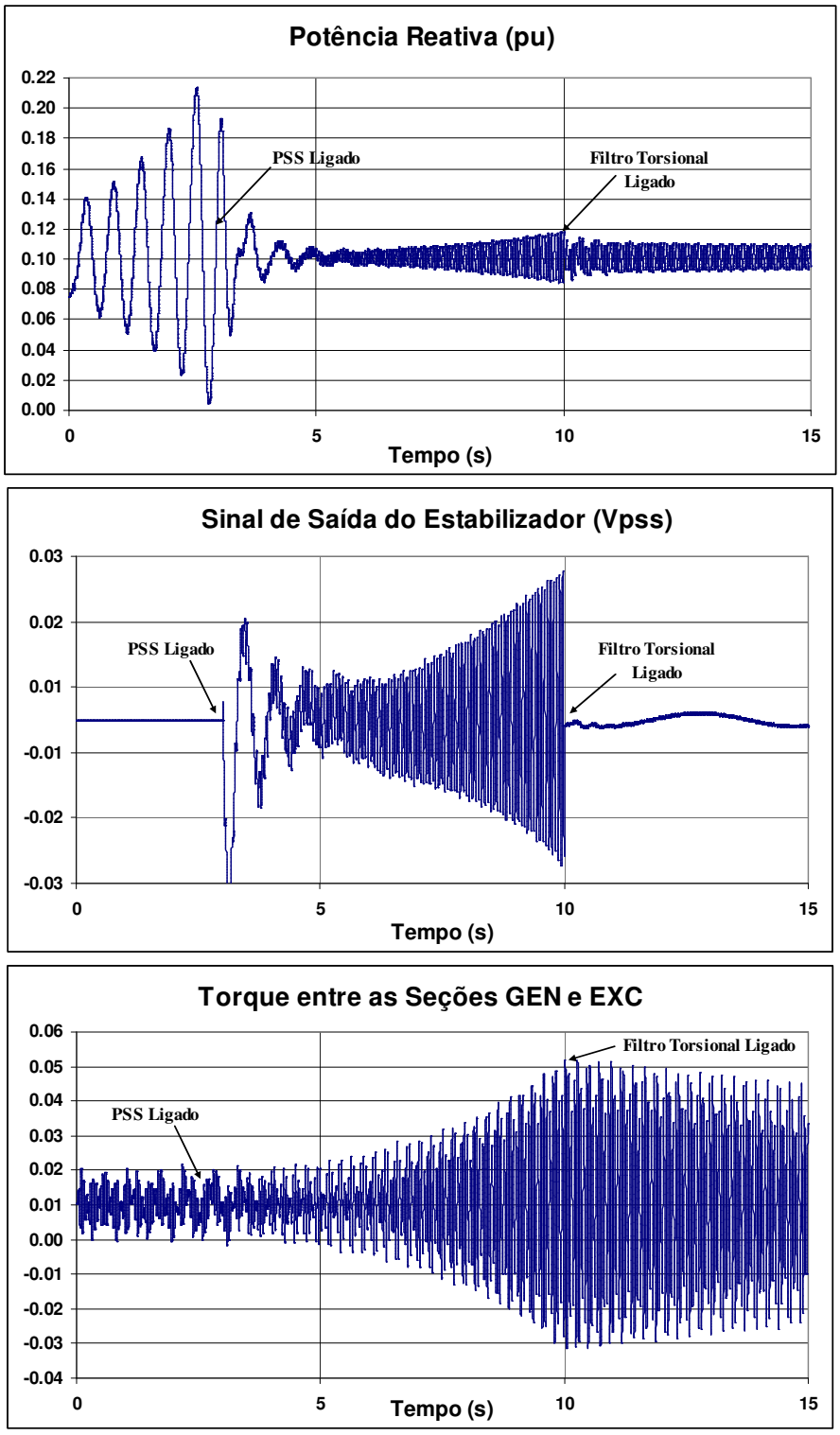


Figura 8.50 – Simulação não-linear referente a aplicação de um degrau de 0,1 pu na potência mecânica: *t=0* – sem PSS; *t=3* – com PSS e sem filtro torcional; *t=10* – com PSS e filtro torcional

8.4.6. Estabilizador Derivado da Potência Elétrica

No item 8.2.3, vimos que estabilizadores derivados da potência terminal podem ser projetados assumindo uma característica de fase não-mínima. A vantagem deste tipo de projeto se deve à utilização de redes de atraso de fase em lugar de redes de avanço de fase necessárias em estabilizadores derivados da velocidade. Redes de atraso de fase apresentam ganhos decrescentes com a freqüência, atenuando os modos torcionais. Além disso, o sinal de potência elétrica apresenta baixa observabilidade em relação aos modos torcionais (ROGERS, 1999).

Apesar da pequena interação com os modos torcionais, estabilizadores derivados da potência elétrica causam impactos adversos no desempenho da tensão terminal e da potência reativa frente a perturbações na potência mecânica da máquina (FERRAZ, 2002).

Para entender a origem destas interações adversas, considere um sistema de segunda ordem, dado pela seguinte função de transferência em malha aberta:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2 (as+1)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{8.69}$$

Sendo a real, este sistema apresenta um zero real e um par de pólos complexos conjugados, que podem ser calculados pelas expressões a seguir:

$$z = -\frac{1}{a} \tag{8.70}$$

$$p_1, p_2 = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \tag{8.71}$$

Assumindo uma freqüência natural não amortecida ω_n de 12 rad/s e um fator de amortecimento ζ de 15%, avaliou-se a influência da posição do zero da função de transferência *G(s)* na resposta ao degrau unitário do sistema. A variação do zero é obtida modificando-se o parâmetro a da função de transferência. A Figura 8.51 e a Tabela 8.7 apresentam o desempenho do sistema para três casos distintos: $a = 1$, $a = 2$ e $a = 10$. Em todos os casos, a posição dos pólos complexos não foi alterada.

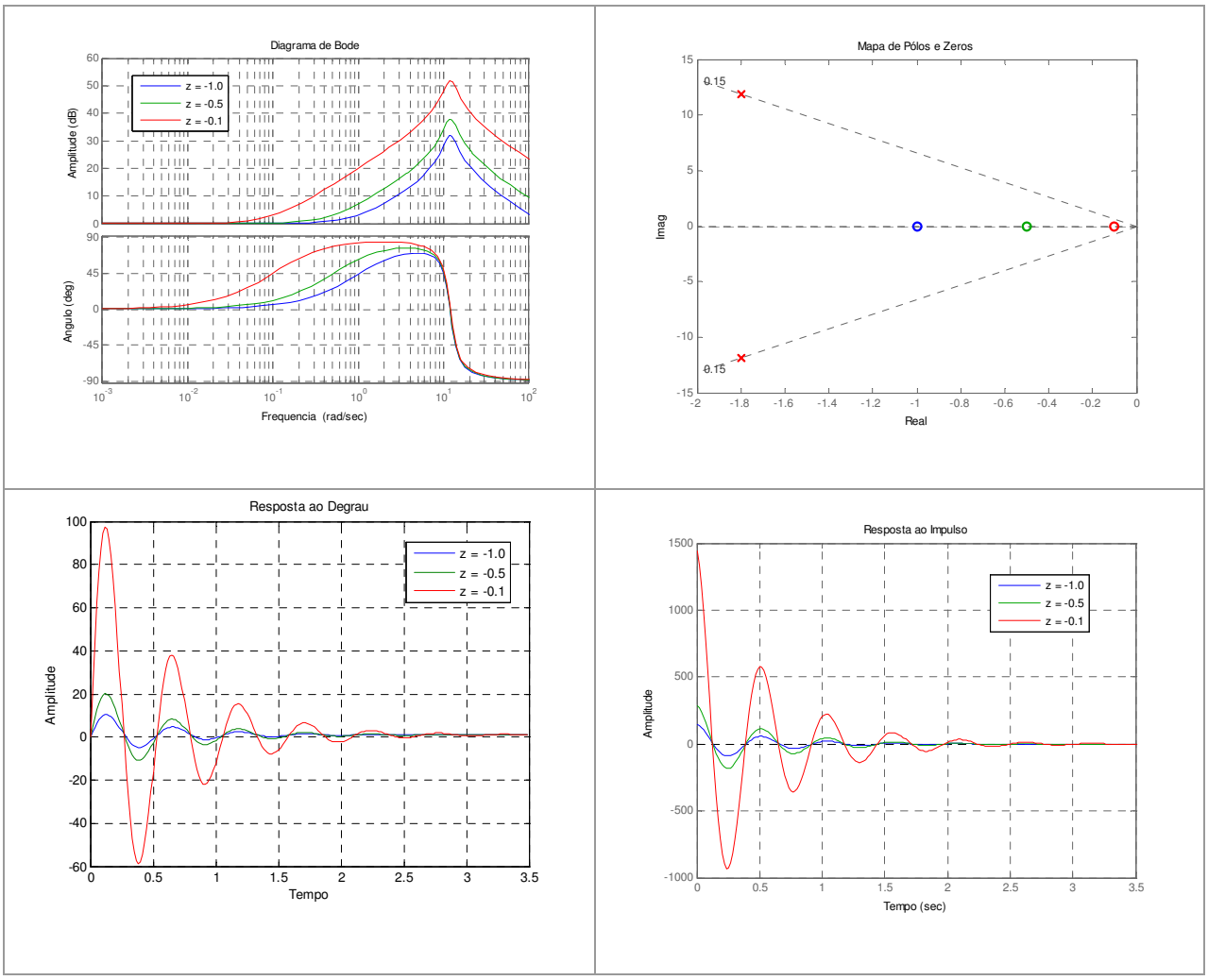


Figura 8.51 – Comportamento de um sistema de segunda ordem para diferentes posições do zero

Tabela 8.7 – Comportamento de um sistema de segunda ordem frente a um degrau unitário para diferentes posições do zero

	Caso 1	**Caso 2**	**Caso 3**
Zero	-1,0	-0,5	-0,1
Pólos	-1,8 ± j11,8	-1,8 ± j11,8	-1,8 ± j11,8
Valor de Pico	10,4	20,1	97,4
Tempo de Pico	0,13	0,12	0,12
Tempo de Assentamento	3,42	3,45	3,48
Valor Final	1,00	1,00	1,00

Verifica-se que apesar da posição do zero não influenciar no tempo de assentamento e no valor final da resposta, nota-se uma diferença significativa na amplitude da resposta transitória. Observa-se que quanto mais próximo da origem do plano complexo o zero estiver, maior o valor de pico da resposta do sistema ao degrau. Desta forma, a

avaliação do posicionamento dos zeros de funções de transferência de interesse deve ser realizada para verificar e prevenir um eventual desempenho insatisfatório de um determinado sistema de controle.

A seleção dos parâmetros do PSS de potência elétrica será realizada através do método de Nyquist modificado, a partir do módulo de projeto automático de estabilizadores disponibilizado pelo Pacdyn (GOMES JR. et al., 1998). Este procedimento é realizado de tal forma que o pólo associado ao modo de oscilação eletromecânico apresente um amortecimento de 15%. Efetuando-se os cálculos, obteve-se a seguinte função de transferência para o PSS:

$$PSS_{Pe}(s) = -0{,}17 \cdot \left(\frac{3s}{1+3s} \right) \cdot \left(\frac{1+0{,}0525s}{1+0{,}1465s} \right)^2 \tag{8.72}$$

Observe o valor negativo para o ganho e a presença de blocos de atraso de fase. O diagrama de Bode para este PSS é apresentado na Figura 8.52. Este diagrama apresenta claramente a presença de ganhos decrescentes com a freqüência.

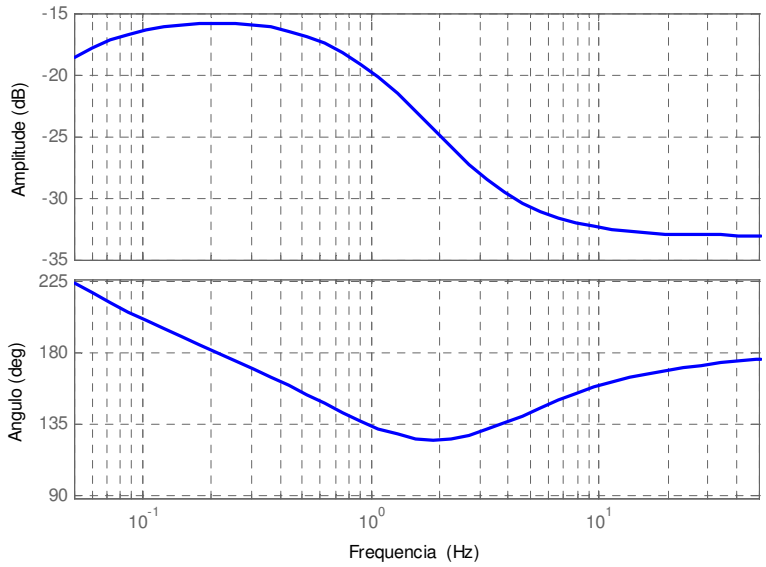


Figura 8.52 – Resposta em freqüência do PSS derivado da potência elétrica

A Figura 8.53 e a Figura 8.54 apresentam o diagrama do lugar das raízes variando-se o ganho do PSS desde 0 (malha aberta) até o valor determinado pelo projeto automático (- 0,17 pu/pu). O modo eletromecânico instável foi deslocado para a esquerda, posicionando-se exatamente sobre a reta de amortecimento de 15%. A figura revela

ainda uma outra característica importante na utilização de estabilizadores derivados da potência elétrica. A instabilização do modo da excitatriz em geral ocorre para valores de ganho muito superiores aos necessários para garantir um bom amortecimento das oscilações eletromecânicas.

Os pólos relativos aos modos torcionais praticamente não foram sensibilizados com as variações de ganho, conforme esperado.

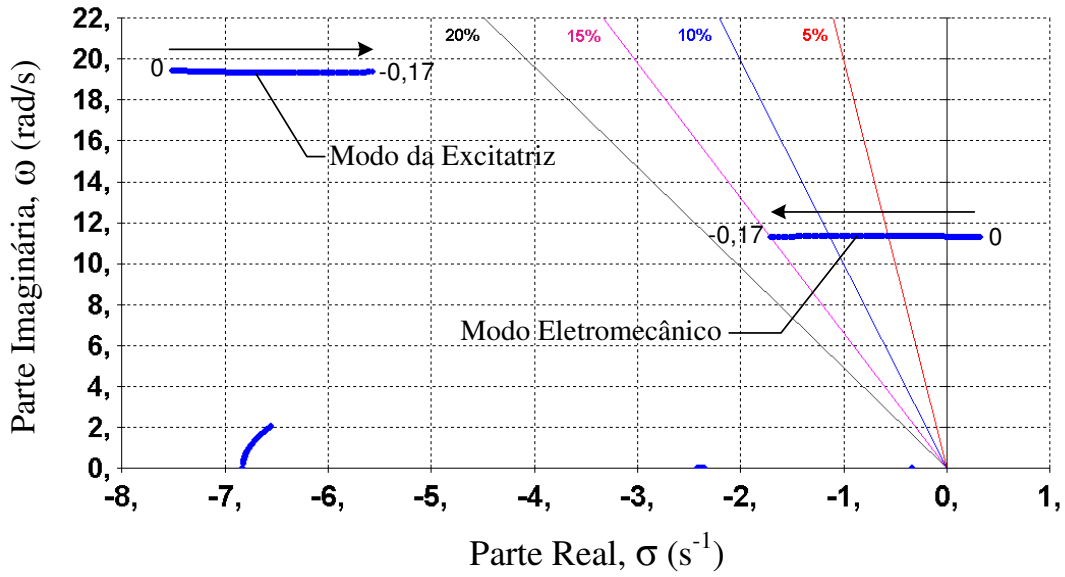


Figura 8.53 - Root Locus na faixa de freqüência do modo eletromecânico – PSS derivado da potência elétrica

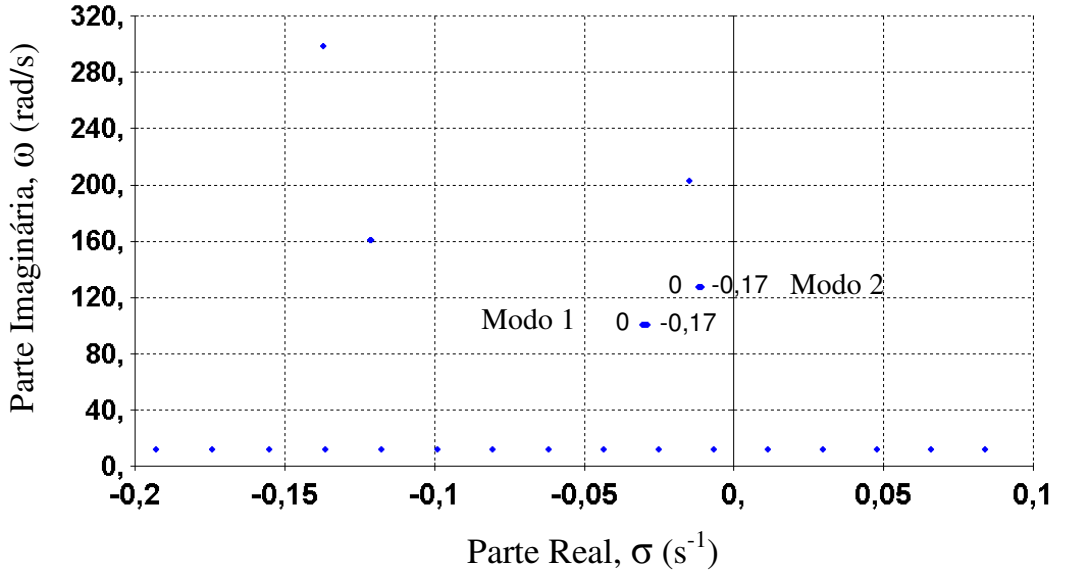


Figura 8.54 - Root Locus na faixa de freqüência dos modos torcionais – PSS derivado da potência elétrica

Os autovalores do sistema após a inclusão do PSS derivado da potência elétrica são apresentados na Tabela 8.8.

Tabela 8.8 – Autovalores do sistema com PSS derivado da potência elétrica – Kpss = -0,17 pu/pu

N°	Autovalor	Freqüência (Hz)	Amortecimento (%)	Tipo
1	-4,6319±j616,62	98,1	0,75%	Supersíncrono
2	-0,1372±j298,18	47,5	0,05%	Torcional
3	-0,0149±j202,82	32,3	0,01%	Torcional
4	-0,1213±j160,32	25,5	0,08%	Torcional
5	-3,1569±j136,73	21,8	2,31%	Subsíncrono
6	-0,0108±j127,22	20,3	0,01%	Torcional
7	-0,0288±j99,84	15,9	0,03%	Torcional
8	-5,5695±j19,35	3,1	27,66%	Excitatriz
9	-1,7097±j11,27	1,79	15,00%	Eletromecânico
10	-6,5495±j2,02	0,32	95,5%	PSS
11	-2,4169	-	100%	Gerador
12	-49,6778	-	100%	Gerador
13	-25,4138	-	100%	Gerador
14	-0,3330	-	100%	PSS

Analisemos agora o comportamento da tensão e da potência reativa do PSS derivado da potência elétrica no desempenho frente variações na potência mecânica do gerador. Para estabelecer uma base de comparação entre o desempenho dos estabilizadores derivados da velocidade e da potência elétrica, o projeto do PSS de velocidade foi refeito utilizando-se o método de Nyquist. Este procedimento foi realizado de forma que o pólo associado ao modo eletromecânico seja posicionado no mesmo ponto do plano complexo (Tabela 8.9).

Tabela 8.9 – Parâmetros dos PSS's – Velocidade x Potência Elétrica

Variável de Entrada	PSS(s)	Modo Eletromecânico
ω	$PSS_{\omega}(s) = 2{,}48 \cdot \left(\frac{3s}{1+3s}\right) \cdot \left(\frac{1+0{,}1136s}{1+0{,}0679s}\right)^2$	$p = -1{,}7119 \pm 11{,}29$ $\zeta = 15\%$
Pe	$PSS_{Pe}(s) = -0{,}17 \cdot \left(\frac{3s}{1+3s}\right) \cdot \left(\frac{1+0{,}0525s}{1+0{,}1465s}\right)^2$	$p = -1{,}7119 \pm 11{,}29$ $\zeta = 15\%$

A Figura 8.55 apresenta o mapa de pólos e zeros da função de transferência que relaciona a potência ativa terminal com a potência mecânica do gerador ($\Delta P_e / \Delta P_{mec}$). Na figura são comparados os casos referentes à utilização do estabilizador de potência elétrica e de velocidade.

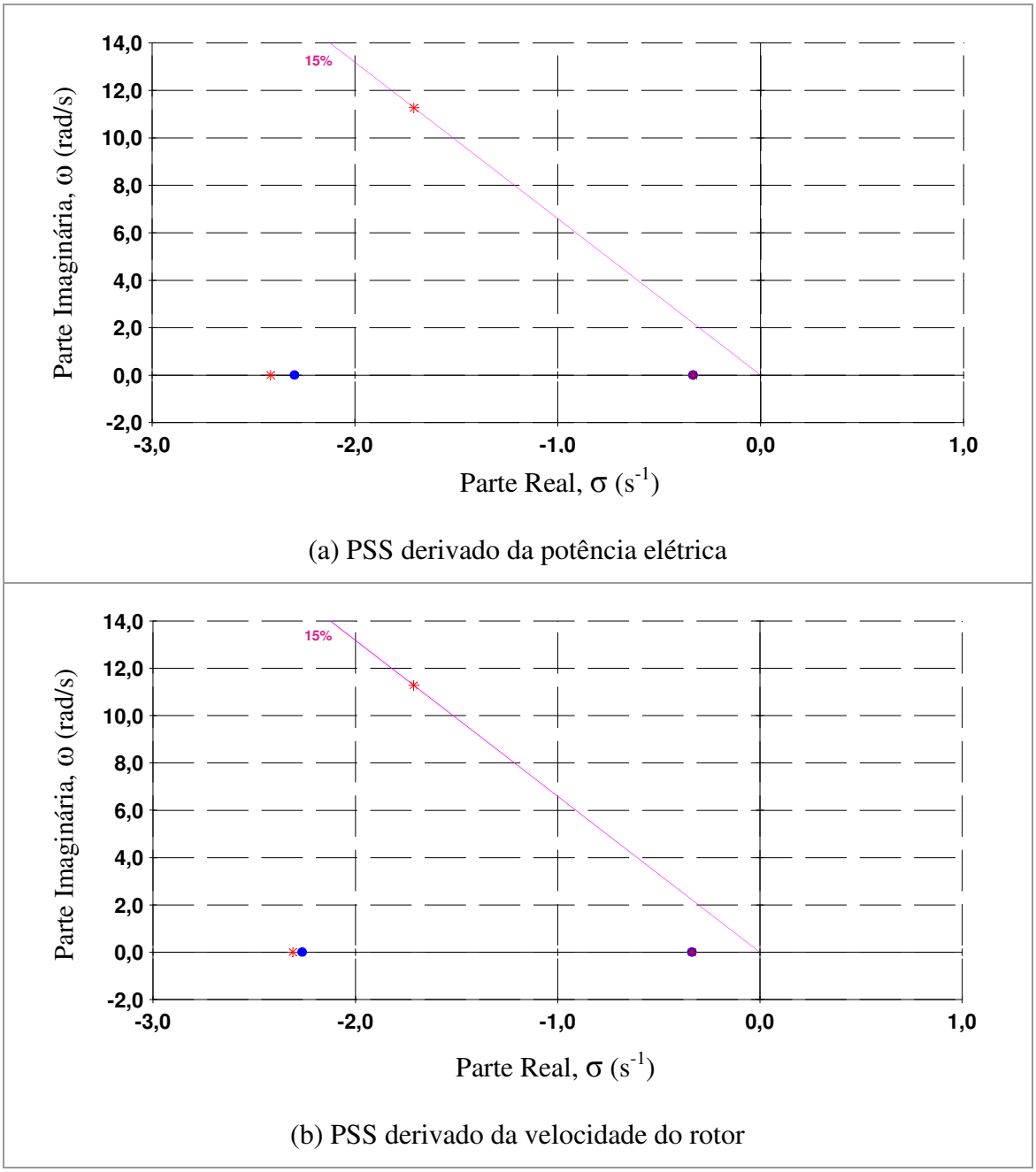


Figura 8.55 – Mapa de pólos e zeros da função de transferência $\Delta P_e/\Delta P_{MEC}$ – (a) Caso com PSS derivado da potência elétrica; (b) Caso com PSS derivado da velocidade

Em ambos os casos, o pólo associado ao modo eletromecânico está posicionado no mesmo ponto. Os zeros da função de transferência também são praticamente

coincidentes. Desta forma, espera-se um comportamento muito semelhante para os dois PSS's no desempenho da potência ativa terminal. A Figura 8.56 apresenta o comportamento da potência elétrica para uma perturbação em degrau de 0,01 pu na potência mecânica do gerador.

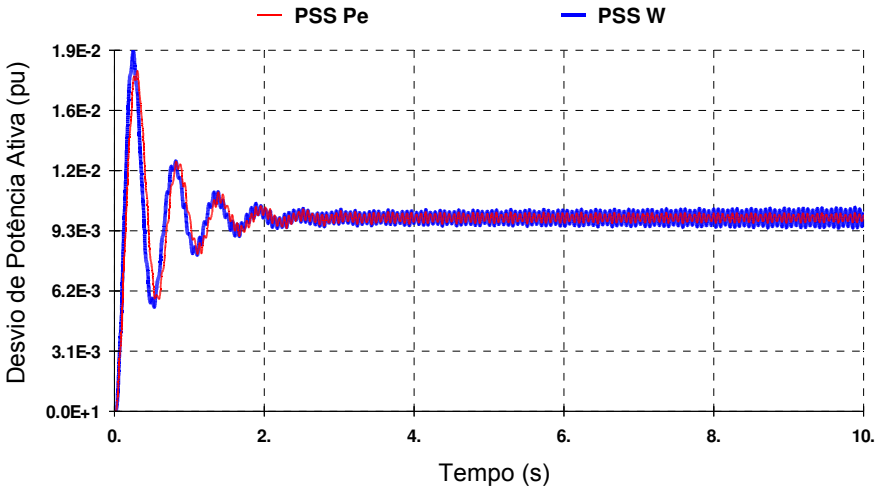
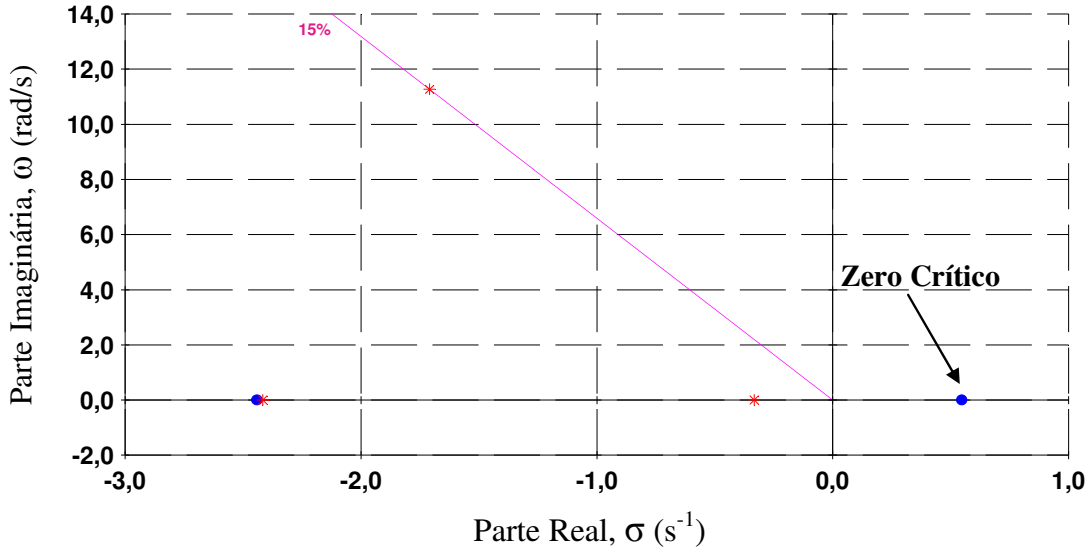


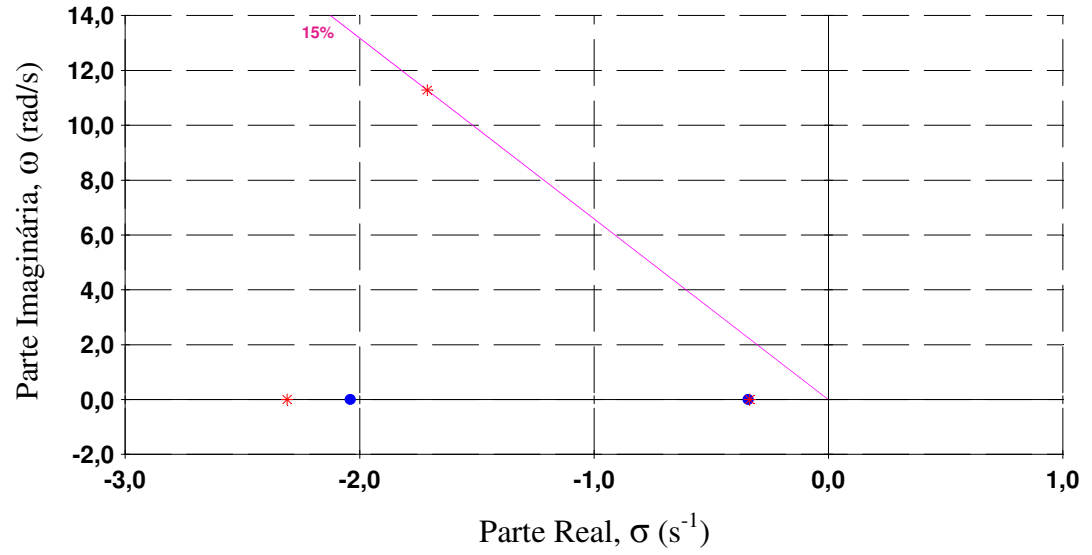
Figura 8.56 – Potência elétrica para um degrau de 0,01 pu na potência mecânica do gerador – PSS de velocidade x PSS de potência elétrica

A menos da instabilidade torcional introduzida pelo PSS derivado da velocidade, as oscilações transitórias de potência ativa são muito semelhantes, independente do sinal de entrada utilizado pelo estabilizador.

O mapa de pólos e zeros da função de transferência que relaciona a potência reativa terminal com a potência mecânica do gerador ($\Delta Q_e / \Delta P_{mec}$) é apresentado a seguir. Na figura são comparados os casos referentes à utilização do estabilizador de potência elétrica e de velocidade.



(a) PSS derivado da potência elétrica



(b) PSS derivado da velocidade do rotor

Figura 8.57 - Mapa de pólos e zeros da função de transferência $\Delta Q_e/\Delta P_{MEC}$ – (a) Caso com PSS derivado da potência elétrica; (b) Caso com PSS derivado da velocidade

Novamente, o pólo da função de transferência associado ao modo eletromecânico está posicionado exatamente no mesmo lugar. No entanto, a localização dos zeros é consideravelmente diferente para os dois casos. Nota-se a presença de um zero no semiplano direito próximo à origem ($z = +0,55$) quando é utilizado o PSS derivado da potência elétrica. Para o estabilizador derivado da velocidade do rotor, o zero existente é

cancelado por um pólo localizado muito próximo a ele. Desta forma, espera-se um comportamento bastante diferente para os dois PSS's no desempenho da potência reativa. As análises também são válidas para a tensão terminal do gerador. A Figura 8.58 apresenta o comportamento da potência reativa e da tensão terminal para uma perturbação em degrau de 0,01 pu na potência mecânica do gerador.

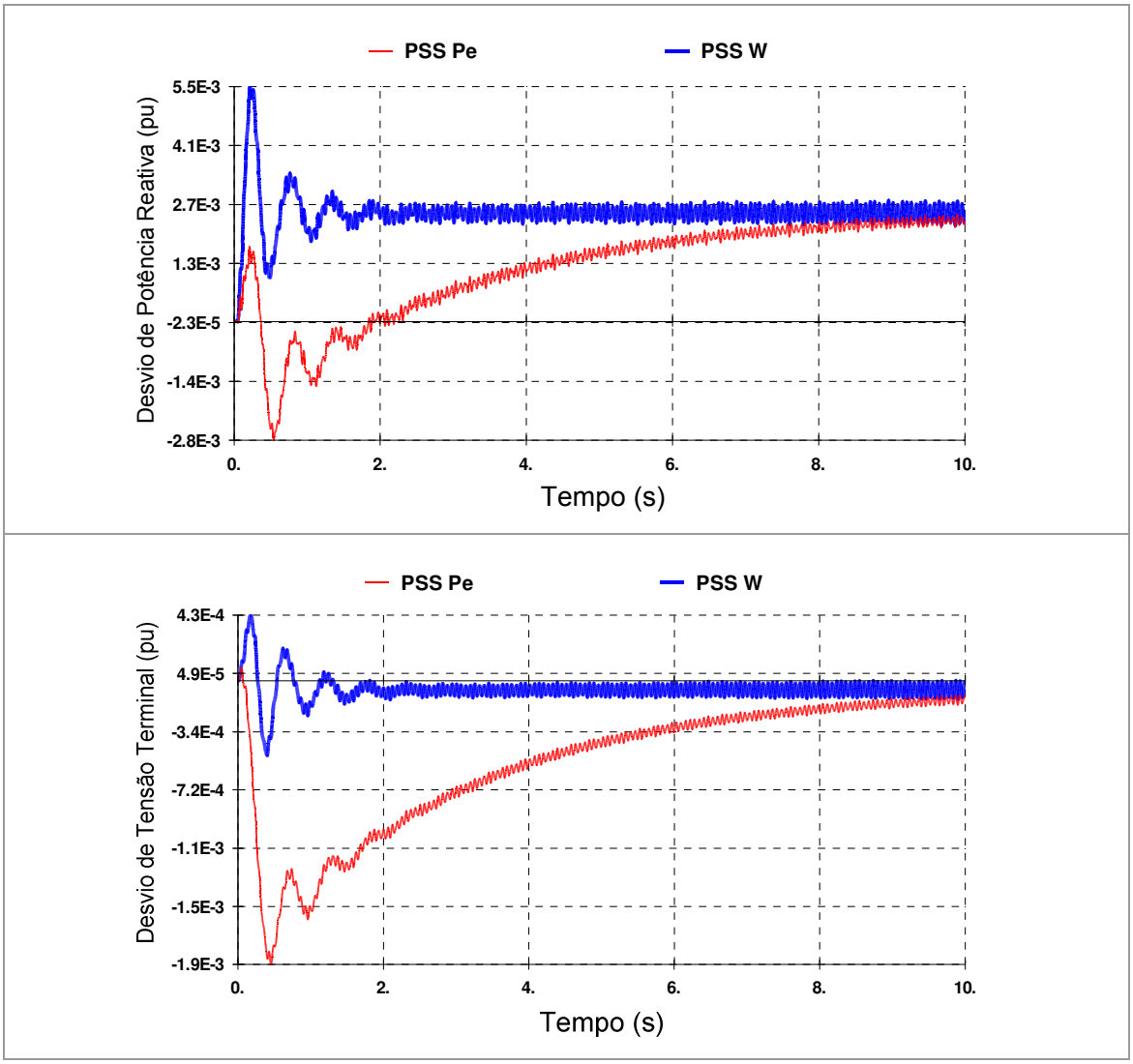
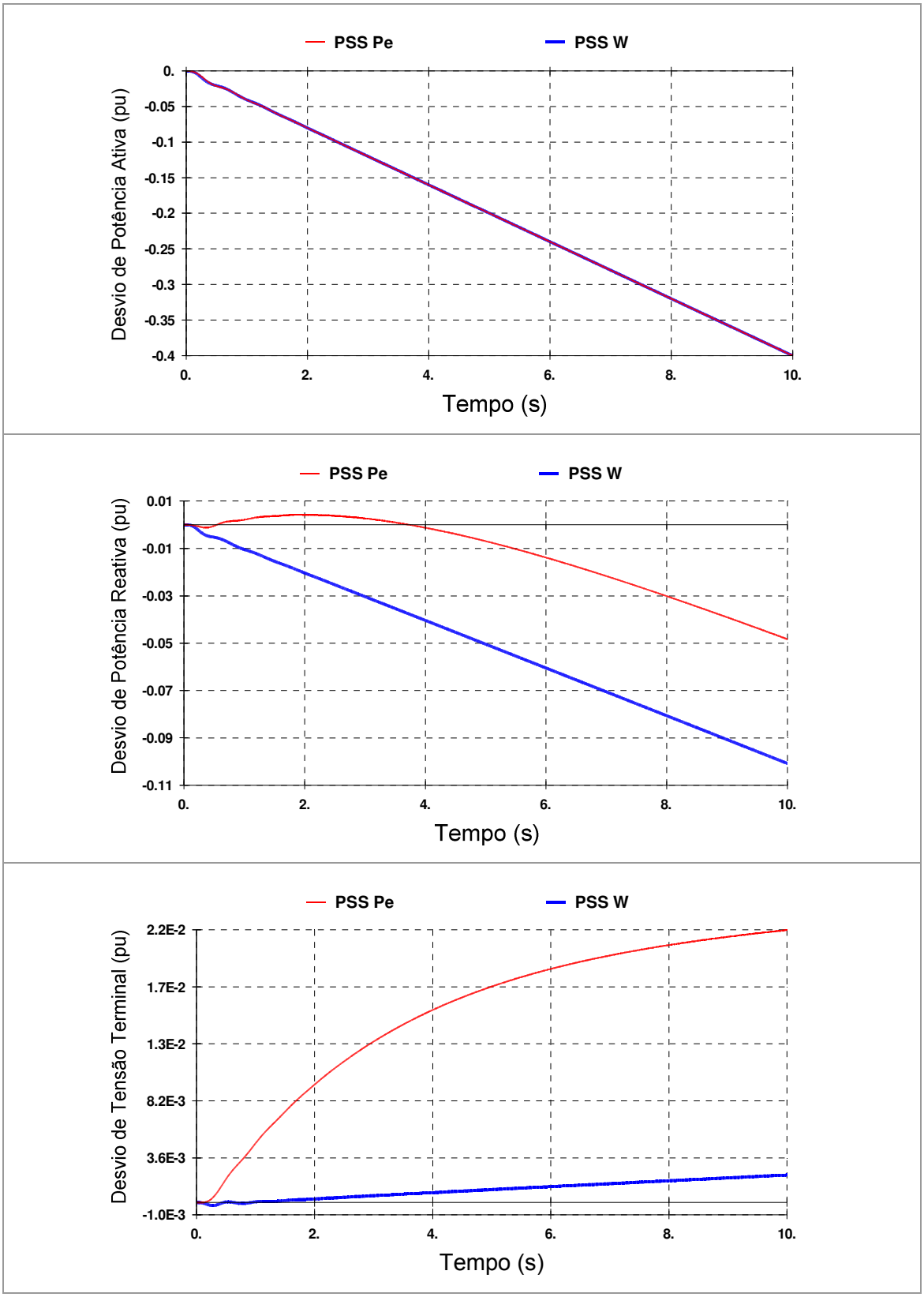


Figura 8.58 – Potência reativa e tensão terminal para um degrau de 0,01 pu na potência mecânica do gerador – PSS de velocidade x PSS de potência elétrica

Os transitórios de potência reativa e tensão terminal do gerador apresentam amplitude muito superior quando é utilizado o PSS derivado da potência elétrica, devido à presença do zero localizado próximo à origem. Além disso, devido à característica de fase não-mínima introduzida pelo estabilizador (zero no semiplano direito), os transitórios de potência reativa e tensão terminal apresentam valor de pico no sentido oposto ao do valor final.

Suponha agora a aplicação de um distúrbio em rampa decrescente na potência mecânica do gerador. Foi considerada uma taxa de redução de potência de 4% por segundo. A Figura 8.59 apresenta a resposta do sistema para esta perturbação.



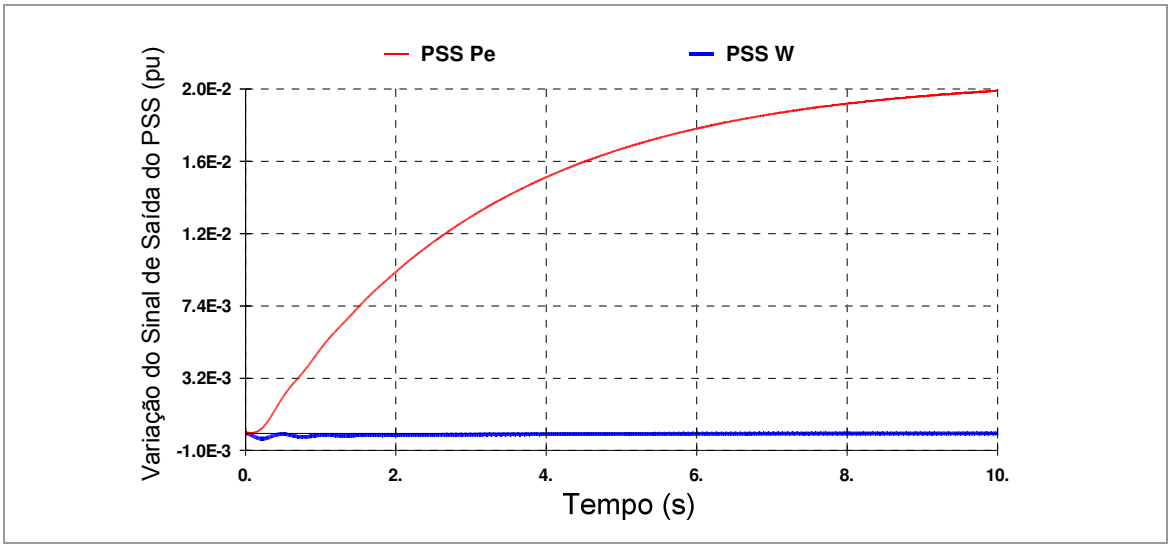


Figura 8.59 – Resposta do sistema para rampa de -0,04% por segundo na potência mecânica do gerador – PSS de velocidade x PSS de potência elétrica

Novamente, verifica-se a existência de excursões excessivas na potência reativa e na tensão terminal do gerador para o caso em que se utiliza o PSS derivado da potência terminal. O sinal de saída do PSS derivado da velocidade tem erro de regime nulo. O mesmo não ocorre para o estabilizador de potência elétrica. A existência de erro em regime no sinal do PSS para perturbações deste tipo acarreta em variações excessivas na tensão terminal.

No Brasil, o uso de estabilizadores derivados da potência elétrica foi praticamente abandonado devido a problemas de desempenho em baixas freqüências. Nos poucos casos onde ainda são utilizados, é necessária a utilização de um filtro do tipo *wash-out* duplo. Esta é uma solução paliativa ainda utilizado na prática nestas instalações (FERRAZ, 2002). Turbulências no canal de descarga de turbinas do tipo Francis originavam torques pulsantes abaixo de 0,5 Hz, causando inaceitáveis oscilações sustentadas de tensão e na potência reativa terminal (FIGUEIREDO et al., 1993). A utilização de filtros para a atenuação das oscilações de origem hidráulica pode tornar o PSS ineficiente no amortecimento dos modos interárea. Além disso, durante a rampa de carga, havia o risco de saturação da saída do PSS, inibindo sua ação de controle, e levando a perda da ação de amortecimento das oscilações eletromecânicas.

8.4.7. Estabilizador Derivado da Integral de Potência Acelerante

Nos itens anteriores foi visto que estabilizadores derivados da velocidade do rotor, ao contrário de estabilizadores derivados da potência elétrica, apresentam bom desempenho em baixas freqüências. No entanto, contribuem negativamente para o amortecimento dos modos de oscilação torcionais. Além disso, apresentam ainda problemas relacionados à amplificação de ruídos de alta freqüência e de instabilização do modo da excitatriz. As características complementares dos sinais de velocidade e potência elétrica indicam que um estabilizador de melhor desempenho deveria aproveitar as características de cada sinal na faixa de freqüência onde seu uso é mais eficaz (FERRAZ, 2002).

A tendência atual é a utilização de estabilizadores baseados na composição de ambos os sinais, sintetizando um sinal equivalente a integral da potência acelerante (LEE et al., 1981, MURDOCH et al., 1999b). Para compreender o significado físico dos sinais envolvidos, considere a equação de oscilação da máquina síncrona:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2H}\left(T_m - T_e\right) \tag{8.73}$$

Se adotarmos quantidades *por unidade* e desprezarmos as variações de velocidade no cálculo da potência elétrica ($\omega = 1.0$ pu), podemos considerar torque e potência como quantidades equivalentes. Substituído os torques (T) por potência (P) e resolvendo para a potência mecânica, temos:

$$P_m = 2H\frac{d\omega}{dt} + P_e \tag{8.74}$$

O sinal de potência mecânica é de difícil medição prática. Portanto, a equação (8.74) permite a sua síntese através de medições de velocidade e potência elétrica, que são relativamente fáceis de se obter. A desvantagem da utilização deste sinal sintetizado é que a potência elétrica pode variar rapidamente durante uma perturbação no sistema. Com isso, o sinal sintetizado de potência mecânica também irá variar rapidamente. No entanto, sabe-se que na prática as variações de potência mecânica são lentas. Por esta razão, é aplicado a este sinal um filtro denominado *"rastreador de rampa"*, que consiste em um filtro passa-baixa de ordem elevada, permitindo apenas a passagem de variações lentas do sinal de potência mecânica sintetizado (MURDOCH et al., 1999b).

A Figura 8.60 apresenta um diagrama de blocos do processo de síntese do sinal de potência mecânica.

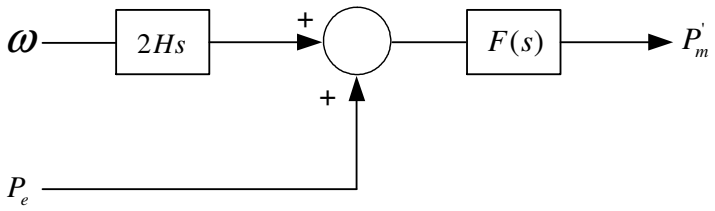


Figura 8.60 – Síntese do sinal de potência mecânica

onde $P_m^{'}$ refere-se ao sinal de potência mecânica sintetizado e $F(s)$ é a função de transferência do filtro rastreador de rampa.

O sinal de potência acelerante sintetizado é dado por:

$$P_{ac}^{'} = P_m^{'} - P_e \tag{8.75}$$

Desta forma, se dividirmos as duas entradas pelo fator *2H* e integrar os dois sinais (equivalente a dividir pelo operador *s* no domínio de Laplace), chega-se ao diagrama de blocos apresentado na Figura 8.61. O sinal resultante é equivalente à integral de potência acelerante.

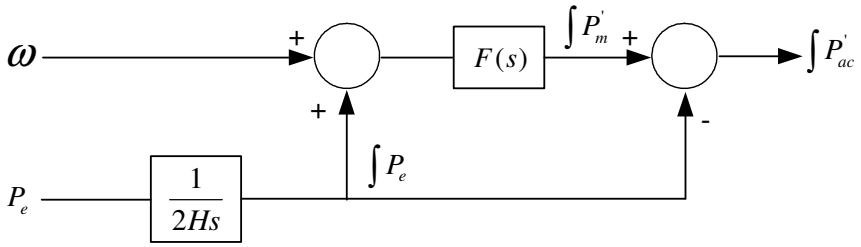


Figura 8.61 – Síntese do sinal de integral de potência acelerante

Manipulando o diagrama de blocos da Figura 8.61, podemos reescrevê-lo conforme apresentado na Figura 8.62.

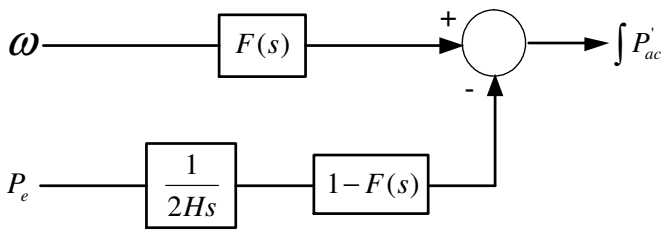


Figura 8.62 – Síntese do sinal de integral de potência acelerante – diagrama de blocos rearranjado

Este diagrama de blocos mostra que a síntese do sinal de integral de potência acelerante equivale a passar o sinal de velocidade por um filtro passa-baixa e o sinal de potência elétrica por um filtro passa-alta. Desta forma, o sinal resultante possui as características do sinal de velocidade em baixas freqüências e do sinal de potência elétrica nas altas freqüências (MURDOCH et al., 1999b).

Incorporando ao diagrama de blocos da Figura 8.61 o atraso de medição, os estágios *wash-out*, a compensação de fase, o ganho e os limitadores do sinal de saída do estabilizador, obtemos a estrutura de PSS apresentada na Figura 8.63. Esta é a estrutura mais amplamente utilizada nas instalações modernas.

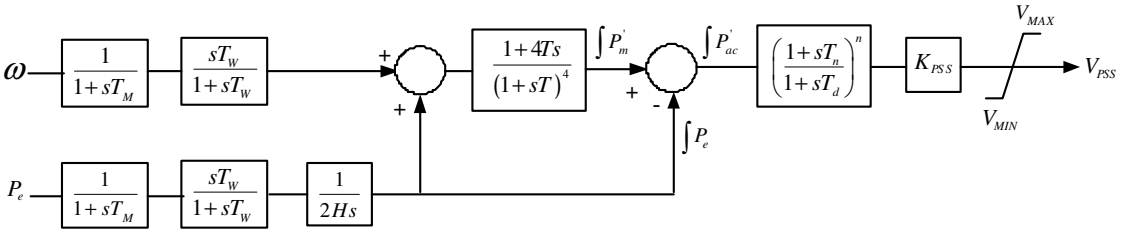


Figura 8.63 – PSS derivado da integral de potência acelerante

O filtro rastreador de rampa foi representado por um filtro passa-baixa de quarta ordem, onde a constante de tempo *T* determina a freqüência a partir da qual o PSS deixa de apresentar as características de um PSS derivado da velocidade para funcionar como um PSS derivado da potência elétrica. A Figura 8.64 apresenta a resposta em freqüência dos filtros passa-baixa e passa-alta aplicados aos canais de entrada do PSS devido a presença do filtro rastreador de rampa (*T=0,1*).

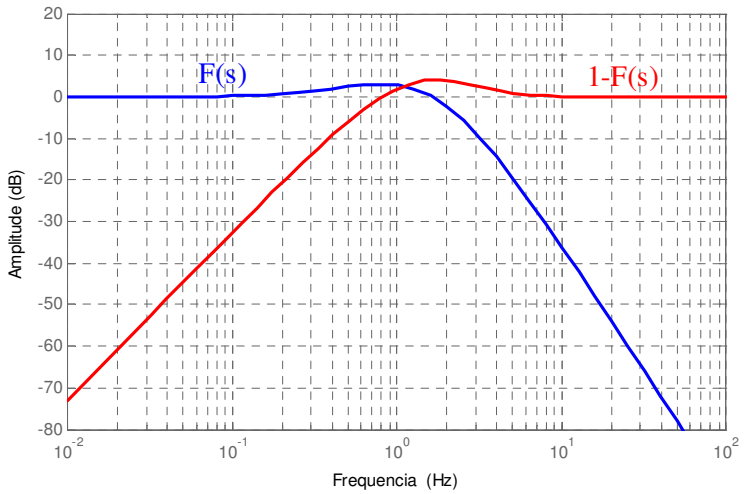


Figura 8.64 – Diagrama de bode de F(s) e de 1-F(s)

Utilizando o teorema do valor final, pode-se demonstrar que o estabilizador exibirá erro de regime nulo quando o gerador é submetido a uma variação em rampa da potência mecânica (MURDOCH et al., 1999c). Referindo-se a Figura 8.62, pode-se escrever:

$$\lim_{s\to 0}\left[\frac{1}{s}\cdot\left(1-F(s)\right)\right]=\lim_{s\to 0}\left[\frac{1}{s}\cdot\left(1-\frac{1+4Ts}{\left(1+Ts\right)^4}\right)\right]=0 \tag{8.76}$$

A figura a seguir apresenta a resposta do filtro rastreador de rampa quando submetido a uma perturbação em rampa de 0,04 pu/s. O motivo da designação "filtro rastreador de rampa" fica evidente pela figura.

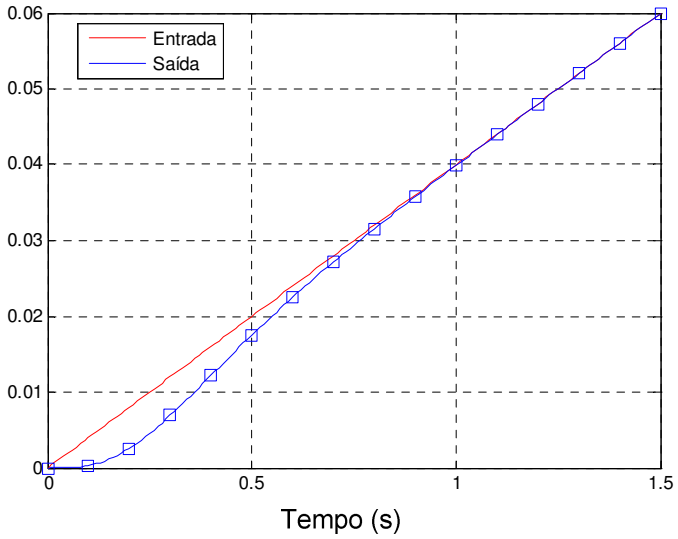


Figura 8.65 – Resposta do filtro rastreador de rampa a uma variação em rampa de 0,04 pu por segundo

Para ilustrar o desempenho do estabilizador de integral de potência acelerante, considere a inclusão de um estabilizador com a estrutura apresentada na Figura 8.63 no sistema em análise. Adotou-se um ajuste de fase igual ao utilizado para o estabilizador de velocidade, conforme mostrado na figura a seguir:

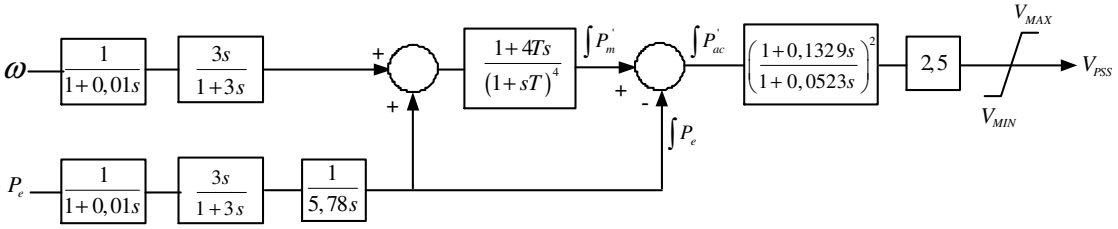


Figura 8.66 – Estabilizador derivado da integral de potência acelerante utilizado no sistema exemplo

A Tabela 8.10 apresenta os principais autovalores do sistema para diferentes valores do parâmetro *T* do filtro rastreador de rampa. Também é apresentado o posicionamento de zeros críticos da função de transferência $\Delta Q_e / \Delta P_{mec}$ próximos à origem, caso existam.

Tabela 8.10 – Pólos e zeros do sistema com estabilizador derivado da integral da potência acelerante para diferentes valores de *T* – K_{PSS} = 2,5 pu/pu

Autovalor	**T = 0,0 (Sem Filtro)**	**T = 0,1**	**T = 0,3**	**T = 0,5**
Eletromecânico	-1,857±j10,3	-1,812±j10,2	-1,862±j10,2	-1,860±j10,2
Excitatriz	-3,353±j20,2	-3,150±j20,5	-3,217±j20,5	-3,220±j20,5
15 Hz	**+0,134±j99,8**	-0,027±j99,8	-0,027±j99,8	-0,027±j99,8
20 Hz	**+0,014±j127,2**	-0,011±j127,2	-0,011±j127,2	-0,011±j127,2
25 Hz	-0,132±j160,3	-0,121±j160,3	-0,121±j160,3	-0,121±j160,3
32 Hz	-0,015±j202,8	-0,015±j202,8	-0,015±j202,8	-0,015±j202,8
47 Hz	-0,137±j298,2	-0,137±j298,2	-0,137±j298,2	-0,137±j298,2
Subsíncrono	-3,205±j136,8	-3,174±j136,8	-3,174±j136,8	-3,174±j136,8
Supersíncrono	-4,631±j616,6	-4,631±j616,6	-4,631±j616,6	-4,631±j616,6
Zero Crítico ($\Delta Q_t/\Delta P_{mec}$)	-	-	**+1,49**	**+0,49**

Adotar *T=0* para o filtro rastreador de rampa equivale a fazer *F(s)=1* e anular o canal de potência elétrica do estabilizador (ver Figura 8.62). Desta forma, o PSS funciona efetivamente como um estabilizador de velocidade, apresentando os mesmos problemas relacionados a instabilização de modos torcionais. Por outro lado, valores elevados de *T* reduzem a freqüência de corte a partir da qual o sinal de potência elétrica é preponderante. Com isso, o desempenho da tensão e da potência reativa para variações na potência mecânica é prejudicado, o que pode ser observado pela localização de zeros da função de transferência $\Delta Q_e / \Delta P_{mec}$ próximos à origem. A influência do parâmetro *T* na localização dos pólos associados ao modo eletromecânico e ao modo da excitatriz não é significativa. A Figura 8.67 apresenta um diagrama do lugar das raízes, no qual o parâmetro *T* foi variado de 0,0 até 0,5.

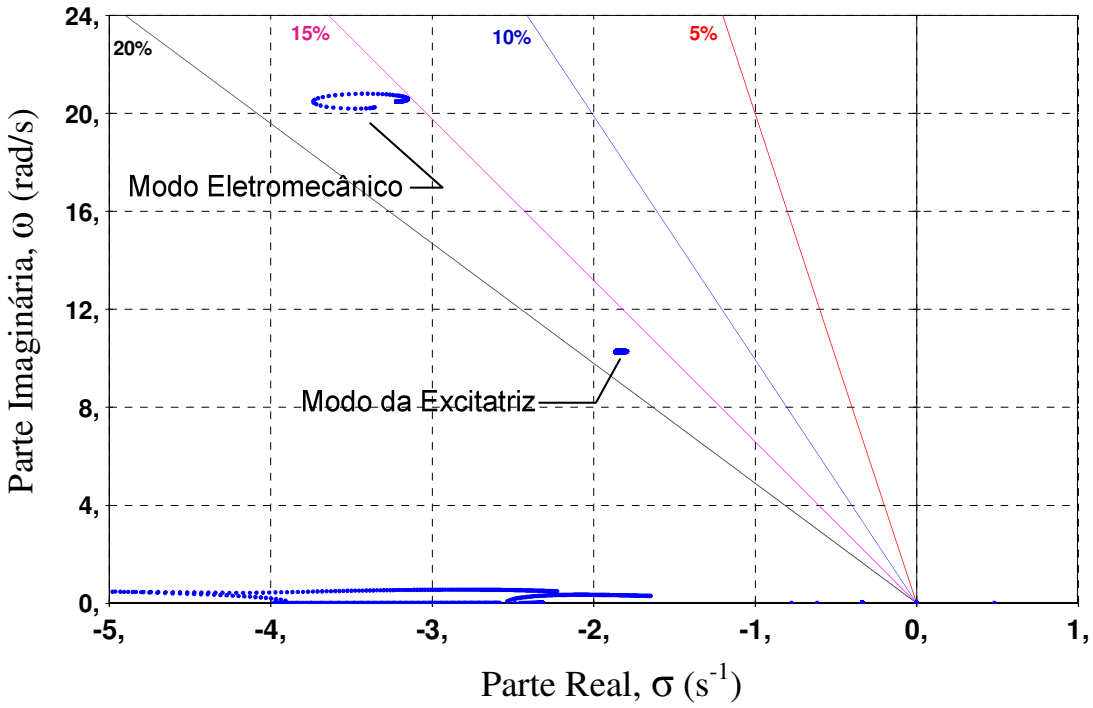
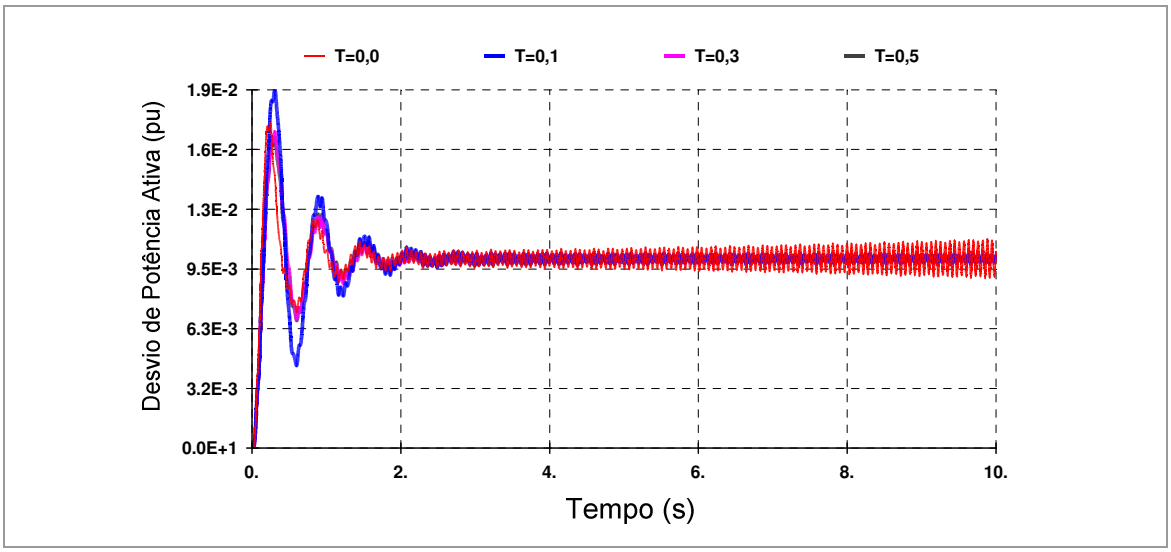


Figura 8.67 – Diagrama do lugar das raízes para variação do parâmetro *T* de 0 a 0,5

A Figura 8.68 ilustra a influência do parâmetro *T* na resposta no domínio do tempo do sistema a um degrau de 0,01 pu na potência mecânica do gerador. Foram avaliados quatro casos distintos: *T=0*, *T=0.1*, *T=0.3* e *T=0.5*.



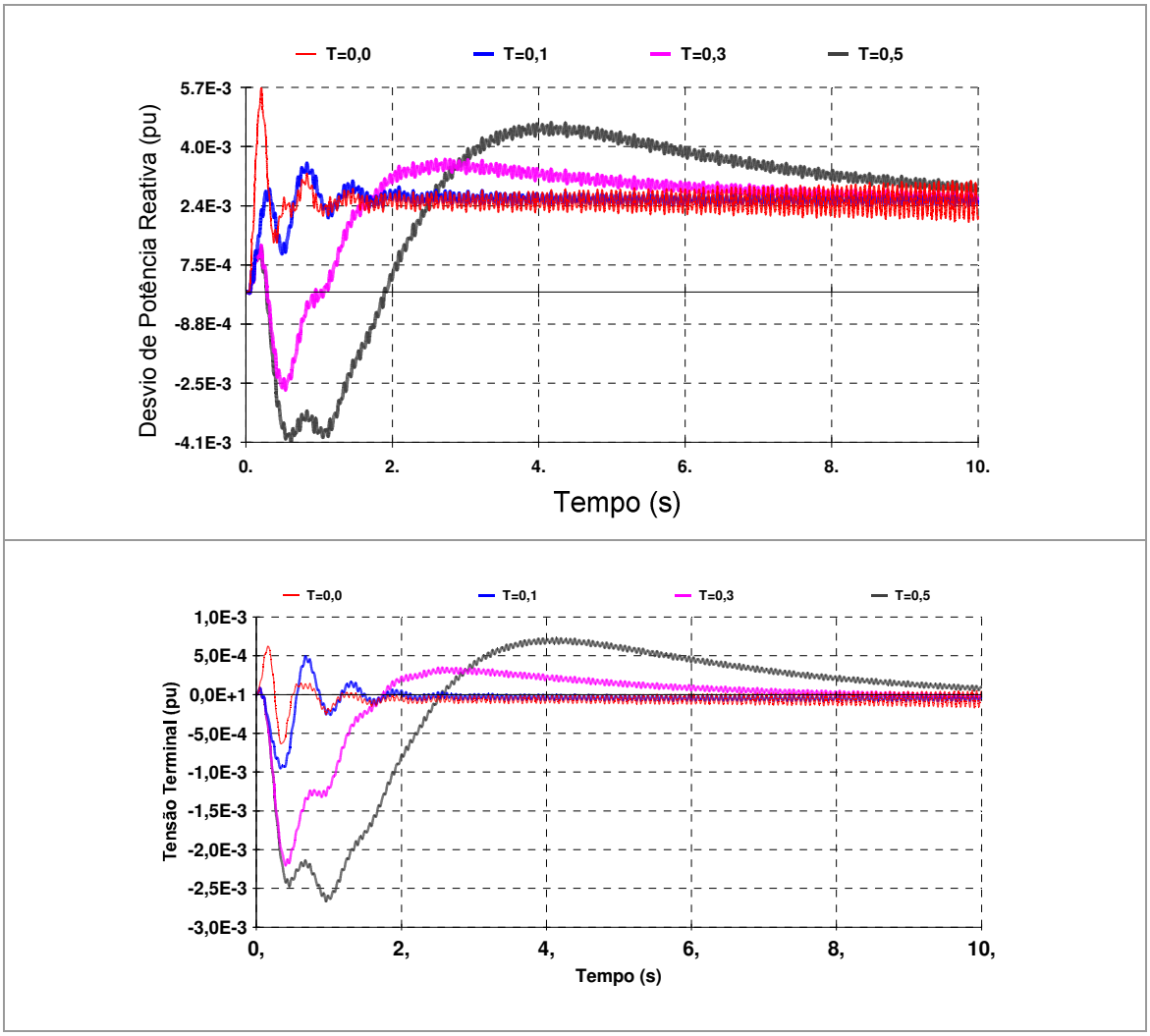


Figura 8.68 – Resposta do sistema para um degrau de 0,01 pu na potência mecânica do gerador para diferentes valores de T – caso com estabilizador derivado da integral de potência acelerante

Verifica-se que as oscilações de potência ativa são bastante semelhantes para os quatro casos, a menos da instabilidade torcional originada no caso em que *T=0,0*. Por outro lado, as oscilações de tensão e potência reativa são bastante diferentes em cada caso. O pico da resposta transitória destas variáveis é inversamente proporcional à distância entre os zeros e a origem do plano complexo, assim como observado para os estabilizadores de potência elétrica.

Assim, conclui-se que o estabilizador derivado da integral de potência acelerante apresenta um excelente desempenho tanto em baixas quanto em altas freqüências se ajustado de maneira adequada.

Capítulo 9 Ressonância Subsíncrona

9.1. Introdução

O fenômeno da ressonância subsíncrona (RSS) foi introduzido no Capítulo 2 a partir da análise do comportamento de um simples sistema eletromecânico submetido à ação de um campo magnético girante com freqüência inferior à síncrona. Os efeitos de gerador de indução e interação torcional foram identificados e caracterizados, ilustrando os mecanismos básicos de interação da rede elétrica com o sistema eletromecânico dos geradores síncronos.

Neste capítulo, a RSS é descrita a partir de modelos mais realistas para a máquina síncrona, utilizando-se os conceitos de varredura em freqüência e de torques sincronizantes e de amortecimento. Ambos os mecanismos são discutidos a partir de simulações em sistemas de pequeno porte, nos quais também são avaliadas medidas mitigadoras para o fenômeno.

9.2. Efeito de Gerador de Indução

A análise do efeito de gerador de indução requer a utilização de um modelo para o gerador que considere a dinâmica do fluxo enlaçado pelos enrolamentos do estator (efeito transformador). Por outro lado, por tratar-se de um fenômeno puramente elétrico, a representação multimassa do eixo não se torna necessária. Na verdade, o eixo pode ser representado por uma massa de inércia infinita, o que equivale a assumir velocidade constante para o rotor ($\omega = \omega_0$). O modelo utilizado neste exemplo considera a presença do enrolamento de campo no eixo *d* e de um enrolamento amortecedor no eixo *q*. Simplificações adicionais serão adotadas de forma a facilitar o desenvolvimento analítico das equações (PADIYAR, 1999).

Desprezando a resistência dos enrolamentos do estator, as equações em *pu* para a tensão terminal nos eixos *d* e *q* são dadas por:

$$-\frac{d\psi_d}{dt} = \omega_B \left(v_d + \omega_0 \psi_q \right) \tag{9.1}$$

$$-\frac{d\psi_q}{dt} = \omega_B \left(v_q - \omega_0 \psi_d \right) \tag{9.2}$$

Aplicando a transformada de Laplace a estas equações, temos:

$$-s\psi_d = \omega_B v_d + \omega_B \omega_0 \psi_q \tag{9.3}$$

$$-s\psi_q = \omega_B v_q - \omega_B \omega_0 \psi_d \tag{9.4}$$

Estas equações podem ser escritas sob a forma complexa, obtendo-se:

$$-\left(s + j\omega_0\right)\left(\Psi_q + j\Psi_d\right) = \omega_B \left(V_q + jV_d\right) \tag{9.5}$$

Para o modelo utilizado, as equações para os fluxos enlaçados são dadas a seguir:

$$\psi_d = x_d^{'} i_d + E_q^{'} \tag{9.6}$$

$$\psi_q = x_q^{'} i_q - E_d^{'} \tag{9.7}$$

Por conveniência, assume-se que $x_d^{'} = x_q^{'} = x^{'}$. Assim, tomando a transformada de Laplace e colocando estas equações sob a forma complexa, tem-se:

$$\Psi_q + j\Psi_d = x^{'}\left(I_q + jI_d\right) + \left(-E_d^{'} + jE_q^{'}\right) \tag{9.8}$$

As equações para os circuitos do rotor são dadas por:

$$\frac{dE_q^{'}}{dt} = \frac{1}{T_{d0}^{'}}\left[-E_q^{'} + \left(x_d - x_d^{'}\right) i_d + E_{fd}\right] \tag{9.9}$$

$$\frac{dE_d^{'}}{dt} = \frac{1}{T_{q0}^{'}}\left[-E_d^{'} + \left(x_q - x_q^{'}\right) i_q\right] \tag{9.10}$$

Assumindo que $T_{d0}^{'} = T_{q0}^{'} = T_0^{'}$ e que $x_d = x_q = x$, pode-se colocar as equações (9.9) e (9.10) sob a forma complexa (aplicando a transformada de Laplace), obtendo-se:

$$-E_d^{'} + jE_q^{'} = \frac{\left(x - x^{'}\right)}{\left(1 + sT_0^{'}\right)}\left(I_q + jI_d\right) + \frac{jE_{fd}}{\left(1 + sT_0^{'}\right)} \tag{9.11}$$

Combinando as equações (9.8) e (9.11), e substituindo em (9.5), obtém-se:

$$-\left(s+j\omega_0\right)\left[x^{'}+\frac{\left(x-x^{'}\right)}{\left(1+sT_0^{'}\right)}\right]\left(I_q+jI_d\right)-\frac{j\left(s+j\omega_0\right)}{\left(1+sT_0^{'}\right)}E_{fd}=\omega_B\left(V_q+jV_d\right) \tag{9.12}$$

A equação (9.12) indica que a armadura encontra uma impedância dada por:

$$Z_{dq}\left(s\right)=\frac{\left(s+j\omega_0\right)}{\omega_B}\left[x^{'}+\frac{\left(x-x^{'}\right)}{\left(1+sT_0^{'}\right)}\right] \tag{9.13}$$

Pode ser mostrado que uma impedância no referencial *dq* é relacionada pela impedância no referencial estacionário pela expressão a seguir (PADIYAR, 1999):

$$Z_{dq}\left(s\right)=Z_s\left(s+j\omega_0\right) \tag{9.14}$$

Aplicando esta relação à equação (9.13), obtém-se:

$$Z_s\left(s\right)=\frac{s}{\omega_B}\left[x^{'}+\frac{\left(x-x^{'}\right)}{1+\left(s-j\omega_0\right)T_0^{'}}\right] \tag{9.15}$$

O primeiro termo da expressão anterior representa a reatância equivalente do gerador quando o efeito de gerador de indução é desprezado. O segundo termo corresponde a uma impedância que depende da freqüência complexa *s* e que está relacionada com o efeito de gerador de indução.

$$Z_{s2}\left(s\right)=\frac{s}{\omega_B}\cdot\frac{\left(x-x^{'}\right)}{1+\left(s-j\omega_0\right)T_0^{'}} \tag{9.16}$$

Para uma freqüência complexa $s=j\omega_n$ inferior a ω_0, esta impedância apresenta resistência (parte real) negativa dada por:

$$R_s=-\frac{\omega_n\left(x-x^{'}\right)}{\omega_B}\frac{\left(\omega_0-\omega_n\right)T_0^{'}}{1+\left[\left(\omega_0-\omega_n\right)T_0^{'}\right]^2} \tag{9.17}$$

A magnitude da resistência R_s é zero quando $\omega_n=0$ e $\omega_n=\omega_0$, e apresenta um valor máximo (negativo) em um valor intermediário. O gráfico ilustrado na Figura 9.1 ilustra esta característica, considerando valores típicos. Se o módulo desta resistência negativa for superior à resistência da rede elétrica vista pelo gerador, então o sistema se tornará auto-excitado.

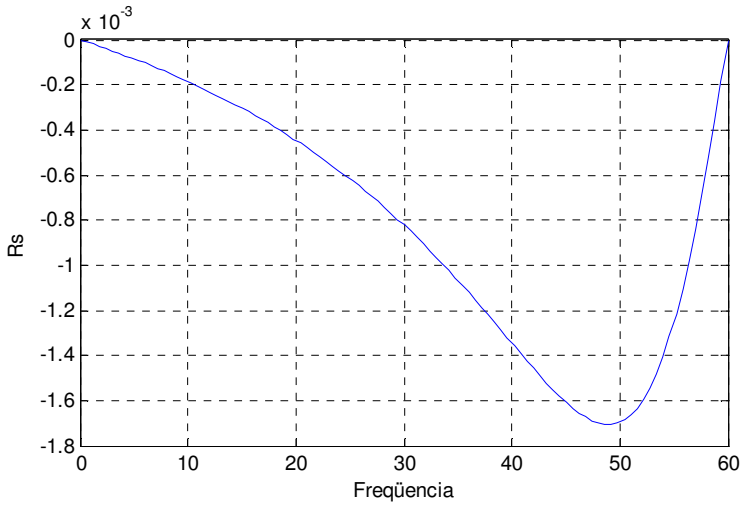


Figura 9.1 – Resistência equivalente do gerador para a freqüência ω_n variando de 0 a ω_0

Outra conclusão importante é que na ausência de enrolamentos amortecedores e desprezando a dinâmica do fluxo de campo ($T_0^{'} \to \infty$), tem-se que $R_s \to 0$ e o efeito de gerador de indução não existe.

9.3. Interação Torcional

Na análise da interação torcional, a representação do eixo turbina-gerador por uma única massa não é mais válida, uma vez que este fenômeno é resultante da interação entre as oscilações originadas entre as diversas seções do eixo e as freqüências naturais presentes em redes elétricas série-compensadas. Apesar de exigir uma representação multimassa para o eixo, outras hipóteses simplificadoras podem ser adotadas na análise da interação torcional (PADIYAR, 1999). É conveniente ignorar os transitórios do enrolamento de campo e dos enrolamentos amortecedores, além da saliência transitória, ou seja, assumindo-se que $x_d^{'} = x_q^{'}$.

Assumindo que o rotor oscila senoidalmente em torno de uma velocidade constante ω_0, a velocidade do eixo em *pu* é dada por:

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_0 + A \operatorname{sen} \omega_m t \qquad \text{[pu]} \qquad (9.18)$$

onde ω_m é a freqüência de oscilação do eixo do rotor em relação a uma referência síncrona, dada em rad/s.

O circuito equivalente (seqüência α) do gerador é dado por uma fonte de tensão (E_α) atrás de uma indutância transitória (L'), conforme mostrado na Figura 9.2.

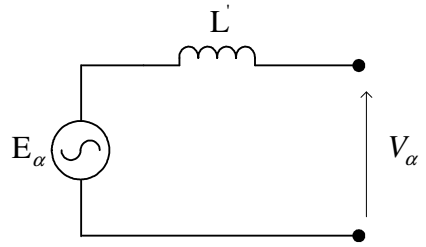


Figura 9.2 – Circuito equivalente (seqüência α) do gerador para análise da interação torcional

A tensão interna de seqüência α do gerador é dada por:

$$E_\alpha = \bar{\omega} E' \operatorname{sen}(\omega_0 t + \delta) \qquad \text{[pu]} \qquad (9.19)$$

Sabe-se que:

$$\frac{d\delta}{dt} = (\bar{\omega} - \bar{\omega}_0)\,\omega_B \qquad \text{[rad/s]} \qquad (9.20)$$

Substituindo o valor de $\bar{\omega}$ dado em (9.18) na expressão (9.20), obtém-se:

$$\delta = \delta_0 - \left(\frac{A\omega_B}{\omega_m}\right)\cos\omega_m t \qquad \text{[rad]} \qquad (9.21)$$

Se a amplitude das oscilações do rotor (A) for considerada pequena, a tensão induzida no estator é constituída por três componentes senoidais, uma de freqüência ω_0, e outras duas de freqüências $\omega_0 \pm \omega_m$. Isto pode ser verificado substituindo-se as equações (9.18) e (9.21) em (9.19), obtendo-se:

$$E_\alpha = \bar{\omega}_0 E' \operatorname{sen}(\omega_0 t + \delta) + \frac{AE'}{2}\cos\left[(\omega_0 - \omega_m)t + \delta\right] - \frac{AE'}{2}\cos\left[(\omega_0 + \omega_m)t + \delta\right] \qquad (9.22)$$

Cada uma das três componentes pode ser simplificada como a seguir:

a) $$\frac{AE'}{2}\cos\left[(\omega_0 - \omega_m)t + \delta\right] \approx \frac{AE'}{2}\cos\left[(\omega_0 - \omega_m)t + \delta_0\right] \qquad (9.23)$$

b) $$\frac{AE^{'}}{2}\cos\left[(\omega_0+\omega_m)t+\delta\right]\approx\frac{AE^{'}}{2}\cos\left[(\omega_0+\omega_m)t+\delta_0\right] \tag{9.24}$$

c) $$\bar{\omega}_0E^{'}\,\mathrm{sen}\left(\omega_0t+\delta\right)\approx\bar{\omega}_0E^{'}\left[\mathrm{sen}\left(\omega_0t+\delta_0\right)+\left(\delta-\delta_0\right)\cos\left(\omega_0t+\delta_0\right)\right]$$

$$\bar{\omega}_0E^{'}\,\mathrm{sen}\left(\omega_0t+\delta\right)\approx\bar{\omega}_0E^{'}\,\mathrm{sen}\left(\omega_0t+\delta_0\right)-\frac{\omega_0AE^{'}}{2\omega_m}\cos\left[(\omega_0-\omega_m)t+\delta_0\right]+\frac{\omega_0AE^{'}}{2\omega_m}\cos\left[(\omega_0+\omega_m)t+\delta_0\right] \tag{9.25}$$

Assim:

$$E_\alpha=\bar{\omega}_0E^{'}\,\mathrm{sen}\left(\omega_0t+\delta_0\right)-\frac{AE^{'}}{2\omega_m}(\omega_0-\omega_m)\cos\left[(\omega_0-\omega_m)t+\delta_0\right]-\frac{AE^{'}}{2\omega_m}(\omega_0+\omega_m)\cos\left[(\omega_0+\omega_m)t+\delta_0\right] \tag{9.26}$$

De maneira análoga, a tensão interna de seqüência β é dada por:

$$E_\beta=\bar{\omega}E^{'}\cos\left(\omega_0t+\delta\right) \tag{9.27}$$

Realizando substituições e simplificações trigonométricas similares às utilizadas nas equações de seqüência α, obtém-se o seguinte resultado:

$$E_\beta=\bar{\omega}_0E^{'}\cos\left(\omega_0t+\delta_0\right)+\frac{AE^{'}}{2\omega_m}(\omega_0-\omega_m)\mathrm{sen}\left[(\omega_0-\omega_m)t+\delta_0\right]+\frac{AE^{'}}{2\omega_m}(\omega_0+\omega_m)\mathrm{sen}\left[(\omega_0+\omega_m)t+\delta_0\right] \tag{9.28}$$

As componentes de freqüência *subsíncrona* das tensões E_α e E_β são dadas por:

$$E_\alpha^{sub}=-\frac{AE^{'}}{2\omega_m}(\omega_0-\omega_m)\cos\left[(\omega_0-\omega_m)t+\delta_0\right] \tag{9.29}$$

$$E_\beta^{sub}=\frac{AE^{'}}{2\omega_m}(\omega_0-\omega_m)\mathrm{sen}\left[(\omega_0-\omega_m)t+\delta_0\right] \tag{9.30}$$

Quando estas tensões são aplicadas às redes de seqüência α e β, correntes de freqüência subsíncrona serão originadas, podendo ser calculadas pela seguinte expressão:

$$\left(i_\beta^{sub}+ji_\alpha^{sub}\right)=Z^{-1}\cdot j(\omega_0-\omega_m)\cdot\left(E_\beta^{sub}+jE_\alpha^{sub}\right) \tag{9.31}$$

Se $Z(s)=R+Ls+\frac{1}{Cs}$, então:

$$Z\left[j(\omega_0-\omega_m)\right]=R+j(\omega_0-\omega_m)L-\frac{j}{(\omega_0-\omega_m)C}=Z_{sub}\angle\phi_{sub} \tag{9.32}$$

onde *R*, *L* e *C* representam a resistência, indutância e capacitância totais vistas pela barra interna do gerador. Observe que *L* inclui a indutância transitória do gerador ($L^{'}$).

A freqüência de ressonância deste sistema elétrico é dada por:

$$\omega_{er} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{9.33}$$

Se ω_{er} é próxima a $(\omega_0 - \omega_m)$, a impedância é pequena. Ela é resistiva quando $\omega_{er} = (\omega_0 - \omega_m)$, capacitiva quando $\omega_{er} > (\omega_0 - \omega_m)$ e indutiva quando $\omega_{er} < (\omega_0 - \omega_m)$.

As componentes *dq* das correntes são dadas por:

$$\left(i_q + j i_d\right) = e^{-j(\omega_0 t + \delta)} \left(i_\beta + j i_\alpha\right) \tag{9.34}$$

De (9.29), (9.30) e (9.31), tem-se:

$$i_\alpha^{sub} = -\frac{AE^{'}}{2\omega_m Z_{sub}} (\omega_0 - \omega_m) \cos\left[(\omega_0 - \omega_m)t + \delta_0 - \phi_{sub}\right] \tag{9.35}$$

$$i_\beta^{sub} = \frac{AE^{'}}{2\omega_m Z_{sub}} (\omega_0 - \omega_m) \operatorname{sen}\left[(\omega_0 - \omega_m)t + \delta_0 - \phi_{sub}\right] \tag{9.36}$$

Substituindo (9.35) e (9.36) em (9.34), obtém-se a componente em quadratura da corrente de freqüência subsíncrona:

$$i_q^{sub} = -\frac{AE^{'}}{2\omega_m Z_{sub}} (\omega_0 - \omega_m) \operatorname{sen}\left(\omega_m t + \phi_{sub}\right) \tag{9.37}$$

A componente de torque devido as correntes de freqüência subsíncrona T_e^{sub} é dada por:

$$T_e^{sub} = E^{'} i_q^{sub} = -\frac{AE^{'2}}{2\omega_m Z_{sub}} (\omega_0 - \omega_m) \operatorname{sen}\left(\omega_m t + \phi_{sub}\right) \tag{9.38}$$

As componentes de freqüência *supersíncrona* das tensões E_α e E_β aplicadas às redes de seqüência α e β dão origem a correntes de freqüência supersíncrona $i_\alpha^{\sup}$ e $i_\beta^{\sup}$, dadas por:

$$i_{\alpha}^{\sup} = -\frac{AE^{'}}{2\omega_m Z_{\sup}}(\omega_0+\omega_m)\cos\left[(\omega_0+\omega_m)t+\delta_0-\phi_{\sup}\right] \tag{9.39}$$

$$i_{\beta}^{\sup} = \frac{AE^{'}}{2\omega_m Z_{\sup}}(\omega_0+\omega_m)\operatorname{sen}\left[(\omega_0+\omega_m)t+\delta_0-\phi_{\sup}\right] \tag{9.40}$$

onde $Z_{\sup}\angle\phi_{\sup}$ é a impedância vista pela barra interna do gerador na freqüência supersíncrona. Em geral, $Z_{\sup}$ é superior a Z_{sub} e $\phi_{\sup}$ é positivo (ou seja, a impedância é indutiva).

A componente em quadratura da corrente de freqüência supersíncrona é dada por:

$$i_{q}^{\sup} = \frac{AE^{'}}{2\omega_m Z_{\sup}}(\omega_0+\omega_m)\operatorname{sen}\left(\omega_m t-\phi_{\sup}\right) \tag{9.41}$$

Pode-se então calcular a componente de torque devido à corrente de freqüência supersíncrona:

$$T_e^{\sup} = E^{'}i_q^{\sup} = \frac{AE^{'2}}{2\omega_m Z_{\sup}}(\omega_0+\omega_m)\operatorname{sen}\left(\omega_m t-\phi_{\sup}\right) \tag{9.42}$$

O coeficiente de torque de amortecimento T_{De} à freqüência ω_m é calculado a partir das equações (9.38) e (9.42), sendo dado por:

$$T_{De} = -\frac{E^{'2}}{2\omega_m}\left[\frac{(\omega_0-\omega_m)}{Z_{sub}}\cos\phi_{sub}-\frac{(\omega_0+\omega_m)}{Z_{\sup}}\cos\phi_{\sup}\right] \tag{9.43}$$

É possível esboçar um diagrama de fasores com as componentes de torque em relação a velocidade do rotor, conforme mostrado na Figura 9.3.

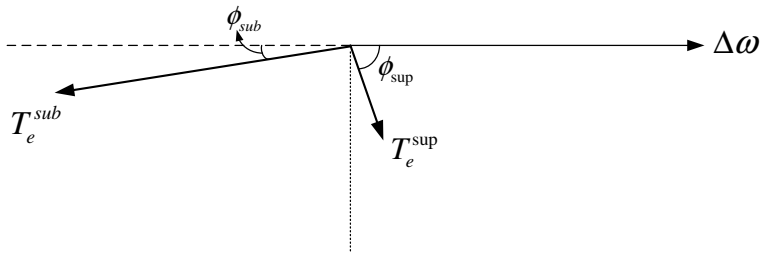


Figura 9.3 – Diagrama fasorial das componentes de torque subsíncrona e supersíncrona

Em sistemas série-compensados nos quais existe uma freqüência de oscilação torcional próxima ao complemento da freqüência de ressonância do sistema elétrico (ou seja,

$\omega_0 - \omega_m \approx \omega_{er}$), o amortecimento líquido tende a ser negativo, uma vez que $Z_{sub} \ll Z_{\sup}$, $\phi_{sub} \approx 0^\circ$ e $\phi_{\sup} \approx 90^\circ$.

A partir do diagrama da Figura 9.3, verifica-se que as componentes *supersíncronas* das correntes que circulam na rede introduzem torques de amortecimento *positivo*, porém de pequena amplitude. Por outro lado, as componentes *subsíncronas* destas correntes introduzem torques de amortecimento *negativo*. Quanto menor a freqüência de oscilação ω_m, maior é o amortecimento negativo. Assim, o primeiro modo torcional (de menor freqüência) geralmente é o que apresenta maior risco de ocorrência de problemas relacionados à ressonância subsíncrona pelo mecanismo de interação torcional.

9.4. Características Torcionais dos Hidrogeradores

Os rotores dos geradores hidráulicos, ao contrário dos turbogeradores, são compostos por apenas duas massas girantes acopladas ao eixo: a turbina e o gerador. Se o gerador for equipado com uma excitatriz do tipo rotativa, uma massa adicional deve ser representada. Além disso, o rotor do gerador consiste em uma massa de grandes dimensões, com inércia muito superior às inércias da turbina e da excitatriz. Desta forma, o comportamento de um hidrogerador em relação às correntes subsíncronas é consideravelmente diferente dos turbogeradores e será analisado nos próximos parágrafos.

A matriz de transformação modal **Q** foi definida no item 4.7, e é composta pelos autovetores da matriz $\frac{\omega_{MB}}{2}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{K}$. Normalizando os autovetores em relação à componente do gerador, obtém-se:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{q_t}{q_g} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{9.44}$$

Referindo-se a equação (4.44), as constantes de inércia modais podem ser calculadas:

$$\mathbf{H}_m = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{Q} \tag{9.45}$$

$$\begin{bmatrix} H_{m1} & 0 \\ 0 & H_{m0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{q_t}{q_g} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_t & 0 \\ 0 & H_g \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{q_t}{q_g} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{9.46}$$

onde:

H_g - Constante de inércia do gerador;

H_t - Constante de inércia da turbina.

Resolvendo para H_{m1} e H_{m0}, obtém-se:

$$H_{m1} = \left(\frac{q_t}{q_g} \right)^2 H_t + H_g \qquad \rightarrow \text{Inércia modal para o modo torcional} \tag{9.47}$$

$$H_{m0} = H_t + H_g \qquad \rightarrow \text{Inércia modal para o modo 0} \tag{9.48}$$

Uma vez que os termos de $\mathbf{H}_m$ fora da diagonal devem ser nulos, tem-se a seguinte equação de restrição:

$$0 = \left(\frac{q_t}{q_g} \right) H_t + H_g \tag{9.49}$$

Ou:

$$H_g = -\frac{q_t}{q_g} H_t = \eta H_t \tag{9.50}$$

onde:

$$\eta = -\frac{q_t}{q_g} = \frac{H_g}{H_t} \tag{9.51}$$

Assim, substituindo a expressão (9.51) em (9.47), a inércia modal para o (único) modo torcional é dada por:

$$H_{m1} = \frac{H_g}{H_t} \left(H_t + H_g \right) = \eta \left(H_t + H_g \right) = \eta H_{m0} \tag{9.52}$$

Para as constantes de amortecimento modal, tem-se a relação (9.53):

$$\mathbf{D}_m = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{Q} \tag{9.53}$$

$$\begin{bmatrix} D_{m1} & 0 \\ 0 & D_{m0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{q_t}{q_g} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_t + D_{tg} & -D_{tg} \\ -D_{tg} & D_g + D_{tg} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{q_t}{q_g} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{9.54}$$

Resolvendo para D_{m1} e D_{m0}, obtém-se:

$$D_{m1} = \eta^2 D_t + D_g + (\eta+1)^2 D_{tg} \rightarrow \text{Amortecimento modal para o modo torcional} \tag{9.55}$$

$$D_{m0} = D_t + D_g \rightarrow \text{Amortecimento modal para o modo 0} \tag{9.56}$$

Uma vez que os termos de $\mathbf{D}_m$ fora da diagonal devem ser nulos, tem-se a seguinte equação de restrição:

$$0 = \left(\frac{q_t}{q_g} \right) D_t + D_g \tag{9.57}$$

Ou:

$$D_g = -\frac{q_t}{q_g} D_t = \eta D_t \tag{9.58}$$

Assim, substituindo a expressão (9.58) em (9.55), a constante de amortecimento modal para o (único) modo torcional é dada por:

$$D_{m1} = \eta D_{m0} + \left(\eta+1\right)^2 D_{tg} \tag{9.59}$$

Por fim, o fator de amortecimento modal σ_{n1} é calculado a partir da expressão (9.59), resultando na relação (9.60):

$$\sigma_{n1} = \frac{D_{m1}}{4H_{m1}} = \frac{\eta D_{m0} + \left(\eta+1\right)^2 D_{tg}}{4\eta H_{m0}}$$

$$\sigma_{n1} = \frac{D_{m0}}{4H_{m0}} + \frac{\left(\eta+1\right)^2 D_{tg}}{4\eta H_{m0}}$$

$$\sigma_{n1} = \sigma_{n0} + \frac{(\eta+1)^2 D_{tg}}{4\eta H_{m0}} \tag{9.60}$$

A constante η, dada pela razão entre as inércias do gerador e da turbina, apresenta valores entre 7 e 30 para turbinas do tipo Kaplan. Para unidades equipadas com turbinas do tipo Francis ou Pelton, η varia entre 10 e 40 (ANDERSSON et al., 1984). Como conseqüência, a constante de inércia modal é elevada em unidades hidráulicas (equação (9.52)). Esta é uma característica vantajosa, uma vez que os fatores de amortecimento de origem elétrica (que podem ser negativos em sistemas série-compensados) são inversamente proporcionais a H_{m1}. Além disso, o amortecimento inerente às turbinas hidráulicas é consideravelmente superior ao dos turbogeradores. Por estas razões, o fenômeno da ressonância subsíncrona não é observado em unidades hidráulicas. No passado, isto era argumentado pelo fato das freqüências dos modos torcionais de unidades hidráulicas apresentarem valores da ordem de 10 Hz ou inferior, não sendo compatíveis com as freqüências da rede elétrica para os níveis práticos de compensação adotados. No entanto, isto não é verdade para unidades equipadas com turbinas Francis ou Pelton, que podem apresentar freqüências naturais entre 10 e 24 Hz.

9.5. Interação Torcional entre Unidades Geradoras Idênticas Eletricamente Próximas

Em itens anteriores foi afirmado que um gerador ligado a um sistema de potência e cujo rotor é constituído por *M* massas, apresenta *M* modos de oscilação. Um destes modos corresponde ao modo uníssono, no qual todas as massas oscilam em conjunto, enquanto os outros *M-1* modos correspondem aos modos torcionais. Quando geradores idênticos estão conectados em paralelo, seus eixos ficam acoplados pelo sistema elétrico, de forma que a representação por uma unidade geradora equivalente não é apropriada. Isto foi observado pela primeira vez durante testes realizados na usina de Mohave (WALKER et al., 1975). Nesta ocasião, foi verificada a existência de um duplo pico de ressonância próximo a uma das freqüências naturais para duas unidades geradoras operando em paralelo. Inicialmente serão analisadas as características de um sistema constituído por dois geradores em paralelo. Em seguida, as conclusões serão estendidas ao caso geral de N máquinas x M massas.

A Figura 9.4 mostra um sistema mecânico constituído por duas unidades geradoras em paralelo (*a* e *b*) conectadas a um grande sistema através de uma impedância. O acoplamento entre as unidades geradoras e entre as máquinas e a barra infinita são representadas através de coeficientes de elasticidade equivalentes. Este sistema é semelhante ao apresentado em (WALKER et al., 1975), e ilustra as características essenciais para a análise do fenômeno de duplo pico de ressonância.

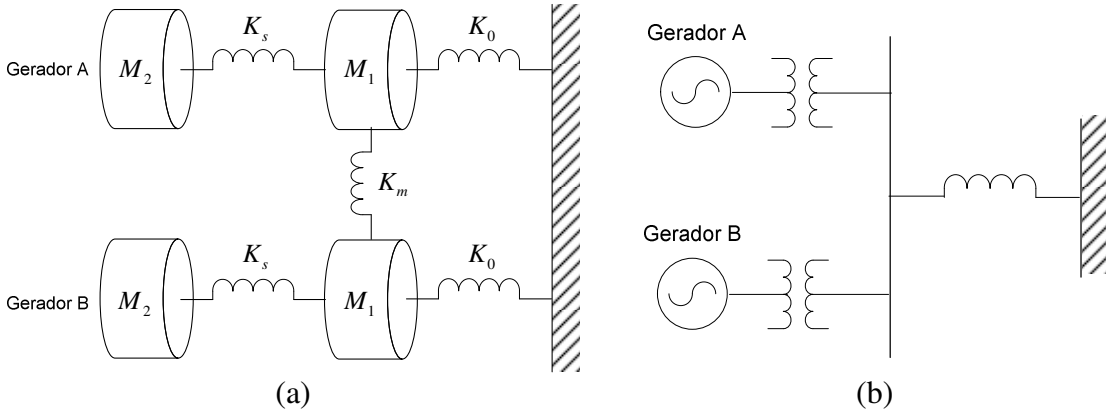


Figura 9.4 – Sistema com 2 unidades geradoras e 4 massas: (a) Equivalente mecânico; (b) Equivalente elétrico

Os coeficientes de elasticidade K_s, K_m e K_0 representam o acoplamento entre massas adjacentes, entre os geradores, e entre os geradores e a barra infinita, respectivamente. As constantes elásticas de natureza 'elétrica' estão relacionadas com os coeficientes de torque sincronizante de DE MELLO e CCONCORDIA (1969) e sua determinação é bastante complexa, o que foge ao escopo desta dissertação. Referindo-se à equação (4.20), pode-se escrever a seguinte relação para este sistema:

$$\frac{2}{\omega_{MB}}\begin{bmatrix} H_2 & & & \\ & H_1 & & \\ & & H_1 & \\ & & & H_2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{Ma2} \\ \ddot{\theta}_{Ma1} \\ \ddot{\theta}_{Mb1} \\ \ddot{\theta}_{Mb2} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} K_s & -K_s & & \\ -K_s & K_0+K_m+K_s & -K_m & \\ & -K_m & K_0+K_m+K_s & -K_s \\ & & K_s & K_s \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \theta_{Ma2} \\ \theta_{Ma1} \\ \theta_{Mb1} \\ \theta_{Mb2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (9.61)$$

Suponha que as constantes da equação (9.61) assumam os seguintes valores numéricos:

$H_1 = H_2 = 1,78$ MWs/MVA

$K_0 = 1,27$ pu

$K_m = 1,25$ pu

$K_s = 50$ pu

Os mode-shapes de velocidade deste sistema são apresentados na Figura 9.5. Verificam-se dois grupos de freqüências naturais: um constituído pelas oscilações de baixa freqüência do sistema (1,30 e 2,24 Hz) e um formado por oscilações de freqüências elevadas muito próximas (16,36 e 16,46 Hz). Esta pequena diferença no grupo de freqüências elevadas representa o duplo pico de ressonância mencionado anteriormente.

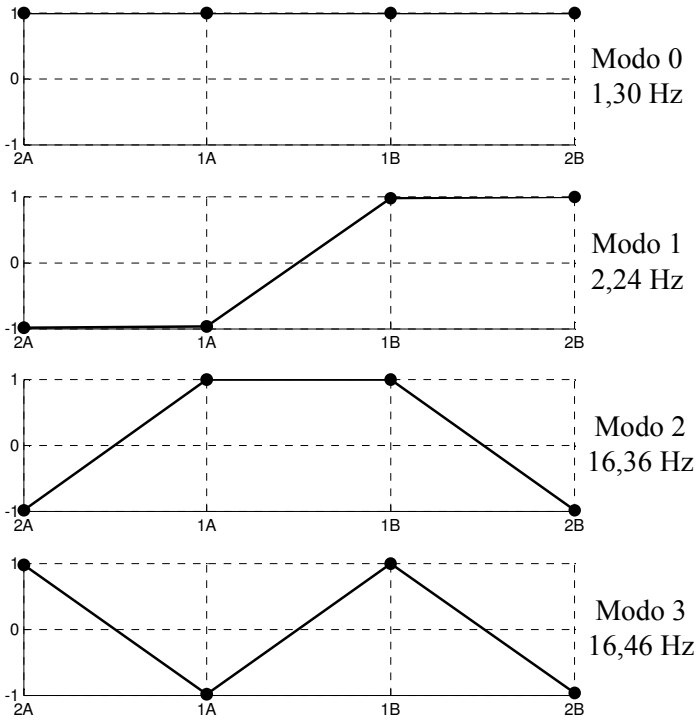


Figura 9.5 – Mode-shapes de velocidade para o sistema de 2 geradores e 4 massas

A oscilação de mais baixa freqüência (1,30 Hz) corresponde ao modo local da usina, no qual todas as massas de ambos os geradores oscilam em fase contra a barra infinita (Modo 0). O modo seguinte (2,24 Hz) é denominado modo intraplanta, no qual uma unidade geradora oscila contra a outra (Modo 1). Para estes dois modos, as massas de uma determinada unidade geradora oscilam em fase, ou seja, $\theta_{Ma1} \approx \theta_{Ma2}$ e $\theta_{Mb1} \approx \theta_{Mb2}$. Os modos 2 e 3 representam as oscilações entre as massas individuais em cada unidade. Para o modo 2 (16,45 Hz), as massas correspondentes em cada unidade oscilam em fase, enquanto no modo 3 (16,54 Hz) as massas correspondentes oscilam em oposição de fase.

Pela simetria do arranjo, é possível analisar o sistema a partir de dois equivalentes distintos. Para as oscilações em fase ($\theta_{Ma1} = \theta_{Mb1}$ e $\theta_{Ma2} = \theta_{Mb2}$), as massas correspondentes de cada unidade geradora (M_{a1}/M_{b1} e M_{a2}/M_{b2}) podem ser agrupadas, e o problema pode ser resolvido utilizando um equivalente de duas massas. Por outro lado, para as oscilações em oposição de fase ($\theta_{Ma1} = -\theta_{Mb1}$ e $\theta_{Ma2} = -\theta_{Mb2}$), o ponto central da mola que representa o acoplamento mútuo (K_m) é um nó, e a análise também pode ser conduzida a partir de um equivalente de duas massas.

Conseqüentemente, para os modos em fase e em oposição de fase, pode-se escrever:

$$\frac{2}{\omega_{MB}}\begin{bmatrix} H_1 & \\ & H_2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} K_s+\hat{K}_0 & -K_s \\ -K_s & K_s \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{9.62}$$

onde:

$$\hat{K}_0 = K_0 \qquad \rightarrow \text{para os modos em fase} \tag{9.63}$$

$$\hat{K}_0 = K_0 + 2K_m \qquad \rightarrow \text{para os modos em oposição de fase} \tag{9.64}$$

Expressões ainda mais simples podem ser obtidas se considerarmos $H_1 = H_2 = H$. Neste caso, pode-se verificar facilmente que:

$$\omega^2 = \frac{1}{4H}\left(\hat{K}_0 + 2K_s \pm 2K_s\right) \tag{9.65}$$

Esta expressão resulta em quatro soluções para ω^2:

$$\omega_0^2 = \omega_{MB}\frac{K_0}{4H} \tag{9.66}$$

$$\omega_1^2 = \omega_{MB}\frac{\left(K_0 + 2K_m\right)}{4H} \tag{9.67}$$

$$\omega_2^2 = \omega_{MB}\frac{\left(K_0 + 4K_s\right)}{4H} \tag{9.68}$$

$$\omega_3^2 = \omega_{MB}\frac{\left(K_0 + 2K_m + 4K_s\right)}{4H} \tag{9.69}$$

As expressões de ω referentes aos modos torcionais (modos 2 e 3) podem ser ainda mais simplificadas, uma vez que $K_m \ll K_s$:

$$\omega_2 = \omega_s \left(1 + \frac{K_0}{8K_s} \right) \tag{9.70}$$

$$\omega_3 = \omega_s \left(1 + \frac{K_0 + 2K_m}{8K_s} \right) \tag{9.71}$$

onde ω_s representa a freqüência natural na ausência de acoplamento elétrico, dada por:

$$\omega_s^2 = \frac{\omega_{MB} K_s}{H} \tag{9.72}$$

A pequena diferença entre as freqüências dos modos torcionais pode ser expressa por:

$$\omega_3 - \omega_2 = \omega_s \frac{K_m}{4K_s} \tag{9.73}$$

Em Hertz:

$$f_3 - f_2 = \frac{\omega_s}{2\pi} \frac{K_m}{4K_s} \tag{9.74}$$

Substituindo os valores numéricos do exemplo anterior, tem-se:

$f_s = 16,31$ Hz

$f_3 - f_2 = 0,10$ Hz

Considere agora o caso geral composto por *N* unidades geradoras idênticas em paralelo (cada uma composta por *M* massas). A Figura 9.6 apresenta o equivalente mecânico deste sistema, onde os acoplamentos mecânicos e elétricos do sistema são representados por matrizes de constantes elásticas.

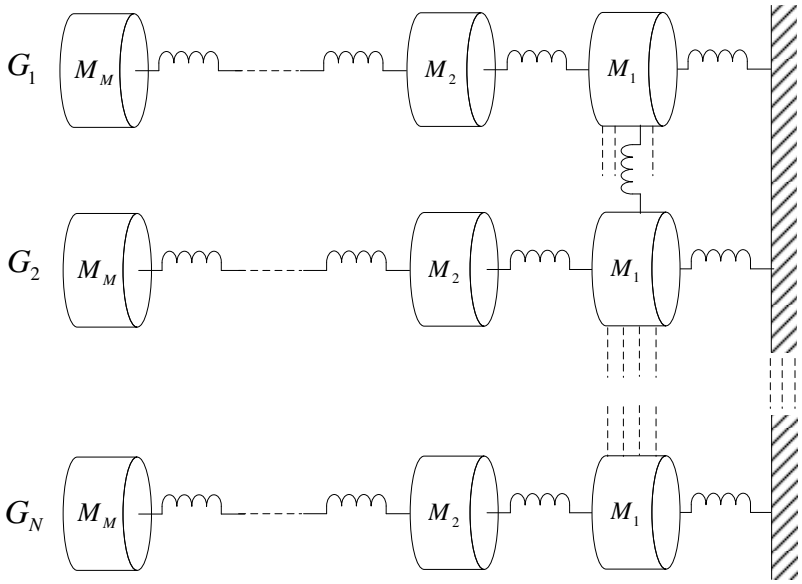


Figura 9.6 – Equivalente mecânico para o caso geral com *N x M* massas

Este sistema apresenta *N x M* modos de oscilação. Em (ALDEN et al., 1977), é demonstrado que estes modos podem ser agrupados da seguinte maneira:

- Um grupo de *M* modos nos quais as massas correspondentes em cada unidade geradora oscilam em conjunto. Estes modos são excitados através de distúrbios simétricos em todas as *N* unidades geradoras e são denominados *modos em fase* (*in-phase modes*);

- Os *(N-1) x M* modos restantes aparecem como *M* grupos de *N-1* autovalores repetidos, representando a dinâmica entre máquinas. Estes modos possuem mode-shapes (autovetores) linearmente independentes e são designados como *modos em oposição de fase* (*"antiphase modes"*);

Independente do número de máquinas conectadas em paralelo, ou do número de massas representadas em seus eixos, a análise do problema pode ser realizada a partir de apenas dois equivalentes de *M* massas, um para os modos *em fase* e outro para os modos *em oposição de fase*.

As análises anteriores assumem que as unidades geradoras são realmente idênticas. Caso estas unidades sejam apenas nominalmente idênticas, existirão famílias de *N* modos ligeiramente separados em freqüência. Cada família de modos torcionais será constituída por um modo *em fase* e *N-1* modos *em oposição de fase* com pequenas

diferenças em freqüência. Neste caso, a interação torcional é menor devido às diferenças nas freqüências dos modos torcionais individuais das unidades.

À medida que mais unidades geradoras são conectadas em paralelo, o desvio em freqüência dos modos *em oposição de fase* pode representar um problema em situações nas quais filtros *"notch"* são utilizados para resolver problemas de interação torcional. Um outro problema ocorre, por exemplo, quando estabilizadores derivados da velocidade do eixo são utilizados para amortecer oscilações de baixa freqüência. Uma forma de minimizar a interação torcional com o estabilizador é localizar o transdutor de velocidade próximo ao nó de um determinado modo crítico (ver item 8.4.4). Quando unidades geradoras são adicionadas ou removidas, a localização deste nó pode ser alterada significativamente.

9.6. Medidas Preventivas Contra Ressonância Subsíncrona

Desde os eventos ocorridos na Usina de Mohave, os fabricantes e empresas de energia elétrica têm mostrado interesse no desenvolvimento de métodos preventivos para eliminar ou, pelo menos, minimizar os efeitos da RSS. As mesmas ferramentas utilizadas para identificar a existência e grau de severidade de problemas relacionados à RSS podem ser utilizadas para avaliar a eficácia de medidas mitigadoras. As conseqüências da ocorrência de fenômenos desta natureza não podem ser precisamente previstas, mas danos consideráveis podem ser causados aos equipamentos e, em último caso, resultar em rompimento do eixo.

É mais provável que o eixo seja danificado através da perda de vida útil acumulada, devido ao fenômeno da fadiga mecânica (*FLE – "Fatigue Life Expenditure"*). Um *FLE* de 100% indica o início de uma rachadura na superfície do eixo. Se a propagação da rachadura ao longo do eixo for significativa, o mesmo deve ser substituído. Caso a rachadura seja detectada antes da propagação, o eixo pode ser reparado. Ambos os casos resultam em impedimento da unidade geradora por um longo período. Em geral, tais riscos são inaceitáveis, a menos que as alternativas de solução envolvam um dispêndio de capital que compensem os gastos da parada e reparo da unidade. A estratégia de controle adotada deve levar em consideração o nível de risco considerado aceitável.

Em geral, as medidas preventivas que requerem menor investimento estão associadas a desligamentos ('*trip*') de unidades geradoras. No entanto, os prejuízos associados a um

número excessivo de desligamentos de unidades geradoras pode ser um indicativo para a adoção de uma medida preventiva mais onerosa, que não envolva o corte de unidades. A medida preventiva mais apropriada depende da política conduzida pela empresa e da avaliação do risco e severidade do problema. Infelizmente, para novas usinas, estudos de RSS precisam ser conduzidos antes da entrada em operação da unidade geradora. Uma vez que os testes para determinação dos amortecimentos mecânicos inerentes ao conjunto turbina-gerador devem ser conduzidos *on line*, a avaliação dos problemas de RSS não pode ser realizada com precisão, dificultando a seleção da medida mais apropriada durante a fase de planejamento.

Em (IEEE, 1980b) são propostas algumas soluções, caracterizando sua teoria de operação, vantagens, desvantagens e experiência operativa. Para efeito de análise, as técnicas empregadas foram divididas em seções, apresentadas a seguir.

9.6.1. Modificações no Gerador e no Sistema

Modificações no Eixo Turbina-Gerador

Modificações no projeto da unidade geradora podem ser realizadas dentro de certos limites para mudar as freqüências naturais de oscilação do eixo. Esta não é uma medida de caráter geral, mas pode ser aplicada a casos específicos nos quais alterações no projeto mecânico do eixo possam ser realizadas antes da unidade ser colocada em operação. Estas alterações resultam em pequenos desvios em uma freqüência torcional particular, evitando assim problemas relacionados à interação torcional e amplificação de torque. Em (HANNETT e DE MELLO, 1990) é avaliado o efeito da utilização de uma engrenagem com um fluido de acoplamento, de forma a alterar as características mecânicas do eixo turbina-gerador.

Enrolamentos Amortecedores em Forma de Gaiola

A utilização de enrolamentos amortecedores em forma de gaiola reduz a resistência negativa aparente do rotor vista pelo estator para correntes subsíncronas. Esta é uma característica favorável na prevenção do efeito de gerador de indução, apesar de contribuir negativamente para a interação torcional (FARMER et al., 1977).

Reator em Série com o Gerador

A inserção de reatores em série entre o gerador e o sistema de transmissão pode ser um meio de proteger o gerador contra ressonância subsíncrona pela alteração das freqüências de ressonância da rede vista pelo gerador. A principal aplicação prática desta medida preventiva encontra-se nos casos em que apenas uma unidade geradora em uma usina apresenta problemas de RSS, e não existe previsão de aumento do nível de compensação série. A margem de estabilidade do gerador a ser protegido deve também ser suficiente para permitir o aumento da reatância no circuito do gerador.

Algumas desvantagens dessa medida são:

- Alterações no sistema de transmissão podem trazer as freqüências naturais da rede novamente para uma configuração ressonante;
- A margem de estabilidade do sistema é reduzida;
- Reatores de grande porte consomem elevada potência reativa, a qual deve ser suprida pelo próprio gerador ou alguma outra fonte. Além disso, pode resultar em problemas de regulação de tensão;

9.6.2. Filtros

Filtro Estático ("*Static Blocking Filter*")

O filtro estático é constituído por uma associação de circuitos RLC elementares, sendo conectado em série com o gerador a ser protegido (FARMER et al., 1977). O filtro é composto por tantos estágios quantos são os modos torcionais ativos. Cada estágio é sintonizado no complemento da freqüência síncrona do respectivo modo torcional, bloqueando a circulação de corrente na armadura nas freqüências que excitariam estes modos. O filtro estático pode ser aplicado nos casos de interação torcional e amplificação de torque. Um dos problemas relacionados a este tipo de filtro é que a capacitância varia consideravelmente com a temperatura, alterando a sintonia ajustada para o filtro (BOWLER et al., 1978a).

Filtro de Linha ("*Line Filter*")

Este filtro consiste em um reator devidamente dimensionado conectado em paralelo com o capacitor série, sintonizado de forma a bloquear a circulação de correntes subsíncronas de uma freqüência específica em qualquer trecho de linha. O filtro apresenta reatância capacitiva líquida em 60 Hz superior a do capacitor série original, como pode ser comprovado pelas equações a seguir. No entanto, a corrente permitida na linha é reduzida. A reatância capacitiva pode ser restabelecida ao seu valor original adicionando capacitores em paralelo.

$$X_{cf} = X_C \left[1 - \left(\frac{f_c}{60} \right)^2 \right] \qquad X_L = X_C \left[\left(\frac{60}{f_c} \right)^2 - 1 \right]$$

$$Q_{cf} = \frac{Q_C}{1 - \left(\frac{f_C}{60} \right)^2} \qquad Q_L = \frac{Q_C}{\left(\frac{60}{f_C} \right)^2 - 1} \tag{9.75}$$

onde:

X_{cf} → Reatância capacitiva do filtro em 60 Hz

X_L → Reatância indutiva do filtro em 60 Hz

X_C → Reatância capacitiva do capacitor série original em 60 Hz

Q_{cf} → Capacidade de reativos do filtro em 60 Hz

Q_L → Capacidade de reativos do reator em 60 Hz

Q_C → Capacidade de reativos do capacitor série original em 60 Hz

f_C → Freqüência de sintonia do filtro

Esta medida pode ser aplicada a problemas de interação torcional e torques transitórios quando apenas uma freqüência natural está envolvida e a fonte do problema é somente um circuito. Este tipo de solução perde sua eficiência à medida que novas linhas são adicionadas ao sistema. Atualmente não existem projetos utilizando esta alternativa.

Filtro de Bypass ("*Bypass Damping Filter*")

O filtro de bypass é conectado em paralelo com o capacitor série em cada fase. O filtro consiste em um resistor de amortecimento conectado em série com uma combinação em paralelo de reatores e capacitores sintonizados à freqüência do sistema. Este filtro pode ser útil no controle do efeito de gerador de indução, uma vez que pode ser projetado para acrescentar considerável resistência aparente positiva ao sistema na faixa de freqüência subsíncrona. Assim, o filtro possui uma elevada impedância à freqüência fundamental e as perdas por aquecimento no resistor são limitadas sob condições normais. Em freqüências subsíncronas, o filtro é sintonizado de forma a apresentar baixa impedância, e o resistor de amortecimento se torna efetivo.

Estabilizador Dinâmico ("*Dynamic Stabilizer*")

O estabilizador dinâmico consiste em um dispositivo shunt trifásico conectado próximo aos terminais do gerador a ser protegido e assemelha-se a um compensador estático de reativos (SVC). As correntes subsíncronas são forçadas a circular pelo dispositivo, evitando que circulem pela armadura do gerador e, assim, excitem os modos naturais de oscilação. Como no SVC, isto é obtido através do controle do ângulo de disparo dos tiristores no dispositivo. Em geral, o sinal de controle utilizado é a velocidade do gerador, medida através de sensores elétricos montados no eixo. O controle do ângulo de disparo dos tiristores é realizado de forma a prover amortecimento positivo. O estabilizador dinâmico é um dispositivo eficiente no controle da interação torcional (RAMEY et al., 1981).

9.6.3. Chaveamentos na Rede Elétrica e Desligamento de Unidades

Redução do Nível de Compensação e "By-pass" do Capacitor Série

Uma forma de prevenção contra a RSS é limitar o nível de compensação série nas linhas de transmissão próximas aos geradores afetados. No entanto, o grau de compensação é geralmente definido de forma a atender requisitos de desempenho para o sistema, e sua redução pode resultar em restrições operativas ou antecipar a necessidade de reforços no sistema de transmissão.

Uma alternativa consiste em ajustar o nível de compensação através do "by-pass" de segmentos do capacitor série em estágios. O objetivo é desviar as freqüências de ressonância da rede das freqüências dos modos torcionais durante condições críticas do sistema de transmissão. Capacitores série podem também ser integralmente "by-passados" quando unidades geradoras estão operando com baixo carregamento, situação na qual o amortecimento mecânico é baixo e os riscos de RSS são elevados. Em algumas aplicações os capacitores série são necessários somente em situações nas quais as unidades geradoras estão operando à carga máxima. Nestes casos, o "by-pass" seletivo de capacitores série não acarreta prejuízos ao desempenho do sistema.

Chaveamentos na Rede Elétrica

Quando uma determinada configuração do sistema apresenta risco potencial para a ocorrência de danos a unidades geradoras devido a RSS, esquemas especiais de proteção podem ser desenvolvidos para isolar o gerador do capacitor série que provocou o problema. Em geral, estes esquemas são efetivos no controle do efeito de gerador de indução e da interação torcional. Esta é uma medida de baixo custo e de fácil implementação, se a topologia do sistema é tal que permite o isolamento da unidade geradora junto a um subsistema não compensado.

Desligamento de Unidades Geradoras

Existem diversos esquemas desenvolvidos que comandam o desligamento de unidades geradoras a serem protegidas quando um conjunto de condições pré-estabelecidas ocorre. Em geral, estes esquemas exigem a ocorrência de contingências múltiplas, como a abertura intempestiva de três ou mais linhas de transmissão simultaneamente. Alguns destes esquemas vêm sendo substituídos por sistemas constituídos por relés.

9.6.4. Monitoramento e Releamento

Relés correspondem a uma parcela extremamente importante da estratégia global de proteção contra RSS para a maioria das aplicações práticas. Em situações de baixa probabilidade de ocorrência de problemas de RSS, esquemas usando relés podem ser adotados como a única medida preventiva. Nestes casos, o eventual desligamento de uma unidade geradora é provavelmente aceitável. Quando a probabilidade de ocorrência de RSS é elevada, um número excessivo de desligamentos não é aceitável, e medidas

adicionais são necessárias. Nestas situações, os relés podem ser utilizados como proteção de retaguarda.

Relés Torcionais

Os relés torcionais são projetados para monitorar continuamente as oscilações do eixo turbina-gerador, e enviar um sinal de trip para os disjuntores da unidade geradora quando forem detectadas oscilações de torque sustentadas ou mesmo crescentes (BOWLER et al., 1978b). Ao invés de desligar a unidade geradora, o sinal de trip também pode ser utilizado para "by-passar" o capacitor série ou abrir uma ou mais linhas de transmissão, atuando na origem do problema de RSS.

Os relés torcionais monitoram a velocidade do eixo em um ou dois pontos e filtram os sinais para isolar os modos de oscilação individuais. A partir do conhecimento das características geométricas do eixo, dos mode-shapes e da perda de vida útil por fadiga do material do eixo, as grandezas do relé podem ser convertidas em torque no eixo e, assim, serem utilizadas como forma de comparação para evitar esforços excessivos no eixo.

Relés Baseados na Corrente de Armadura

Os relés baseados na corrente de armadura utilizam sinais proporcionais às correntes nas três fases, que são multiplicados por um sinal em fase com a tensão de armadura correspondente e, por fim, somados. O sinal resultante aproxima-se do torque elétrico aplicado ao gerador. Este sinal é aplicado a um circuito que identifica a presença de oscilações sustentadas ou crescentes, indicando a existência de interação torcional ou do efeito de gerador de indução. Quando estas condições são detectadas, o relé envia um sinal de trip para a unidade geradora.

9.6.5. Controle de Excitação

O controle de excitação das máquinas síncronas pode ser utilizado como forma de prevenção contra ressonância subsíncrona. Esta é uma forma simples, econômica e prática para a supressão de oscilações torcionais instáveis nos geradores. O primeiro relato de sua utilização data de 1975 (SAITO et al., 1975). Neste trabalho, um dispositivo denominado NDS ("*Negative Damping Stabilizer*") foi desenvolvido e

testado em laboratório como forma de prevenção da auto-excitação elétrica. Verificou-se que a utilização de um sinal de controle baseado na potência reativa gerada era o mais efetivo no aumento das margens de estabilidade do sistema. Desde então, muitos outros esquemas de controle foram propostos. Por exemplo, FOUAD e KHU (1978a) empregaram a utilização de um estabilizador convencional para amortecer os modos torcionais no sistema IEEE First Benchmark Model. No entanto, neste esquema apenas um modo podia ser efetivamente controlado. Em (OOI e SARTAWI, 1978), é apresentada uma forma robusta de controle da auto-excitação elétrica utilizando um sinal derivado das potências ativa e reativa terminal aplicado ao dispositivo NDS. Este esquema foi avaliado em um sistema simplificado associado a Usina Nuclear de Angra 1 em (SANTOS et al., 1995). Para controlar todos os modos torcionais, YU et al. (1978) empregou o método de alocação de pólos por retroação de estado. No entanto, esta técnica se mostrou inviável do ponto de vista prático, uma vez que a maioria das variáveis de estado não é acessível. Para contornar esta dificuldade, YAN e YU (1982) propuseram um esquema de controle baseado na retroação de variáveis de saída, utilizando técnicas de controle moderno. Em (WANG e HSU, 1988), foi proposto um esquema utilizando os desvios de velocidade e corrente terminal da máquina através de compensadores dinâmicos (controladores lead-lag ligados em cascata). Em (WANG, 1991), um simples controlador lead-lag baseado nos desvios de velocidade foi avaliado no sistema IEEE Second Benchmark Model. O esquema proposto se mostrou efetivo no amortecimento dos modos torcionais em uma grande faixa de condições.

9.6.6. Dispositivo NGH

O dispositivo NGH, também chamado NGH-SSR, foi desenvolvido por Narain G. Hingorani (HINGORANI, 1981a e 1981b) para mitigação da interação torcional, redução de torques transitórios e supressão do “DC offset” dos bancos de capacitores série. O dispositivo consiste basicamente em um pequeno resistor conectado em série com uma válvula tiristorizada bidirecional, sendo este arranjo conectado em paralelo com o banco de capacitores, como pode ser visto na Figura 9.7.

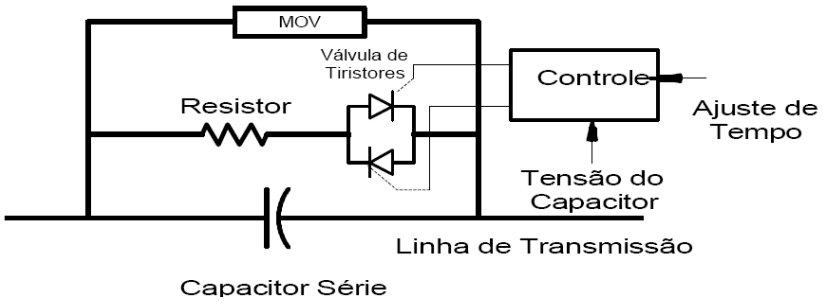


Figura 9.7 – Representação básica do dispositivo NGH

Quando uma tensão puramente senoidal (por exemplo, em 60 Hz), V_c, é superposta por uma componente DC, V_d, alguns semi-ciclos são maiores que um semi-período (8,33 ms, em 60 Hz) e outros são menores, conforme ilustrado na Figura 9.8.

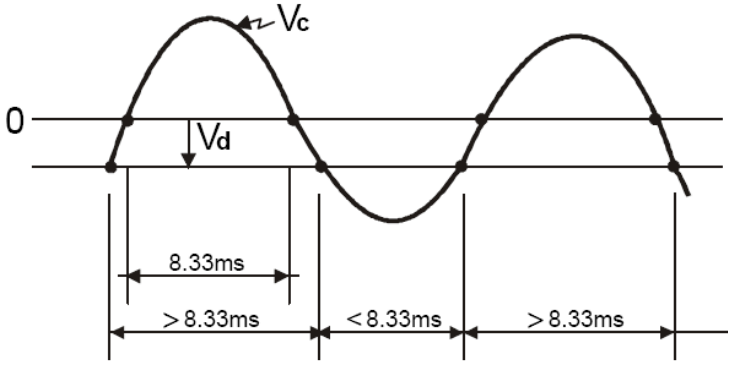


Figura 9.8 – Tensão senoidal (60 Hz) superposta por uma componente DC

Da mesma forma, quando uma tensão puramente senoidal é combinada com uma componente senoidal subsíncrona, V_{ss}, obtém-se uma forma de onda que possui alguns semi-ciclos maiores que 8,33 ms e outros menores, conforme ilustrado na Figura 9.9.

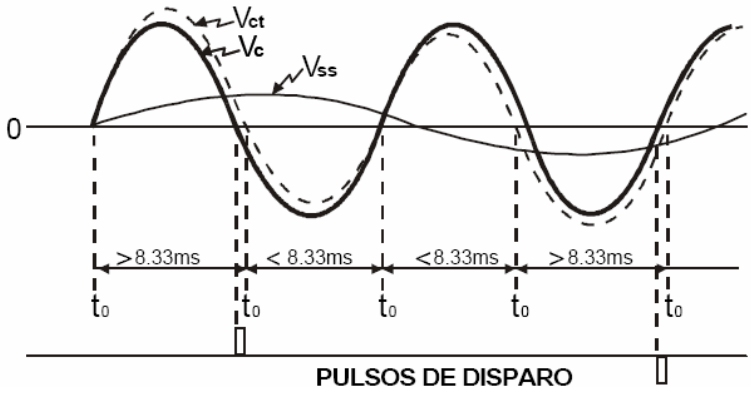


Figura 9.9 – Tensão senoidal (60 Hz) superposta por uma componente subsíncrona

O princípio básico de operação do dispositivo NGH consiste em "forçar" a tensão sobre o capacitor série a zero ao final de cada semi-período toda vez que este exceder 8,33 ms. Isto é realizado através do disparo dos tiristores em 8,33 ms e conseqüente dissipação de energia pelo resistor na extensão do semi-ciclo. O princípio básico de operação do dispositivo NGH é ilustrado na Figura 9.10 (HINGORANI e GUGYI, 2000).

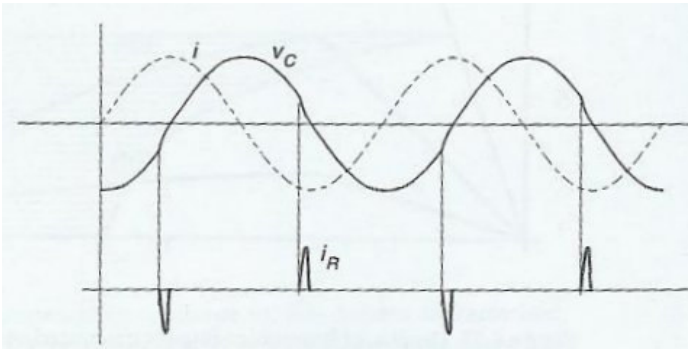


Figura 9.10 – Princípio básico de operação do dispositivo NGH

O efeito do dispositivo NGH na tensão sobre o capacitor produzida por uma corrente de freqüência subsíncrona na linha, i_s, é ilustrado na Figura 9.11 (HINGORANI e GUGYI, 2000). Nesta ilustração, a freqüência da corrente na linha é 24 Hz e o dispositivo NGH atua com uma freqüência de 120 Hz para descarregar o capacitor em intervalos regulares correspondentes a um semi-ciclo na freqüência de 60 Hz (8,33 ms). A figura mostra a corrente subsíncrona na linha, i_s, a tensão que seria originada sobre o capacitor sem o dispositivo NGH, v_{SCo}, a tensão real sobre o capacitor, $v_{SC_{NGH}}$, e sua componente fundamental, $v_{SC_{NGH,F}}$, na presença do dispositivo NGH.

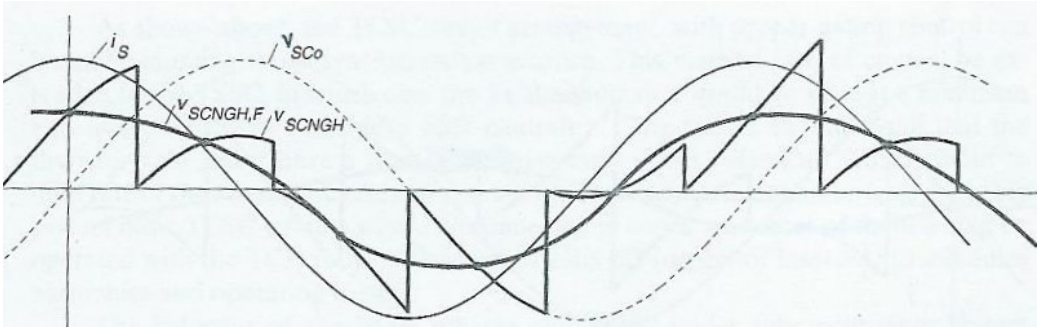


Figura 9.11 – Tensão sobre o capacitor série e sua componente fundamental produzida por uma corrente de freqüência de 24 Hz na presença do dispositivo NGH

Verifica-se que a componente fundamental (em 24 Hz) da tensão sobre o capacitor série sofre um avanço de fase em relação a v_{SCo}, ficando praticamente *em fase com a*

corrente subsíncrona na linha. Em outras palavras, o capacitor série com o dispositivo NGH apresenta uma impedância característica *resistiva* na freqüência subsíncrona de 24 Hz. Apesar desta observação ter sido feita em um simples exemplo ilustrativo e não ter sido provada de forma rigorosa, estudos e medições de campo mostram que o comportamento real do dispositivo apresenta esta característica resistiva observada (HINGORANI et al., 1987, TENÓRIO e GAMA, 1999). Outras estratégias de controle destinadas a atender necessidades específicas do sistema (por exemplo, redução de torques transitórios) são discutidas em (HINGORANI e GUGYI, 2000).

Nota-se que o dispositivo NGH opera de forma independente para cada fase e não requer nenhum sinal proveniente do gerador ou detecção de qualquer freqüência subsíncrona em particular. O controle do dispositivo pode ser localizado na própria plataforma do capacitor ou no nível do solo com os pulsos de disparo sendo transmitidos através de fibras óticas.

Apesar do dispositivo NGH se mostrar eficaz no controle da ressonância subsíncrona, pesquisas posteriores mostraram que os conceitos relacionados ao seu princípio de funcionamento poderiam ser estendidos à estrutura básica do TCSC para torná-lo imune à ressonância subsíncrona.

9.6.7. TCSC (*Thyristor Controlled Series Capacitor*)

O TCSC é um equipamento FACTS composto por uma associação de capacitores série em paralelo com um reator controlado a tiristores (TCR). Seu princípio de funcionamento e principais características foram apresentados no Capítulo 6. São inúmeras as aplicações do TCSC em sistemas de potência, desde o controle do fluxo de potência em rotas específicas, até o amortecimento de oscilações eletromecânicas. Uma característica importante do TCSC é seu comportamento em freqüências subsíncronas. Esta característica é fortemente influenciada pela estratégia de controle de disparo dos tiristores.

Para estabelecer uma base de comparação entre o dispositivo NGH e o TCSC, a Figura 9.12 ilustra as formas de onda obtidas quando uma corrente de freqüência subsíncrona é aplicada ao dispositivo e a mesma filosofia de controle de disparo é aplicada (HINGORANI e GUGYI, 2000). Como no caso anterior, adotou-se uma freqüência de 24 Hz para a corrente na linha. A figura mostra as formas de onda da corrente

subsíncrona na linha, i_s, a tensão que seria originada sobre o capacitor sem o TCSC, v_{SCo}, a tensão real sobre o capacitor, $v_{SC_{TCSC}}$, e sua componente fundamental, $v_{SC_{TCSC,F}}$, na presença do TCSC.

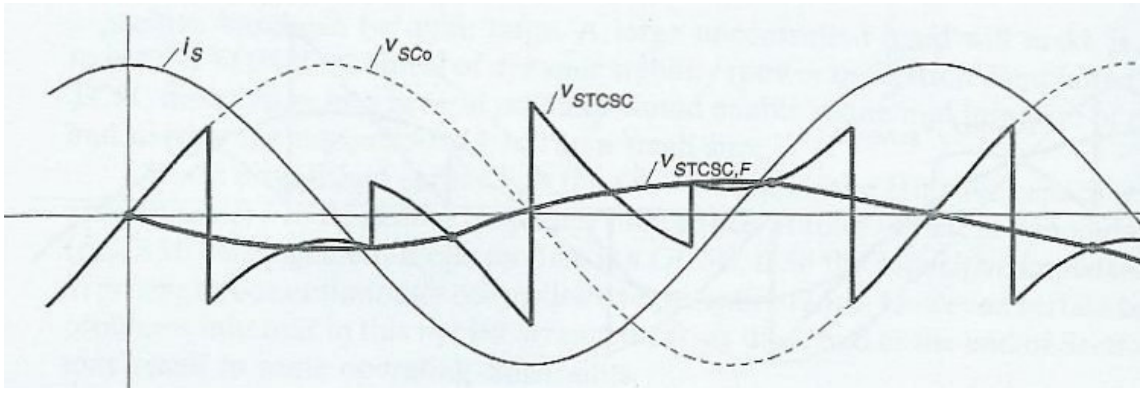


Figura 9.12 – Tensão sobre o capacitor série e sua componente fundamental produzida por uma corrente de freqüência de 24 Hz na presença do TCSC

Verifica-se que a componente fundamental (em 24 Hz) da tensão produzida sobre o capacitor série está adiantada aproximadamente 90° da corrente da linha. Em outras palavras, o capacitor série com o TCSC apresenta uma impedância característica *indutiva* na freqüência subsíncrona de 24 Hz.

Em (ÄNGQUIST et al., 1996) é apresentado o conceito de SVR ("*Synchronous Voltage Reversal*"). Este método assume que a tensão sobre o capacitor pode ser descrita por uma forma de onda aproximada que considera que a inversão da tensão sobre o capacitor seja instantânea e ocorra na metade do período de condução, obtendo-se o mesmo nível de amplificação. A idéia básica por trás do SVR é controlar diretamente os instantes destas inversões. É mostrado em (ÄNGQUIST, 2002) que este método dá ao TCSC uma característica indutiva bem definida na faixa de freqüência subsíncrona, tornando-o imune a ressonância subsíncrona.

9.6.8. Exemplos Práticos de Aplicações

A Tabela 9.1 apresenta alguns exemplos de medidas preventivas e esquemas de proteção contra RSS em operação (BAKER et al., 2005). O esquema instalado na usina de Jim Bridger consiste na utilização de capacitores-série divididos em dois estágios, de forma que o nível de compensação é modificado de acordo com o carregamento das linhas e dos geradores. O esquema instalado na Usina de San Juan, no México,

encontra-se em operação desde 1977. Quando configurações que apresentem risco de RSS são detectadas, este esquema promove o isolamento da unidade geradora N° 1 junto a um sistema não compensado através da abertura de disjuntores específicos.

Tabela 9.1 – Exemplos de aplicações de medidas preventivas contra RSS

Usina	**#Unidades x MVA**	**Tensão da Linha (kV)**	**% Comp.**	**Medida Adotada**
Mohave	2 x 909	500	70% (reduzido para 25%)	- Redução da compensação - Relés Torcionais
Navajo	3 x 892	500	70%	- Filtro Estático - Controle de Excitação - Relés Torcionais
Jim Bridger	4 x 590	345	45%	- Chaveamento automático do nível de compensação em função do carregamento - Controle de Excitação - Relés Torcionais
Coldstrip	2 x 377 2 x 819	500	35%	- Relés Torcionais
Wvodak	1 x 402	230	50%	- Relés Torcionais
Boardman	1 x 590	500	29%	- TCSC - Relés Torcionais
San Juan	2 x 410 2 x 617	345	30%~34%	- Relés Torcionais - Estabilizador Dinâmico (até 1999) - Esquema de chaveamento automático
La Palma	1 x 192	345	50%	- Chaveamento automático do nível de compensação em função do carregamento

9.7. Análise do Sistema IEEE First Benchmark Model

Neste item serão avaliadas as duas formas de ressonância subsíncrona associadas a sistemas série-compensados: efeito de gerador de indução e interação torcional. O sistema em estudo foi adaptado do *IEEE First Benchmark Model* (IEEE, 1977) e consiste em um turbogerador alimentando uma barra infinita através de uma linha de transmissão série-compensada. Os valores dos parâmetros da máquina síncrona, do eixo turbina-gerador e da rede elétrica são apresentados no Apêndice A. O apêndice inclui ainda o desenvolvimento do modelo completo por sistemas descritores e a análise

modal do eixo turbina-gerador, fornecendo as freqüências naturais de oscilação dos modos torcionais e seus respectivos mode-shapes.

A Figura 9.13 mostra o diagrama unifilar do sistema em estudo, indicando o valor dos parâmetros e do ponto de operação utilizados nas simulações. As impedâncias são dadas na freqüência industrial (60 Hz) em *pu* da base da máquina (892,4 MVA). Inicialmente, não foram representados quaisquer sistemas de controle para o gerador.

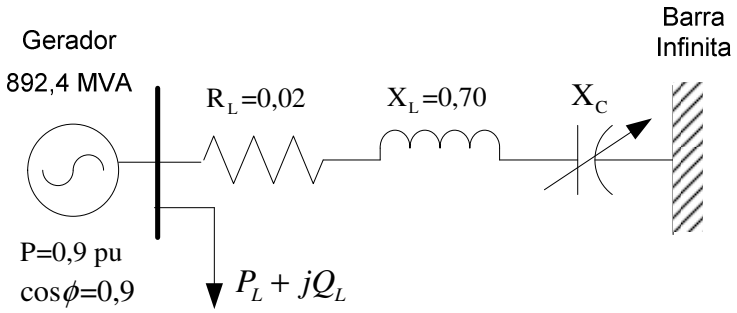


Figura 9.13 - Sistema IEEE First Benchmark Model para análise de ressonância subsíncrona

As constantes de amortecimento mecânico adotadas nas simulações são idênticas às utilizadas no exemplo do Capítulo 8, e são apresentadas na Tabela 8.1. Estas constantes diferem consideravelmente das apresentadas no sistema original, e foram calculadas de forma a produzir amortecimento não negativo para todos os modos torcionais considerando uma reatância capacitiva de *0,35 pu*.

9.7.1. Análise do Sistema com Carga Local

Este caso considera a presença de uma carga local ($P_L = 300MW$, $Q_L = 0MVar$) conectada diretamente à barra terminal do gerador. Do ponto de vista da interação com a rede elétrica, o efeito global desta carga é o de aumentar a resistência aparente vista pelo gerador, como pode ser ilustrado na Figura 9.14.

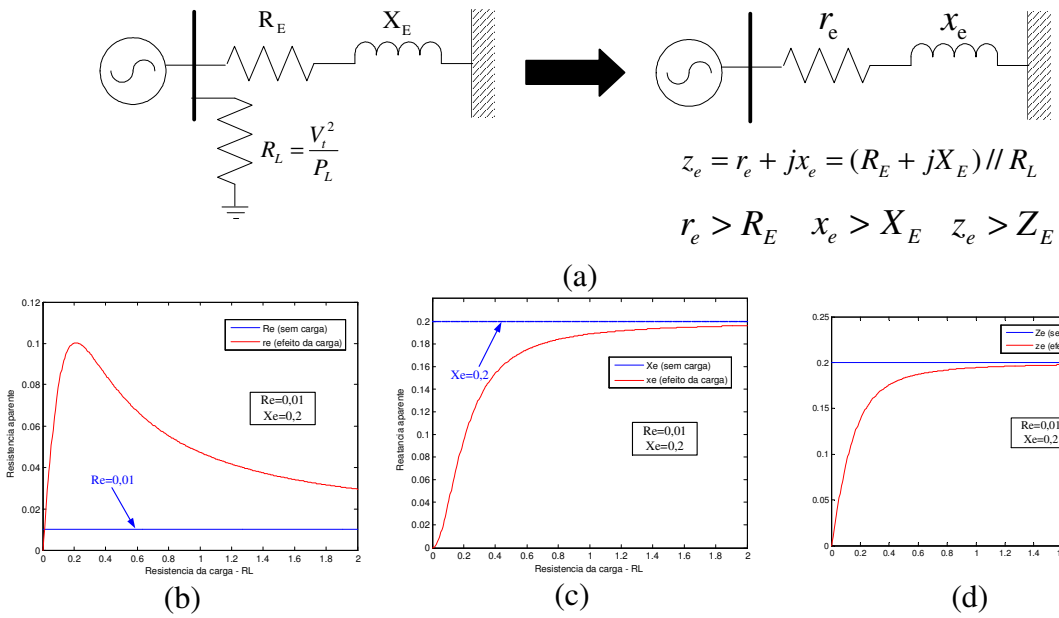


Figura 9.14 – Aumento da resistência aparente devido à presença de carga local: (a) Circuito equivalente; (b) Resistência equivalente; (c) Reatância equivalente; (d) Impedância equivalente

A Figura 9.15 apresenta o comportamento dos autovalores do sistema quando o nível de compensação série é variado de 10% (0,07 pu) até 95% (0,665 pu) da reatância total do sistema. Pela figura, observa-se que com o aumento da reatância do capacitor série, a freqüência do modo subsíncrono é reduzida, enquanto a freqüência do modo supersíncrono é aumentada.

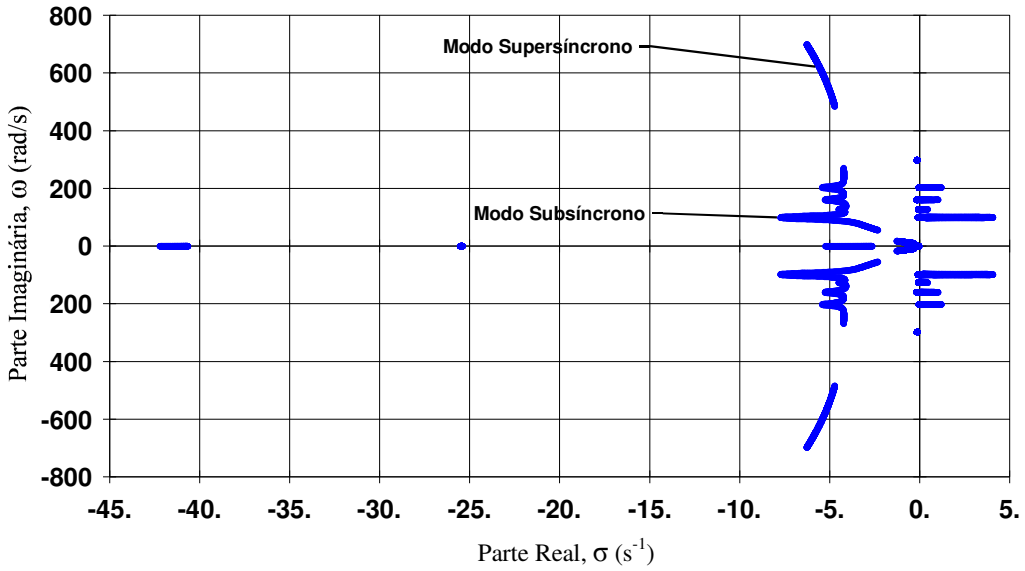


Figura 9.15 – Lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série X_C de 0,07 pu (10%) a 0,665 pu (95%) – Caso com carga local

A medida que a freqüência do modo subsíncrono se aproxima da freqüência de um dos modos torcionais, verifica-se uma forte interação entre estes modos, fazendo com que os modos torcionais sejam deslocados para a direita no plano complexo. Essa interação adversa caracteriza o fenômeno da ressonância subsíncrona pelo mecanismo de interação torcional e ocorre com maior intensidade para determinados valores críticos de compensação série, indicados na Figura 9.16.

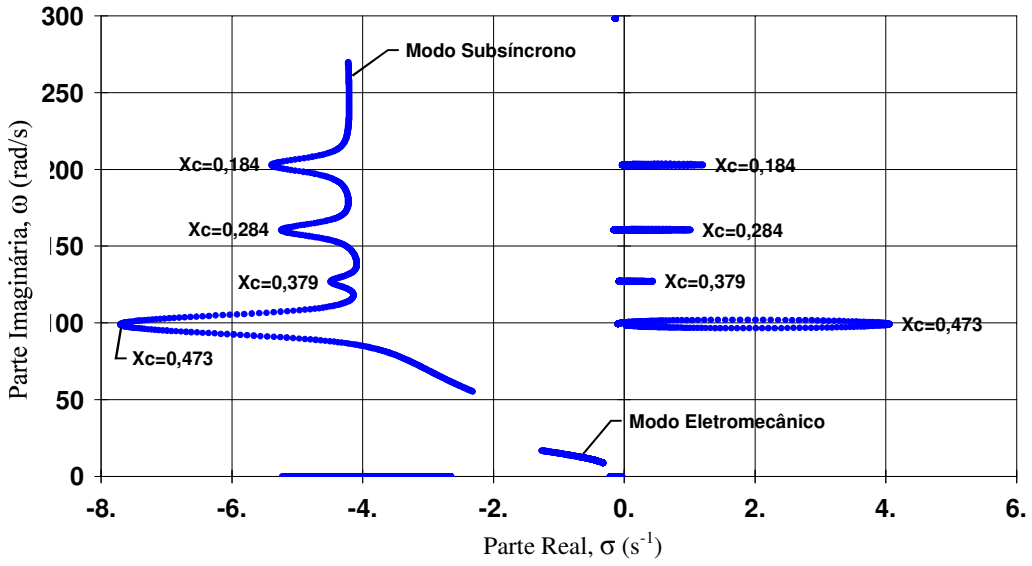


Figura 9.16 – Lugar das raízes na faixa de freqüência subsíncrona para variação da reatância do capacitor série X_C de 0,07 pu (10%) a 0,665 pu (95%) – Caso com carga local

Este fenômeno limita consideravelmente o nível de compensação série que pode ser utilizado no sistema, uma vez que pode originar esforços torcionais excessivos no rotor do gerador, provocando danos ao eixo. O detalhamento do comportamento dos autovalores do sistema nas faixas críticas de compensação é apresentado na Figura 9.17 e na Tabela 9.2, nas quais verificam-se que as máximas interações com o sistema elétrico ocorrem para os níveis de compensação de 26,3%, 40,5%, 54,1% e 67,6%.

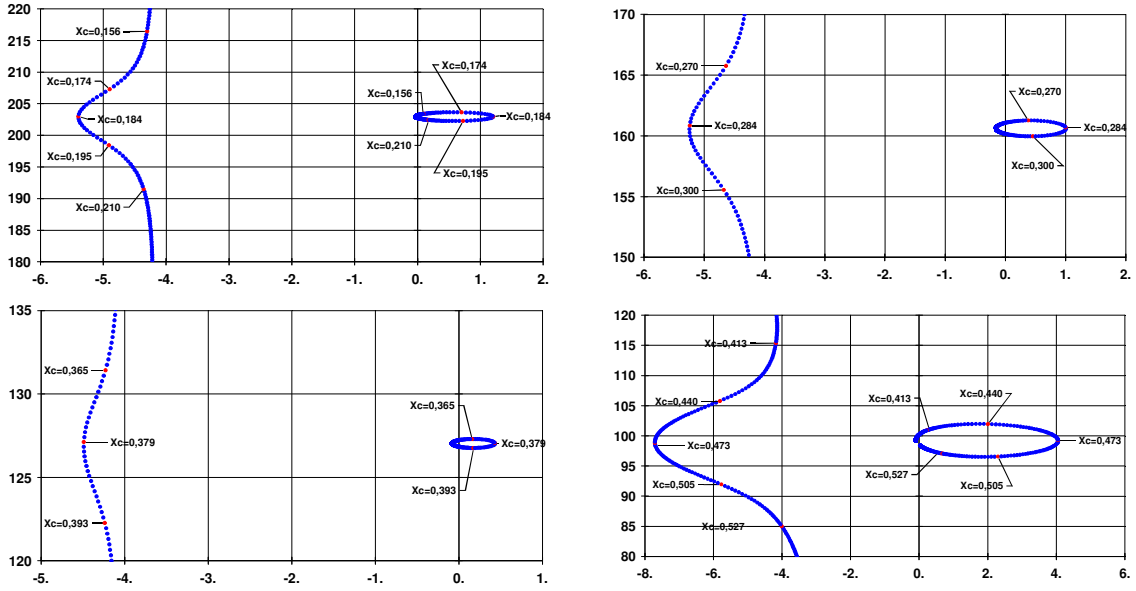


Figura 9.17 – Detalhe do diagrama do lugar das raízes nas faixas críticas de compensação – Caso com carga local

Tabela 9.2 – Graus de compensação críticos do ponto de vista de interação torcional – Caso com carga local

X_C (pu)	% X_L	Freqüência (Hz)	Autovalor	ζ (%)
0,184	26,3%	32,3	1,29±j203,1	-0,64%
0,284	40,5%	25,5	1,15±j160,6	-0,72%
0,379	54,1%	20,2	0,53±j127,1	-0,42%
0,473	67,6%	15,8	4,45±j99,3	-4,48%

O grau de interação torcional pode também ser avaliado a partir dos fatores de participação de cada variável de estado nos modos de interesse. Em condições normais, variáveis mecânicas (ângulo e velocidade) devem apresentar elevado fator da participação nos modos torcionais e baixo fator de participação nos modos da rede elétrica. Por outro lado, variáveis relacionadas aos componentes da rede (tensão em capacitores e corrente nos indutores) normalmente possuem fatores de participação

elevados nos modos da rede elétrica e baixos fatores de participação nos modos mecânicos do eixo turbina-gerador. No entanto, em condições de intensa interação, a participação das variáveis mecânicas nos modos da rede elétrica se torna significativa, e vice-versa.

A Tabela 9.3 apresenta o comportamento do modo subsíncrono e do modo torcional (Modo 4 - 32 Hz) em função do grau de compensação série da linha. Os fatores de participação das variáveis $\Delta\omega_{LPB}$ (velocidade da seção LPB da turbina) e Δv_{cq} (tensão no capacitor no eixo q) são calculados para ambos os modos. Conforme esperado, a medida que a freqüência do modo subsíncrono se aproxima de 32 Hz (freqüência do quarto modo torcional), o amortecimento do modo torcional vai se tornando negativo. Por outro lado, o modo subsíncrono é impulsionado para a esquerda, tendo seu amortecimento aumentando. Nesta condição, o fator de participação de Δv_{cq} no modo torcional é relativamente grande, decorrente da forte interação entre a rede elétrica e o eixo turbina-gerador. Da mesma forma, a variável de estado $\Delta\omega_{LPB}$ apresenta participação significativa no modo subsíncrono da rede elétrica. Com o aumento do nível de compensação além destes valores, a freqüência do modo subsíncrono é reduzida, afastando-se da freqüência do modo torcional e diminuindo a interação.

Tabela 9.3 – Comportamento do modo subsíncrono e do modo torcional (Modo 4 - 32 Hz) em função do grau de compensação série

Comp. (%)	**Modo Torcional (Modo 4 - 32 Hz)**					**Modo Subsíncrono**				
	Autovalor	**f (Hz)**	**ζ (%)**	**Fatores de Participação**		**Autovalor**	**f (Hz)**	**ζ (%)**	**Fatores de Participação**	
				$\Delta\omega_{LPB}$	Δv_{cq}				$\Delta\omega_{LPB}$	Δv_{cq}
5%	-0,0286±j203,0	32,3	0,014	100%	0,0%	-4,2438±j301,2	47,9	1,409	0,0%	100%
10%	-0,0260±j203,0	32,3	0,013	100%	0,8%	-4,2195±j269,8	42,9	1,564	0,3%	100%
15%	-0,0184±j203,1	32,3	0,009	100%	0,3%	-4,2092±j245,6	39,1	1,714	0,2%	100%
20%	0,0179±j203,2	32,3	-0,009	100%	1,0%	-4,2293±j225,1	35,8	1,879	0,9%	100%
25%	0,7998±j203,6	32,4	-0,393	100%	14,5%	-4,9943±j206,7	32,9	2,415	18,2%	100%
26,3%	1,2110±j203,0	32,3	-0,597	100%	19,7%	-5,4013±j203,0	32,3	2,657	26,7%	100%
30%	0,1821±j202,4	32,2	-0,090	100%	4,0%	-4,3626±j191,6	30,5	2,276	6,6%	100%
35%	0,0162±j202,7	32,2	-0,008	100%	0,8%	-4,2256±j176,2	28,0	2,397	1,5%	100%
40%	-0,0077±j202,8	32,3	0,004	100%	0,3%	-5,1552±j162,1	25,8	3,178	2,6%	100%

9.7.2. Análise do Sistema sem Carga Local

Neste caso, a ausência de carga local reduz consideravelmente a resistência aparente vista pelo gerador. A Figura 9.18 apresenta o lugar das raízes para os modos torcionais e da rede quando o nível de compensação série é variado de 10% (0,07 pu) até 95% (0,665 pu) da reatância total do sistema.

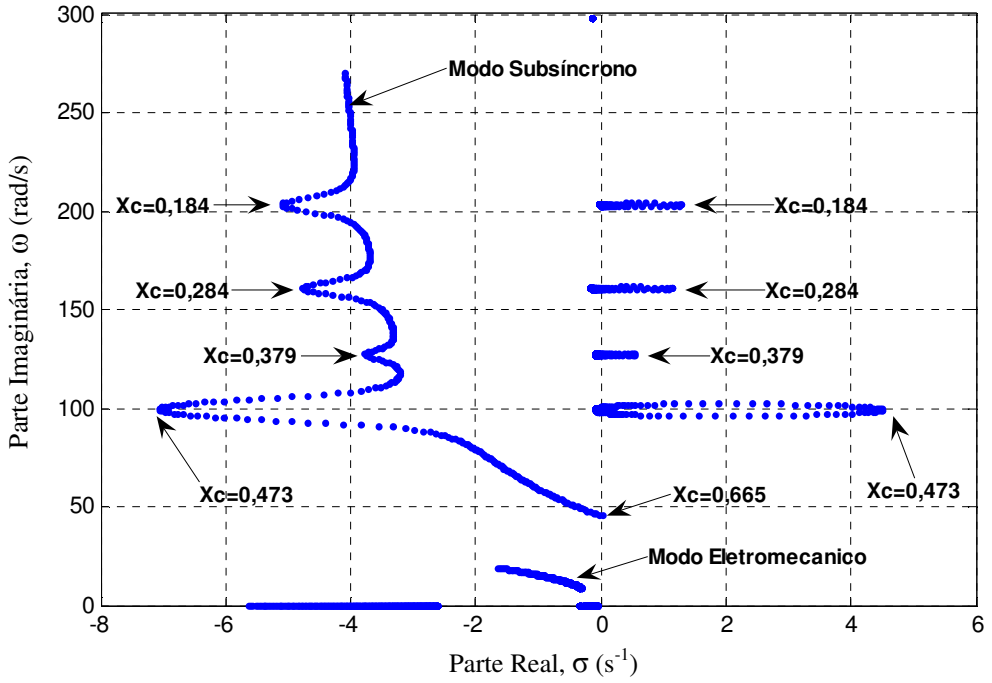


Figura 9.18 – Lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série X_C de 0,07 pu (10%) a 0,665 pu (95%) – Caso sem carga local

Existe um nível de compensação tal que o modo subsíncrono atravessa o eixo imaginário em direção ao lado direito do plano complexo, tornando-se instável. Isto caracteriza o fenômeno da ressonância subsíncrona pelo efeito de gerador de indução. A auto-excitação devido ao efeito de gerador de indução geralmente ocorre para níveis muito elevados de compensação série e independe das características mecânicas dos eixos turbina-gerador. Esta última afirmação pode ser comprovada traçando-se o diagrama do lugar das raízes sem a representação multimassa do eixo, ou seja, representando-se o eixo como um corpo rígido.

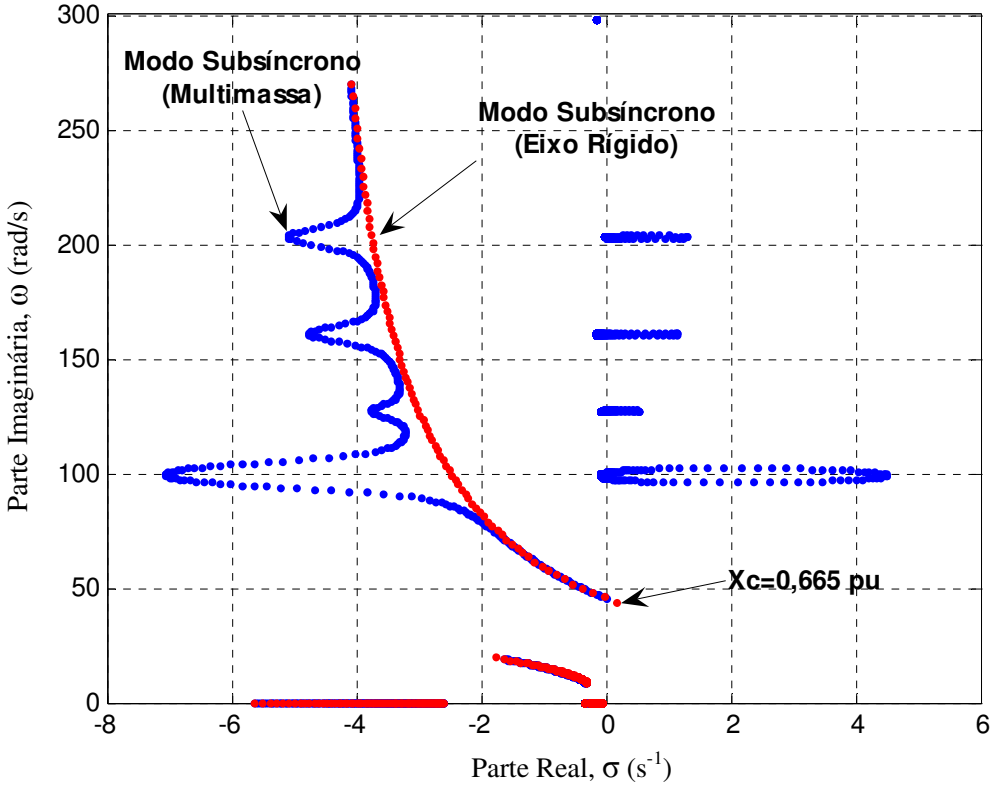


Figura 9.19 - Lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série X_C de 0,07 pu (10%) a 0,665 pu (95%) – Caso sem carga local – Eixo Multimassa x Corpo rígido

A partir da figura, conclui-se que a representação do eixo turbina-gerador como um corpo rígido elimina a reflexão das freqüências naturais do eixo na rede elétrica e vice-versa. A localização do modo subsíncrono fora da região de interação torcional é praticamente idêntica para ambas as representações. Neste caso, apenas o efeito de gerador de indução é observado, decorrente da interação da rede elétrica com a dinâmica do estator do gerador. Em ambos os casos, o sistema elétrico se torna auto-excitado para uma compensação série de aproximadamente 95% da reatância total da linha. No entanto, deve-se salientar que os efeitos de gerador de indução e interação torcional são fenômenos mútuos e inseparáveis.

O efeito de gerador de indução pode ser verificado mais claramente se considerarmos nula a resistência equivalente da rede elétrica ($R_e = 0$). Neste caso, o sistema é auto-excitado independente do grau de compensação série utilizado, como mostrado na Figura 9.20.

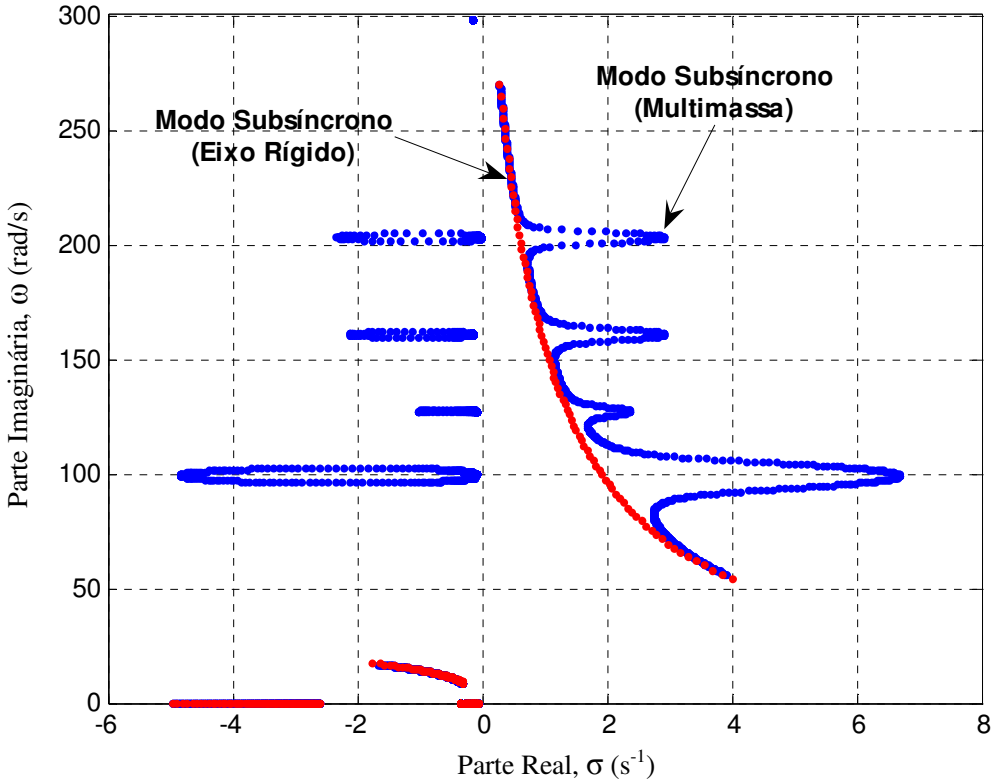


Figura 9.20 - Lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série X_C de 0,07 pu (10%) a 0,63 pu (90%) – Caso sem carga local e R_e=0

Observa-se que a medida que a freqüência do modo subsíncrono se aproxima da freqüência de um dos modos torcionais, a interação torcional tem efeito contrário ao observado nos casos anteriores. Os modos mecânicos são impulsionados para esquerda no plano complexo, enquanto o modo subsíncrono da rede é impulsionado em sentido oposto. Pelas razões apresentadas anteriormente, é evidente que este fenômeno só é verificado considerando-se a representação multimassa do eixo.

As figuras a seguir mostram o resultado da simulação linear no domínio do tempo para uma perturbação em degrau (0,01 pu) na potência mecânica do gerador, considerando um nível de compensação de 54,1% ($X_c = 0,379$ pu) e ausência de carga local. Segundo as análises realizadas anteriormente, este grau de compensação resulta em instabilidade do segundo modo torcional (20 Hz), o que pode ser observado claramente nas figuras. Conforme previsto pelos mode-shapes, oscilações nesta freqüência são observadas com maior intensidade na massa referente à excitatriz (massa EXC).

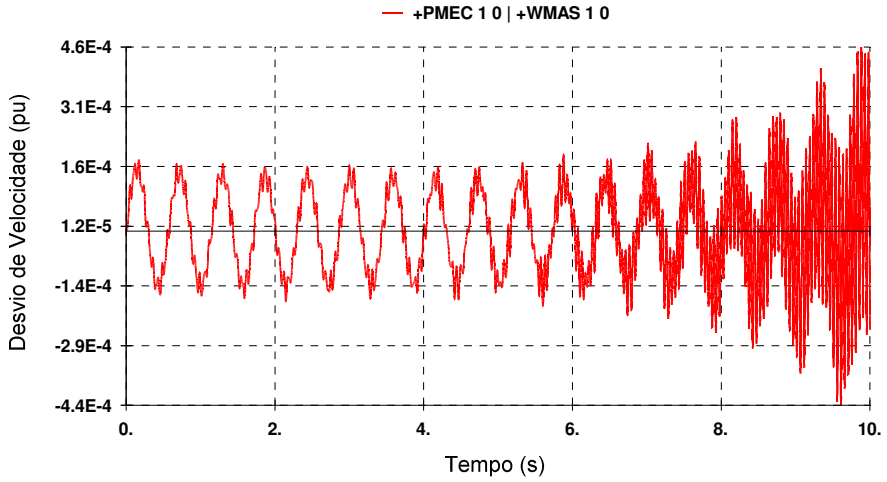


Figura 9.21 – Velocidade do gerador (massa GEN) para um degrau de 0,01 pu na potência mecânica do gerador – Xc=0,379 pu – Caso sem carga local

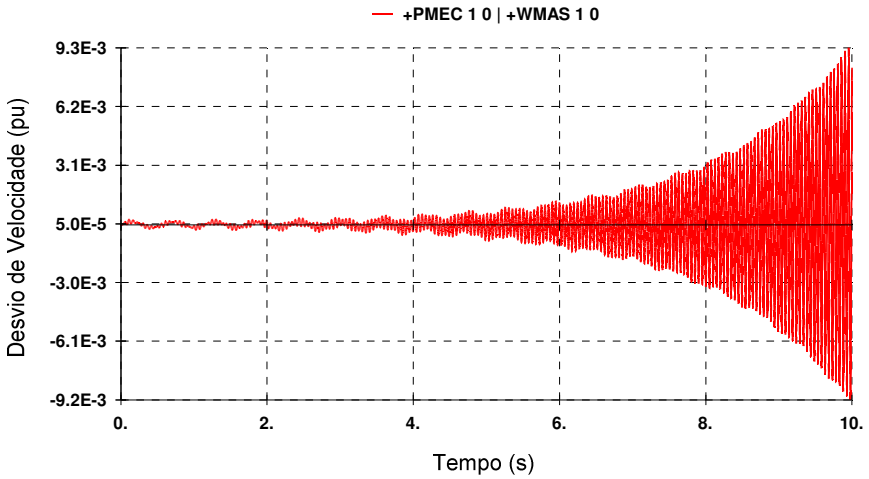


Figura 9.22 – Velocidade da excitatriz (massa EXC) para um degrau de 0,01 pu na potência mecânica do gerador – Xc=0,379 pu – Caso sem carga local

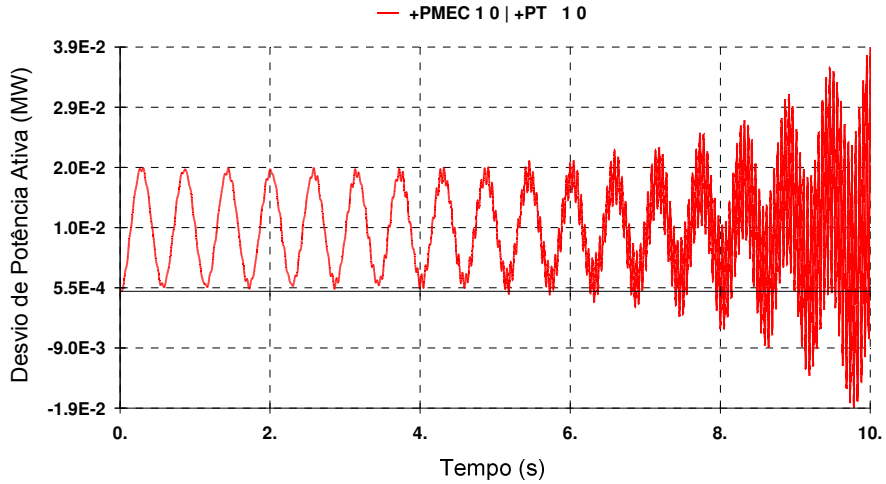


Figura 9.23 – Potência ativa para um degrau de 0,01 pu na potência mecânica do gerador – Xc=0,379 pu – Caso sem carga local

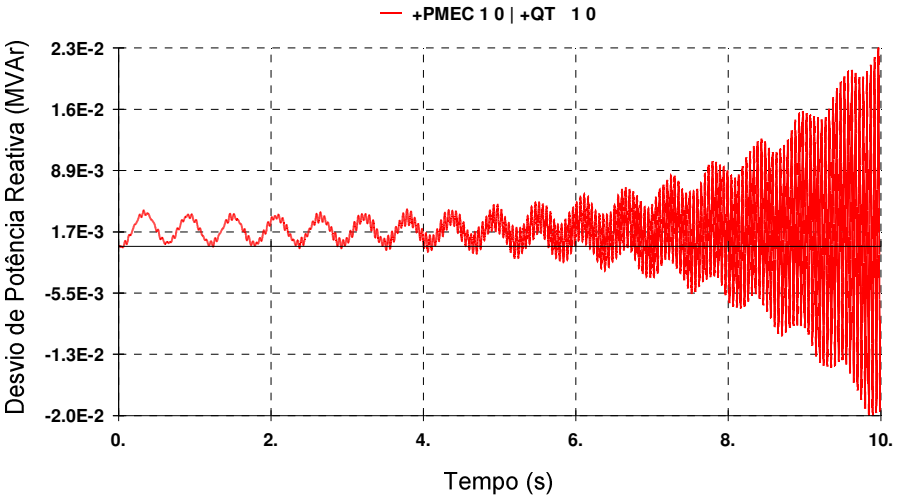


Figura 9.24 – Potência reativa para um degrau de 0,01 pu na potência mecânica do gerador – Xc=0,379 pu – Caso sem carga local

9.7.3. Mitigação da RSS Utilizando o Controle de Excitação

Neste item será desenvolvido um controle suplementar aplicado ao sistema de excitação do gerador síncrono baseado na síntese das componentes modais de velocidade do eixo.

No item 4.7 o conceito de variáveis modais foi introduzido para a análise do eixo turbina-gerador, permitindo a determinação das freqüências naturais de oscilação e seus mode-shapes. As velocidades das massas foram relacionadas com as velocidades

modais através da matriz de transformação modal **Q**, formada pelos autovetores à direita da matriz dada por $\frac{\omega_{MB}}{2}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{K}$. Ou seja:

$$\Delta\boldsymbol{\omega} = \mathbf{Q}\cdot\Delta\boldsymbol{\omega}_m \tag{9.76}$$

onde o vetor $\Delta\boldsymbol{\omega}$ refere-se às velocidade das massas do eixo turbina-gerador, e o vetor $\Delta\boldsymbol{\omega}_m$ às velocidades modais. Expandindo a relação matricial anterior, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta\omega_{HP} \\ \Delta\omega_{IP} \\ \Delta\omega_{LPA} \\ \Delta\omega_{LPB} \\ \Delta\omega_{GEN} \\ \Delta\omega_{EXC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{10} & q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} & q_{15} \\ q_{20} & q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} & q_{25} \\ q_{30} & q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} & q_{35} \\ q_{40} & q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} & q_{45} \\ q_{50} & q_{51} & q_{52} & q_{53} & q_{54} & q_{55} \\ q_{60} & q_{61} & q_{62} & q_{63} & q_{64} & q_{65} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\omega_0 \\ \Delta\omega_1 \\ \Delta\omega_2 \\ \Delta\omega_3 \\ \Delta\omega_4 \\ \Delta\omega_5 \end{bmatrix} \tag{9.77}$$

Em geral, a velocidade de uma determinada seção do eixo contém componentes de todos os modos torcionais. Conseqüentemente, se este sinal for utilizado para controlar um determinado modo crítico, um ou mais modos poderão se tornar instáveis, resultado da interação adversa com o sistema de controle (ver Capítulo 8). Para controlar um modo torcional particular sem afetar os demais, torna-se necessário separar as velocidades das seções do eixo em suas componentes modais, que podem ser obtidas a partir da relação inversa da equação (9.78), dada a seguir:

$$\Delta\boldsymbol{\omega}_m = \mathbf{Q}^{-1}\cdot\Delta\boldsymbol{\omega} \tag{9.78}$$

Expandindo esta relação, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta\omega_0 \\ \Delta\omega_1 \\ \Delta\omega_2 \\ \Delta\omega_3 \\ \Delta\omega_4 \\ \Delta\omega_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{01} & \beta_{02} & \beta_{03} & \beta_{04} & \beta_{05} & \beta_{06} \\ \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{14} & \beta_{15} & \beta_{16} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{24} & \beta_{25} & \beta_{26} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} & \beta_{34} & \beta_{35} & \beta_{36} \\ \beta_{41} & \beta_{42} & \beta_{43} & \beta_{44} & \beta_{45} & \beta_{46} \\ \beta_{51} & \beta_{52} & \beta_{53} & \beta_{54} & \beta_{55} & \beta_{56} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\omega_{HP} \\ \Delta\omega_{IP} \\ \Delta\omega_{LPA} \\ \Delta\omega_{LPB} \\ \Delta\omega_{GEN} \\ \Delta\omega_{EXC} \end{bmatrix} \tag{9.79}$$

Assim, para controlar o *i*-ésimo modo torcional, utiliza-se o seguinte sinal de controle:

$$\Delta\hat{\omega}_{m_i} = \beta_{i,1}\Delta\omega_{HP} + \beta_{i,2}\Delta\omega_{IP} + \ldots + \beta_{i,5}\Delta\omega_{GEN} + \beta_{i,6}\Delta\omega_{EXC} \tag{9.80}$$

onde $\beta_{i,j}$ corresponde ao elemento *i*, *j* da matriz $\mathbf{Q}^{-1}$. O superscrito '^' significa que o sinal de controle é um sinal sintetizado.

A matriz $\mathbf{Q}$ é calculada no Apêndice A, e sua inversa é dada por:

$$\mathbf{Q}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0321 & 0.0538 & 0.2967 & 0.3055 & 0.3001 & 0.0118 \\ -0.1920 & -0.2416 & -0.7822 & 0.2627 & 0.8620 & 0.0910 \\ 0.2633 & 0.2594 & 0.3323 & -0.9007 & -0.8367 & 0.8825 \\ 0.4874 & 0.2793 & -1.0350 & -0.4428 & 0.7563 & -0.0453 \\ 0.0531 & -0.0045 & -0.2859 & 0.5855 & -0.3569 & 0.0085 \\ -0.3257 & 0.6927 & -0.4330 & 0.0831 & -0.0172 & 0.0001 \end{bmatrix}$$

A Figura 9.25 apresenta o diagrama de blocos do controle proposto para a mitigação da interação torcional no sistema IEEE First Benchmark Model em toda a faixa de compensação. Como o sistema possui quatro modos torcionais críticos (15 Hz, 20 Hz, 25 Hz e 32 Hz), o controlador possui quatro canais em paralelo, além de um canal para o controle do modo eletromecânico (modo 0). Cada canal possui ainda blocos de compensação de ganho e fase ajustados para amortecer seus respectivos modos torcionais. O sinal de saída do controlador é obtido pela soma dos sinais de cada canal e é aplicado à referência do regulador de tensão do gerador.

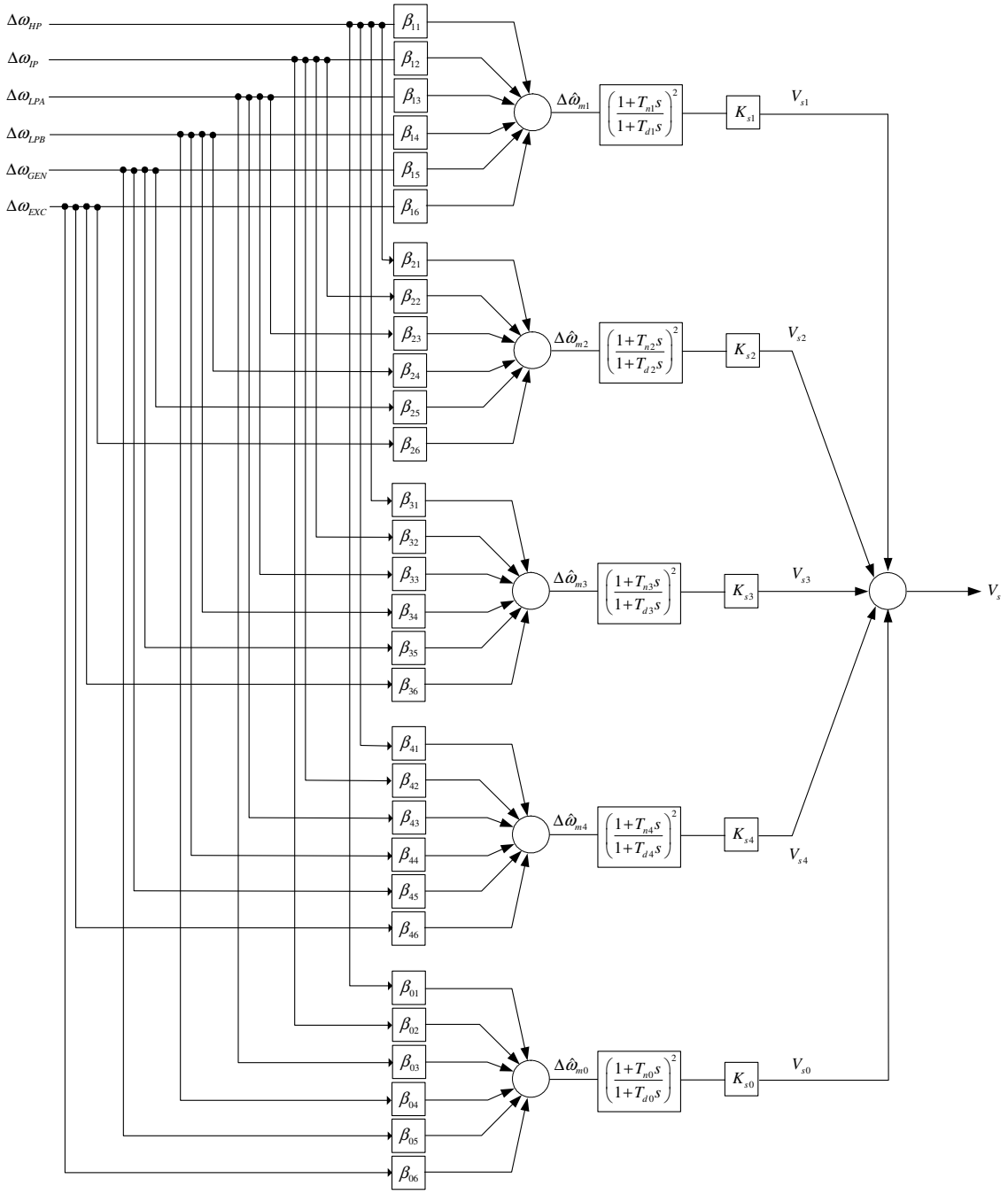
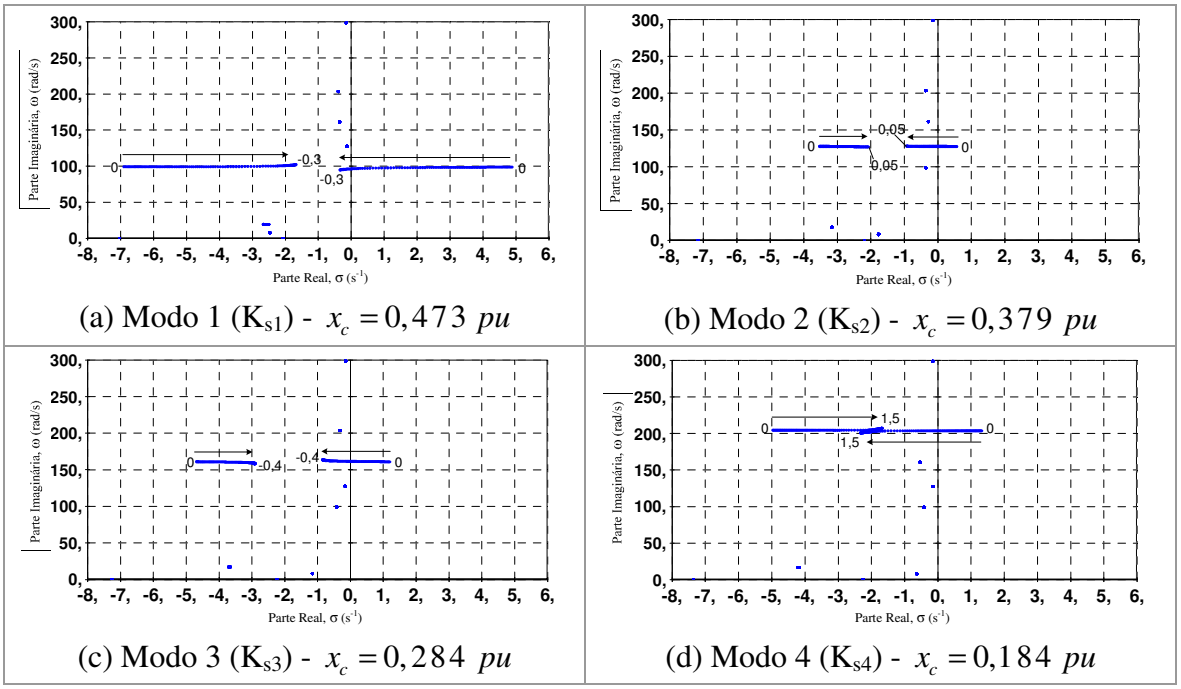


Figura 9.25 – Diagrama de blocos do controle suplementar aplicado ao sistema de excitação do gerador para mitigar a RSS no sistema IEEE First Benchmark Model

A Figura 9.26 apresenta o diagrama do lugar das raízes para o ajuste dos ganhos de cada canal. Em cada caso, os ajustes foram feitos para os níveis de compensação críticos para cada modo torcional. Observe que a variação dos ganhos não afeta os demais modos torcionais.



(a) Modo 1 (K_{s1}) - $x_c = 0,473\ pu$

(b) Modo 2 (K_{s2}) - $x_c = 0,379\ pu$

(c) Modo 3 (K_{s3}) - $x_c = 0,284\ pu$

(d) Modo 4 (K_{s4}) - $x_c = 0,184\ pu$

Figura 9.26 – Ajuste dos ganhos do controle suplementar aplicado ao sistema de excitação para cada caso crítico

A Figura 9.27 mostra o comportamento dos autovalores do sistema quando o grau de compensação série é variado de 0% a 72% da reatância total. Verifica-se que para todos os níveis de compensação os autovalores se mantêm no semiplano esquerdo do plano complexo, comprovando a eficácia do controle proposto.

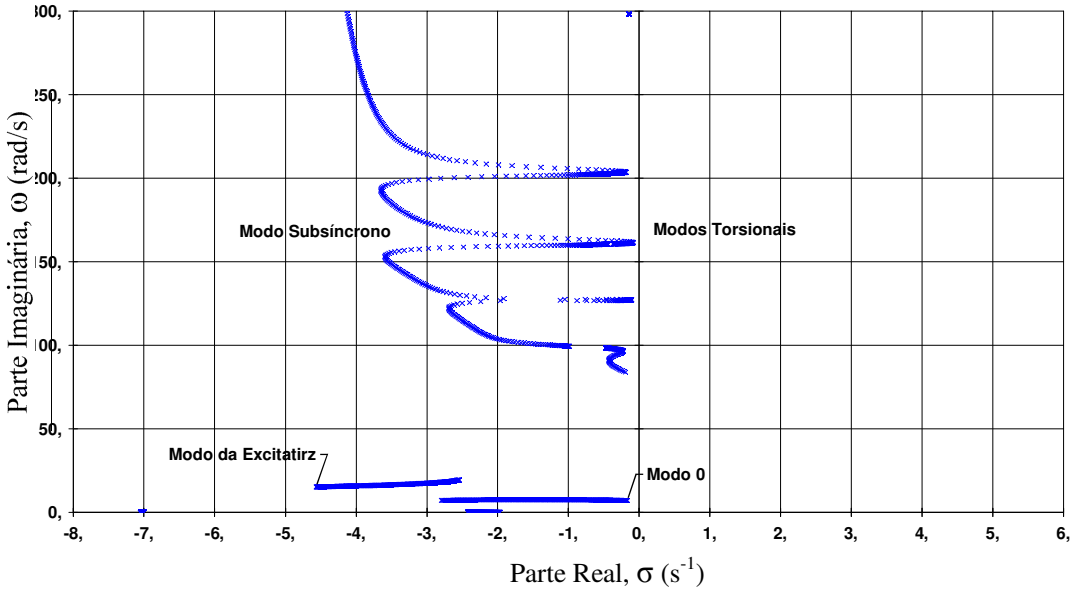


Figura 9.27 – Lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série X_C de 0,0 pu (0%) a 0,50 pu (72%) – Caso com controle suplementar

O detalhamento do comportamento dos modos torcionais 1 e 2 (15 Hz e 20 Hz) e do modo subsíncrono nas faixas críticas de compensação é apresentado na Figura 9.28.

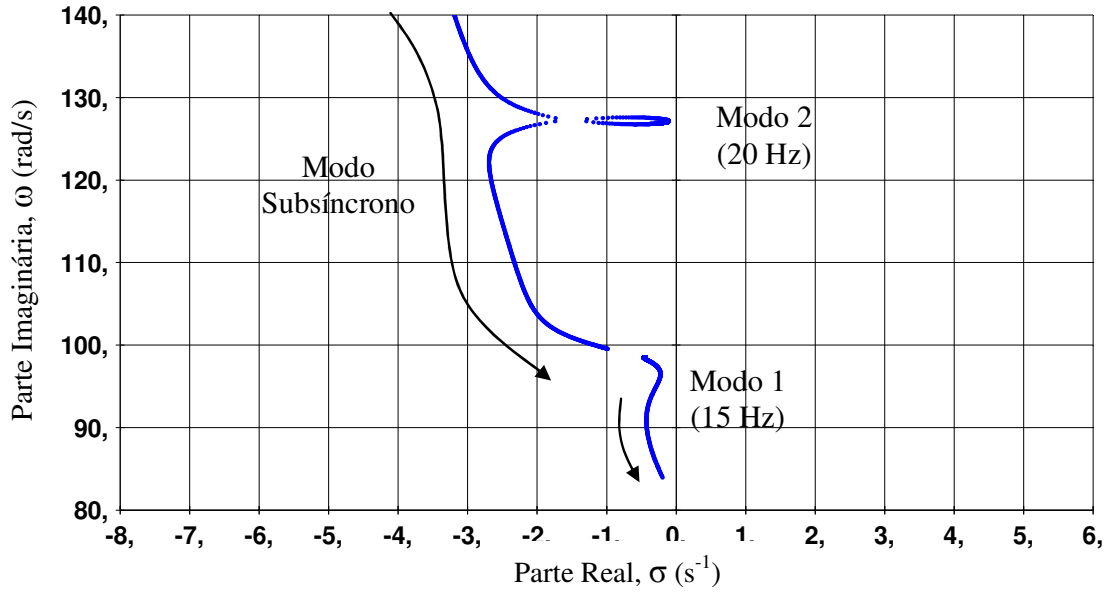


Figura 9.28 - Lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série X_C de 0,0 pu (0%) a 0,50 pu (72%) – Caso com controle suplementar – Modos 1 e 2

A Tabela 9.4 apresenta os autovalores do sistema referentes aos modos torcionais (15 Hz, 20 Hz, 25 Hz e 32 Hz), ao modo subsíncrono e ao modo eletromecânico para as condições críticas de compensação.

Tabela 9.4 – Autovalores do sistema para valores críticos de compensação - Caso com controle suplementar

X_C (pu)	**Modo 0 1,2 Hz**	**Modo Subsíncrono**	**Modo 1 15 Hz**	**Modo 2 20 Hz**	**Modo 3 25 Hz**	**Modo 4 32 Hz**
0,184	-0,62±j7,51	-1,58±j207,8	-0,41±j98,5	-0,13±j127,0	-0,53±j160,3	-2,58±j198,8
0,284	-1,14±j7,72	-3,03±j157,3	-0,41±j98,4	-0,15±j126,9	-0,73±j163,0	-0,46±j203,3
0,379	-1,75±j7,71	-2,20±j126,0	-0,35±j98,2	-0,75±j127,6	-0,27±j160,8	-0,52±j203,1
0,473	-2,46±j7,39	-1,58±j101,4	-0,30±j94,0	-0,11±j127,1	-0,34±j160,7	-0,57±j203,0

A Figura 9.29 apresenta a resposta do sistema a uma perturbação em degrau de 0,01 *pu* na potência mecânica do gerador para uma compensação de 54,1% da reatância total do sistema ($X_c = 0,379$ *pu*), correspondente ao nível de máxima interação com o modo 2 (20 Hz). A figura compara os casos com e sem controle suplementar aplicado ao sistema de excitação.

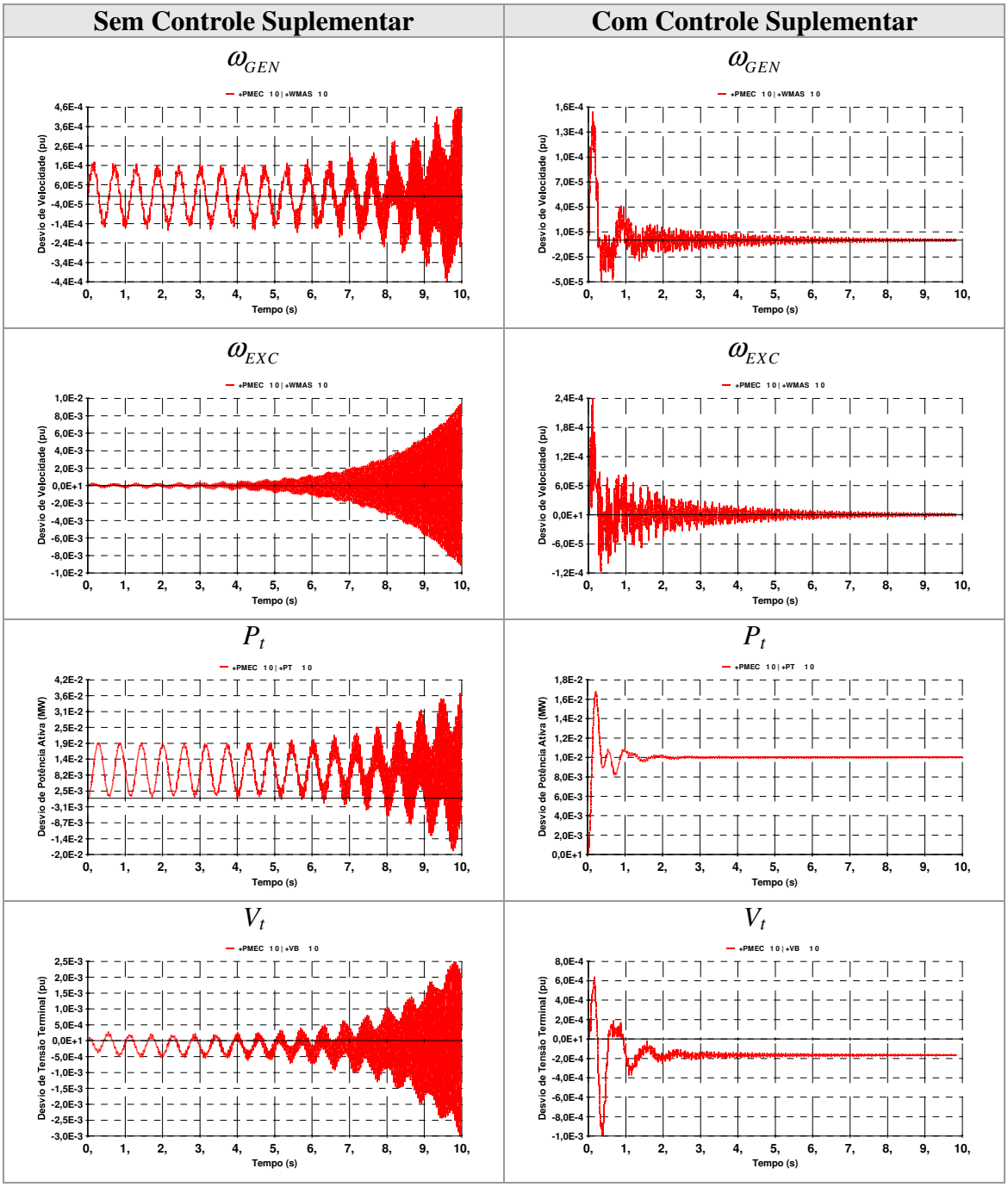


Figura 9.29 - Resposta do sistema IEEE FBM a uma perturbação em degrau de 0,01 pu na potência mecânica do gerador – X_c = 0,379 pu (54,1%)

Apesar de o controlador desenvolvido ter se mostrado eficaz no amortecimento dos modos torcionais, sua realização prática torna-se crítica, uma vez que a medição direta de todos os sinais de velocidade não é possível. No entanto, os sinais que não puderem ser medidos diretamente podem ser computados a partir de grandezas mensuráveis da máquina, através de um dispositivo denominado *monitor torcional* (STEIN e FICK, 1980). Normalmente, este equipamento é utilizado como proteção on-line na prevenção

contra perda de vida útil por fadiga mecânica (RAMEY et al., 1980b), mas algumas aplicações no controle da ressonância subsíncrona são encontradas na literatura (WASYNCZUK, 1981). O diagrama de blocos da Figura 9.30 ilustra o princípio de funcionamento do monitor torcional.

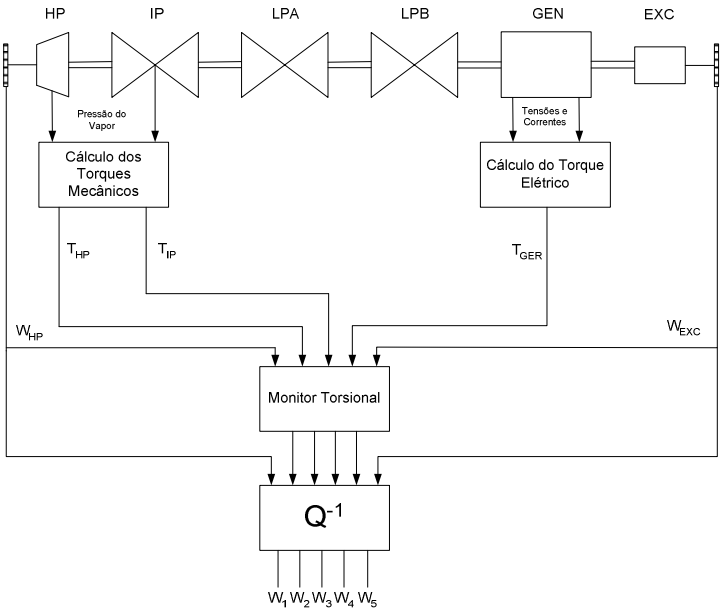


Figura 9.30 – Diagrama de blocos do sistema de controle utilizando o monitor torcional

9.8. Análise do Sistema IEEE Second Benchmark Model – Sistema 2

Este sistema é constituído por duas unidades geradoras em paralelo conectadas a uma barra infinita através de uma linha de transmissão série-compensada (IEEE, 1985a). Os valores dos parâmetros das máquinas síncronas (e seus respectivos eixos) e da rede elétrica são apresentados no Apêndice B. O apêndice inclui ainda a análise modal dos eixos turbina-gerador individualmente, fornecendo as freqüências naturais de oscilação dos modos torcionais e seus respectivos mode-shapes.

A Figura 9.31 mostra o diagrama unifilar do sistema em estudo, indicando o valor dos parâmetros e do ponto de operação utilizados nas simulações. As impedâncias são dadas na freqüência industrial (60 Hz) em *pu* da base de 100 MVA. Inicialmente, não foram representados quaisquer sistemas de controle para os geradores.

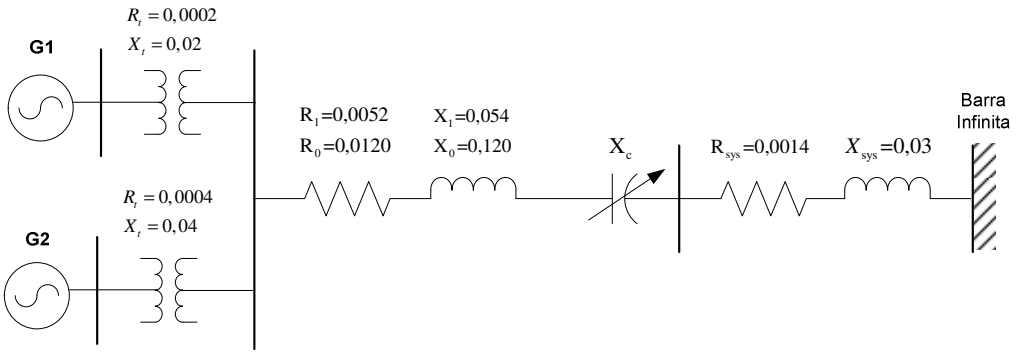


Figura 9.31 – Sistema IEEE Second Benchmark Model (Sistema 2) para análise de ressonância subsíncrona

Uma característica importante deste sistema é a existência de uma freqüência natural comum a ambas as unidades geradoras, em 24,65 Hz. Quando estas unidades geradoras são conectadas em paralelo, verifica-se um duplo pico de ressonância próximo a esta freqüência, resultado do acoplamento elétrico entre as unidades (WALKER, 1975). Esta característica pode ser visualizada através da resposta em freqüência das funções de transferência que relacionam a velocidade terminal de cada máquina com a respectiva potência mecânica aplicada a seu eixo ($\omega(s)/P_{mec}(s)$) para uma compensação de 30% da reatância da linha.

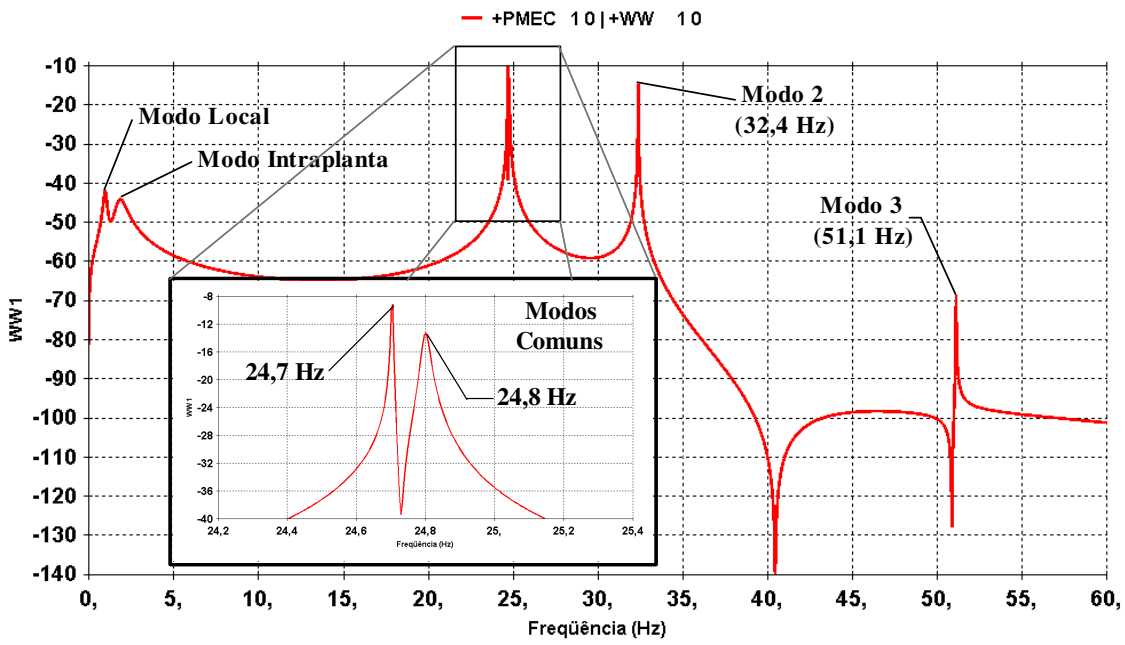


Figura 9.32 – Resposta em freqüência da função de transferência $\omega_1(s)/P_{mec1}(s)$ – IEEE Second Benchmark Model – Sistema 2

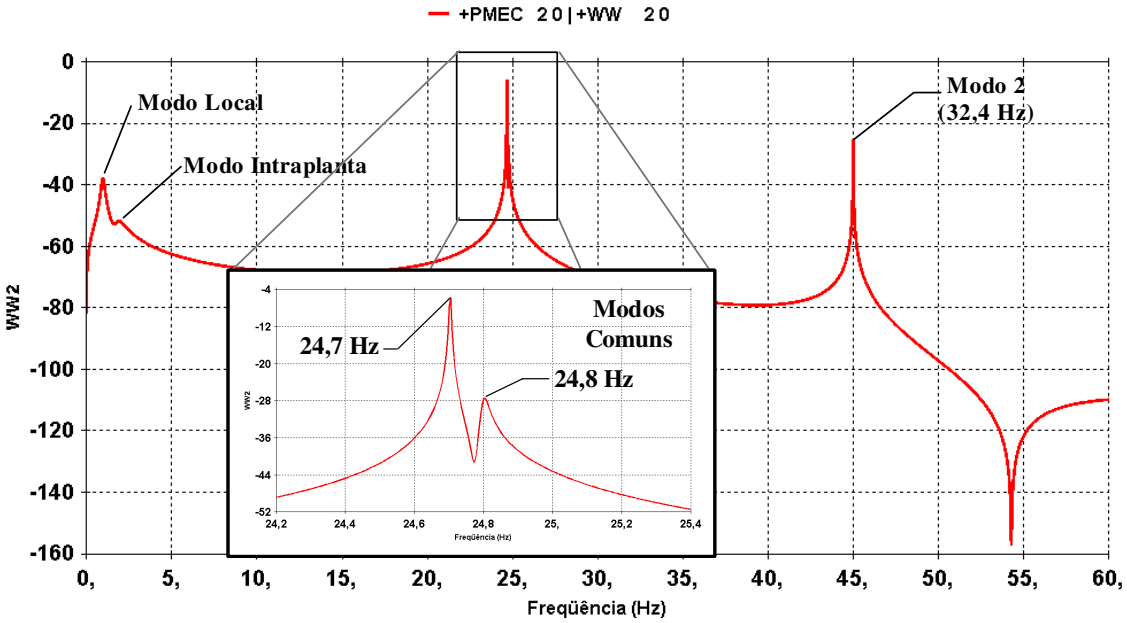
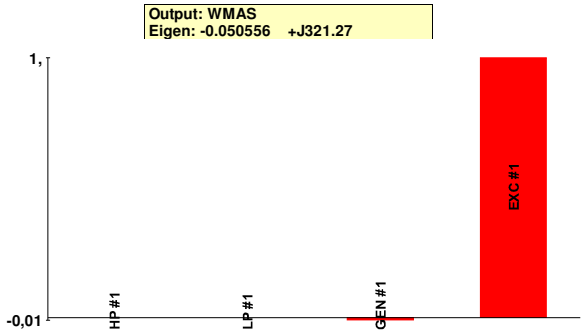
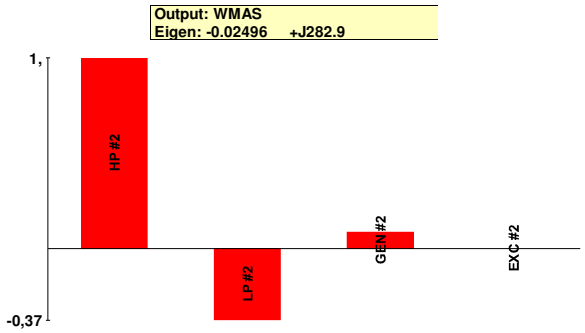
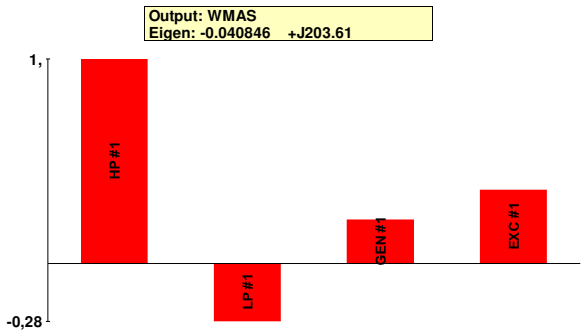
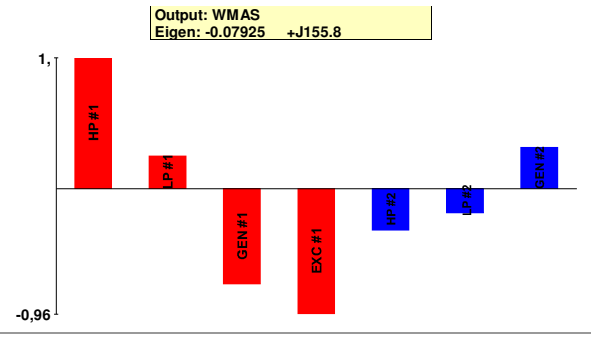
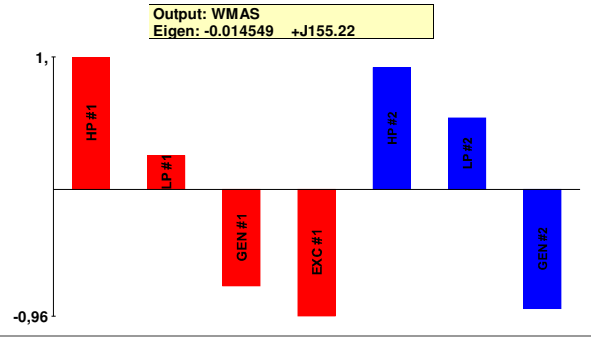


Figura 9.33 – Resposta em freqüência da função de transferência $\omega_2(s)/P_{mec2}(s)$ – IEEE Second Benchmark Model – Sistema 2

As figuras anteriores mostram claramente que o sistema mecânico de cada gerador é excitado com maior intensidade nas suas freqüências naturais de oscilação. Perturbações na freqüência dos modos comuns em uma das unidades geradoras são refletidas no outro gerador devido ao acoplamento elétrico entre eles. Estes resultados estão coerentes com as análises realizadas no item 9.5, onde o efeito do acoplamento elétrico entre as unidades foi representado a partir de constantes elásticas equivalentes. Com um baixo acoplamento, estas duas freqüências seriam iguais. A medida que o acoplamento é aumentado, a diferença de freqüência também aumenta.

Esta característica resulta em um par de modos nos quais as seções dos eixos oscilam em fase e em oposição de fase, como pode ser observado nos mode-shapes do sistema, apresentados na Figura 9.34 para uma compensação de 30% da reatância total da linha. As freqüências de 1,01 Hz e 1,81 Hz referem-se ao modo local da usina e ao modo intraplanta, respectivamente.

Mode-Shape	Modo
	Modo 3 (G1) 51,13 Hz
	Modo 2 (G2) 45,03 Hz
	Modo 2 (G1) 32,40 Hz
	Modo 1 Comum (G1/G2) 24,80 Hz
	Modo 1 Comum (G1/G2) 24,70 Hz

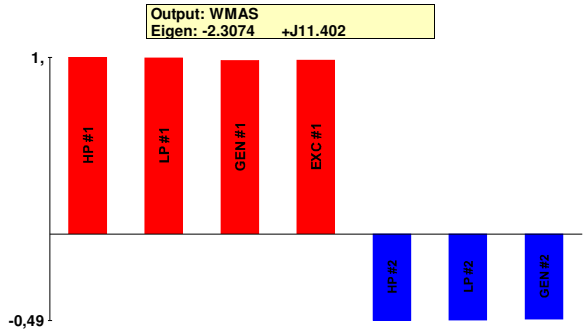
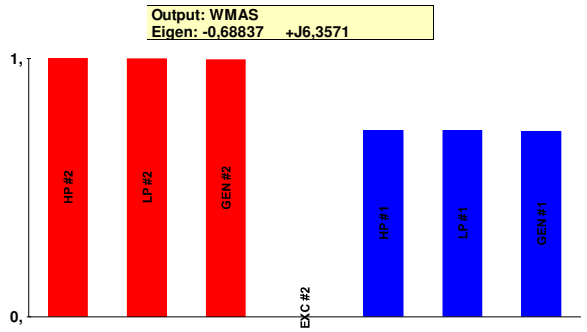
Mode-Shape	Modo
	Modo Intraplanta 1,81 Hz
	Modo Local 1,01 Hz

Figura 9.34 – Mode-shapes do sistema IEEE Second Benchmark Model

A Figura 9.35 apresenta o comportamento dos autovalores do sistema quando o nível de compensação série é variado de 10% (0,0054 pu) até 90% (0,0486 pu) da reatância total da linha. Verifica-se que para algumas faixas de compensação, os modos torcionais de mais baixa freqüência são deslocados para a direita no plano complexo devido ao mecanismo de interação torcional. Não são verificados problemas relacionados ao efeito de gerador de indução.

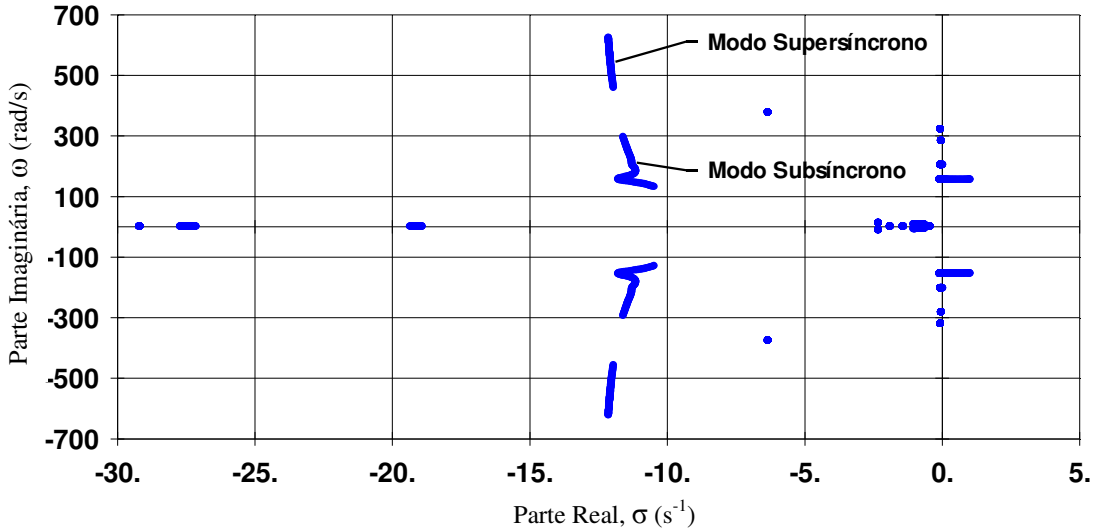


Figura 9.35 – Lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série X_C de 0,0054 pu (10%) a 0,0486 (90%) – IEEE Second Benchmark Model – Sistema 2

O detalhamento do comportamento dos modos torcionais nas faixas críticas de compensação é apresentado na Figura 9.36 e na Tabela 9.5, nas quais verificam-se que as máximas interações com o sistema elétrico ocorrem para os níveis de compensação de 44,2%, 62,9% e 72,9%. Os modos comuns a G1 e G2 apresentam comportamento completamente distinto a medida que o nível de compensação é variado.

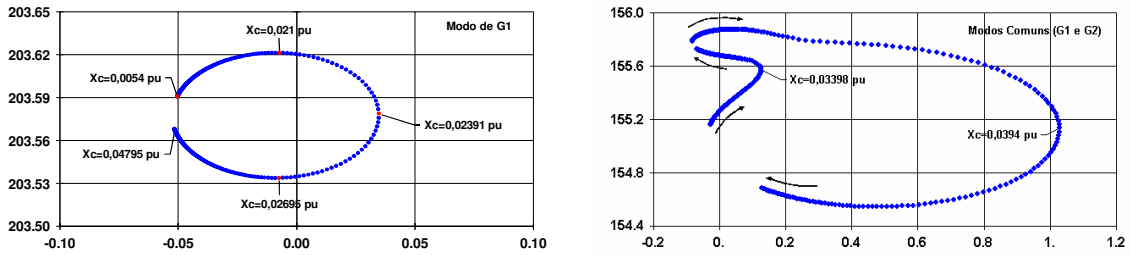


Figura 9.36 - Detalhe do diagrama do lugar das raízes nas faixas críticas de compensação – IEEE Second Benchmark Model – Sistema 2

Tabela 9.5 – Graus de compensação críticos do ponto de vista de interação torcional – IEEE Second Benchmark Model – Sistema 2

Freqüência (Hz)	**X_C (pu)**	**% X_L**	**Autovalor**	**ζ (%)**
24,8	0,03940	72,9%	1,0289±j155,13	-0,66%
24,7	0,03398	62,9%	0,1260±j155,57	-0,08%
32,4	0,02391	44,2%	0,0348±j203,59	-0,017%

A Tabela 9.6 apresenta o comportamento do modo subsíncrono e de um dos modos torcionais comuns (Modo 1 – 24,8 Hz) em função do grau de compensação série da linha. Os fatores de participação das variáveis $\Delta\omega_{GEN1}$ (velocidade da seção referente à massa do gerador de G1), $\Delta\omega_{GEN2}$ (velocidade da seção referente à massa do gerador de G2) e Δv_{cq} (tensão no capacitor no eixo q) são calculados para ambos os modos. Conforme esperado, a medida que a freqüência do modo subsíncrono se aproxima de 24,8 Hz (freqüência do modo torcional), o amortecimento do modo torcional vai se tornando negativo. Por outro lado, o modo subsíncrono é impulsionado para a esquerda, tendo seu amortecimento aumentando. Nesta condição, o fator de participação de Δv_{cq} no modo torcional é grande, decorrente da forte interação entre a rede elétrica e o eixo de ambos os geradores. Da mesma forma, as variáveis de estado $\Delta\omega_{GEN1}$ e $\Delta\omega_{GEN2}$ apresentam participação significativa no modo subsíncrono da rede elétrica. Com o aumento do nível de compensação além destes valores, a freqüência do modo

subsíncrono é reduzida, afastando-se da freqüência do modo torcional e diminuindo a interação. A análise dos fatores de participação indica ainda que quanto maior o nível de compensação, maior é o acoplamento entre os dois conjuntos turbina-gerador, devido à influência mútua entre as seções HP e GEN de G1 e da seção GEN de G2.

Tabela 9.6 – Comportamento do modo subsíncrono e do modo torcional comum (Modo 1 – 24,8 Hz) em função do grau de compensação série

Comp. (%)	**Modo Torcional (Modo Comum – 24,8 Hz)**						**Modo Subsíncrono**					
	Autovalor	**f (Hz)**	**ζ (%)**	**Fatores de Participação**			**Autovalor**	**f (Hz)**	**ζ (%)**	**Fatores de Participação**		
				$\Delta\omega_{GEN1}$	$\Delta\omega_{GEN2}$	Δv_{cq}				$\Delta\omega_{GEN1}$	$\Delta\omega_{GEN2}$	Δv_{cq}
35%	-0,0771±j155,8	24,8	0,05	100%	32,6%	0,0%	-11,297±j223,3	35,5	5,05	0,8%	0,1%	100%
45%	-0,0661±j155,8	24,8	0,04	100%	25,1%	0,1%	-11,254±j202,6	32,2	5,55	1,2%	0,7%	100%
55%	-0,0204±j155,8	24,8	0,01	100%	16,5%	0,5%	-11,131±j184,1	29,3	6,05	1,6%	0,8%	100%
60%	0,0617±j155,9	24,8	-0,04	100%	18,4%	1,2%	-11,168±j175,3	27,9	6,36	2,8%	1,1%	100%
65%	0,3779±j155,7	24,8	-0,24	100%	48,2%	4,8%	-11,361±j167,0	26,6	6,79	5,3%	2,0%	100%
70%	0,8968±j155,5	24,8	-0,58	100%	53,6%	10,7%	-11,710±j159,3	25,4	7,33	8,3%	3,0%	100%
72,9%	1,0267±j155,1	24,7	-0,66	100%	59,7%	12,8%	-11,764±j155,1	24,7	7,56	8,6%	3,2%	100%
75%	0,9718±j154,9	24,7	-0,63	100%	63,9%	12,7%	-11,660±j152,3	24,2	7,64	7,8%	2,8%	100%
80%	0,5667±j154,5	24,6	-0,37	100%	75,3%	8,8%	-11,140±j145,2	23,1	7,65	4,7%	1,6%	100%
90%	0,1276±j154,7	24,6	-0,08	100%	97,9%	3,1%	-10,465±j130,8	20,8	7,98	1,2%	0,3%	100%

A Figura 9.37 apresenta a resposta do sistema a uma perturbação em degrau de 0,01 pu positiva na potência mecânica do gerador G1 e negativa na potência mecânica do gerador G2 para um nível de compensação de 30% da reatância total da linha ($X_c = 0,0162$ pu). Conforme previsto na análise dos autovalores, o sistema é estável para este nível de compensação.

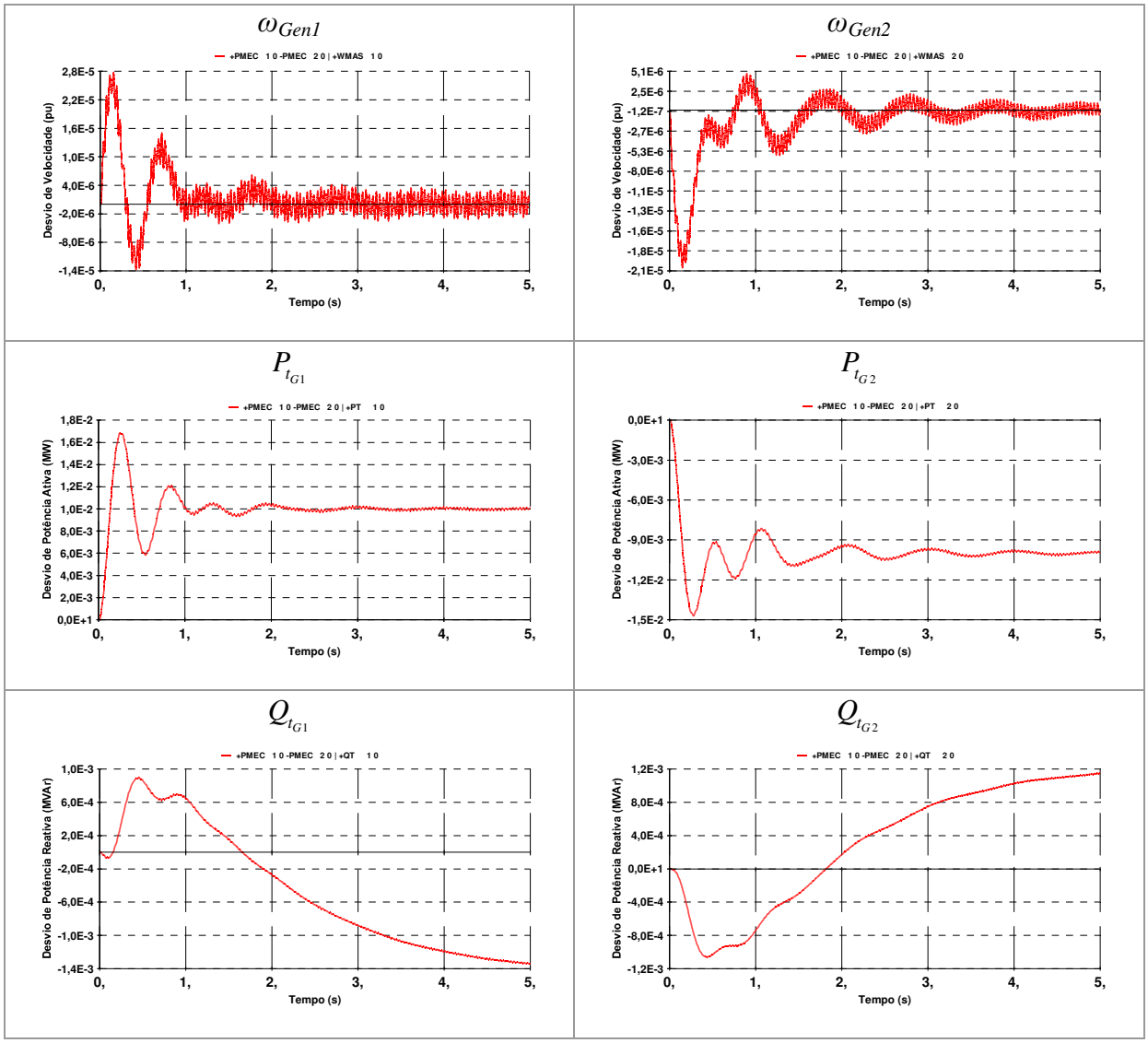


Figura 9.37 – Resposta do sistema IEEE SBM (Sistema 2) a uma perturbação em degrau de 0,01 pu positiva em P_{mec1} e negativa em P_{mec2} – X_c = 0,0162 pu (30%)

Considere agora a mesma perturbação para um nível de compensação de 72,9% da reatância total da linha ($X_c = 0,0394$ pu). Conforme previsto na análise dos autovalores, o modo torcional de 24,8 Hz é instável para este nível de compensação, resultando em oscilações crescentes no tempo, como pode ser observado na Figura 9.38.

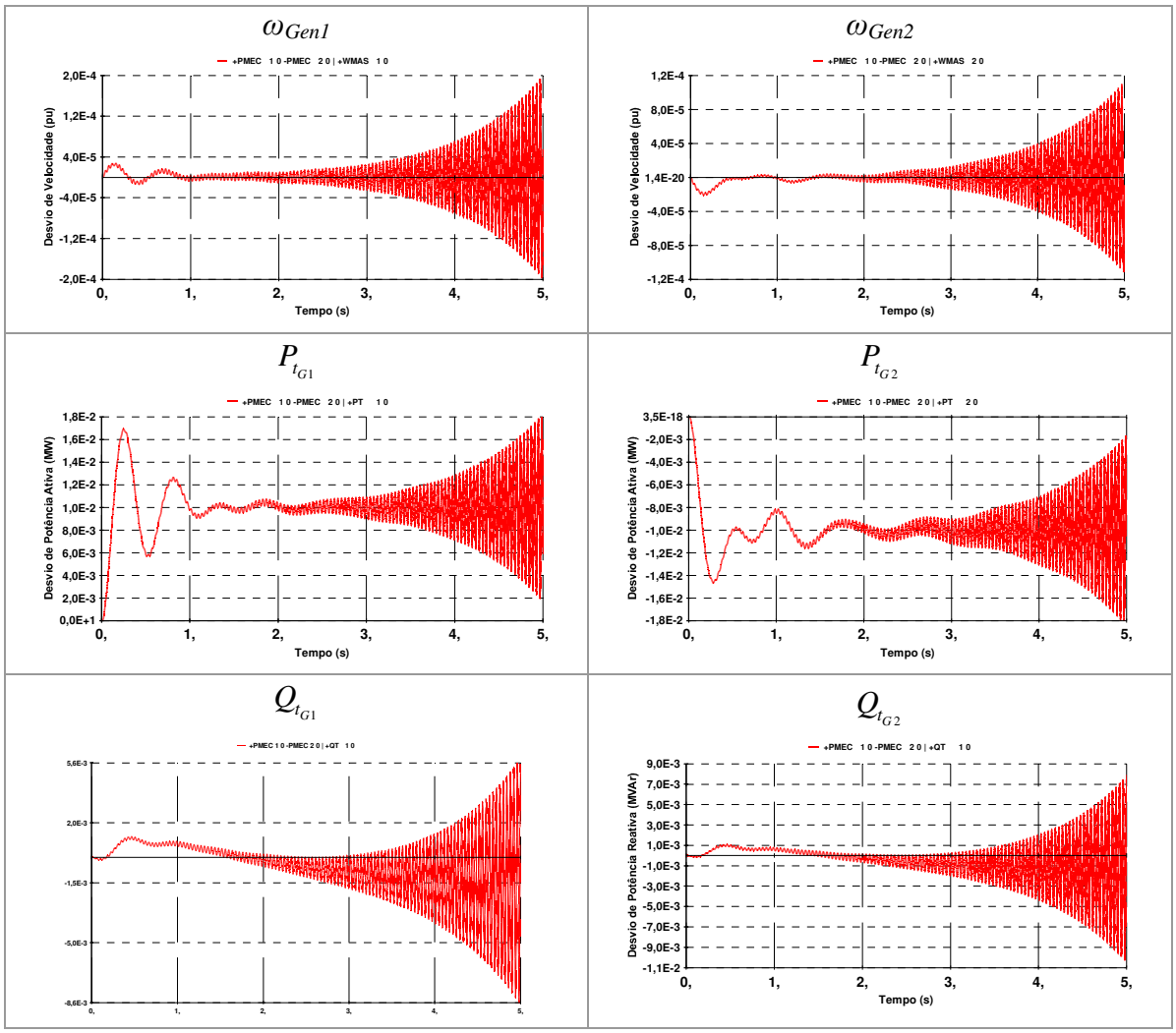


Figura 9.38 – Resposta do sistema IEEE SBM (Sistema 2) a uma perturbação em degrau de 0,01 pu positiva em P_{mec1} e negativa em P_{mec2} – X_c = 0,0394 pu (72,9%)

9.8.1. Mitigação da RSS Utilizando o SVC

Conpensadores estáticos de reativos (SVC) são utilizados primordialmente em situações em que é exigido um controle rápido e preciso da tensão em um barramento. No entanto, sinais suplementares podem ser adicionados ao seu controle com o objetivo de amortecer oscilações eletromecânicas de baixa freqüência (MARTINS e LIMA, 1990) e oscilações subsíncronas (RAMEY et al., 1981, WANG e HSU, 1988). Neste item será avaliada a utilização de um SVC como forma de mitigação da ressonância subsíncrona no sistema 2 do IEEE Second Benchmark Model. O SVC será conectado à barra de alta de 500 kV dos geradores, conforme ilustrado na Figura 9.39.

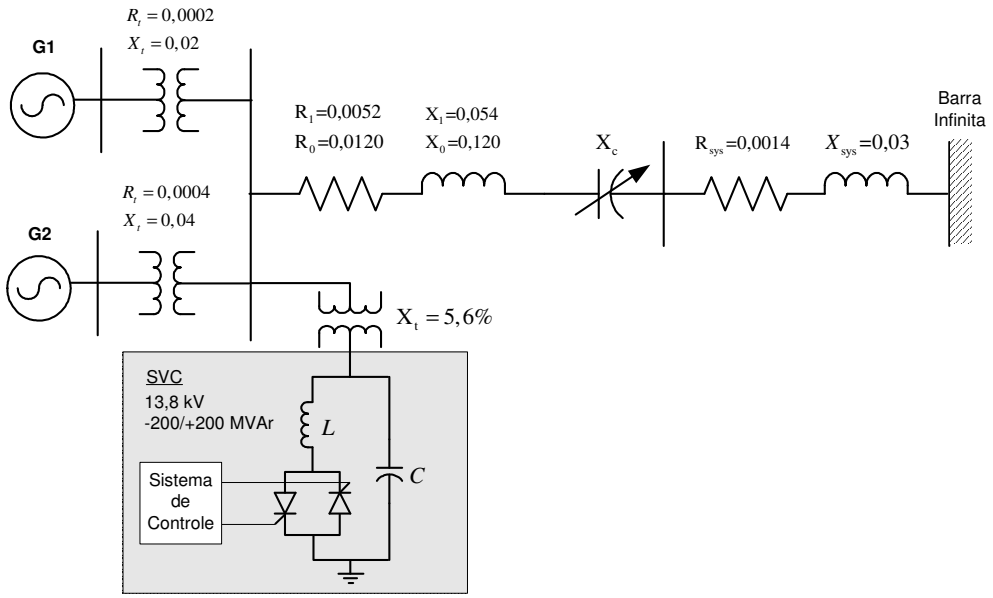


Figura 9.39 – Localização do SVC aplicado ao IEEE Second Benchmark Model para o controle da ressonância subsíncrona

Pela Tabela 9.5, a máxima interação envolvendo os modos torcionais comuns ocorre para um nível de compensação de 72,9% ($X_c = 0,0394$ pu). O objetivo é desenvolver um controle suplementar para o SVC, com o objetivo de amortecer estes modos de oscilação, tornando o sistema estável.

Inicialmente será utilizado um controle suplementar baseado no sinal de velocidade do gerador G1, $\Delta\omega_{GEN,G1}$, conforme proposto em (WANG e HSU, 1988). A estrutura do controlador é apresentada na Figura 9.40. A velocidade do gerador é um sinal remoto e pode ser obtido através de telemedição ou sintetizado a partir de medições locais de tensão e corrente. A saída do controle suplementar, V_s, é aplicada à referência do regulador de tensão do SVC.

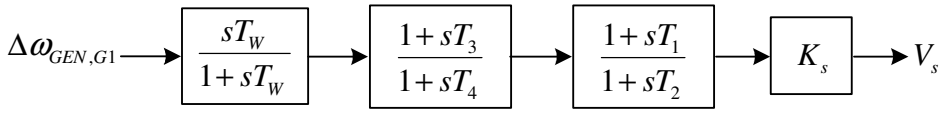


Figura 9.40 – Controle suplementar aplicado ao SVC utilzando $\Delta\omega_{GEN,G1}$ como sinal de entrada

Para as simulações, foi utilizado um modelo tensorial para o SVC (ver item 6.4). Neste item, foram discutidas duas abordagens distintas para a modelagem do ângulo de condução, σ (GOMES JR. et al., 2006b). A abordagem adotada considera que a componente fundamental do produto da função de chaveamento pela tensão sobre o

TCR está sempre em fase com o tensor fundamental da corrente do TCR. Este modelo simplificado permite a formulação do problema utilizando sistemas decritores, podendo ser aplicado o método QZ para o cálculo dos autovalores e do diagrama do lugar das raízes.

O ajuste da compensação de fase do sinal suplementar é realizado de forma que os modos comuns a G1 e G2 sejam deslocados em direção ao semiplano esquerdo do plano complexo à medida que o ganho do controlador é aumentado. Foram adotados os seguintes parâmetros para o regulador de tensão, para o PLL e para o controle suplementar do SVC:

Tabela 9.7 – Ajuste dos parâmetros do SVC

Parâmetro	**Ajuste**
$DROOP$	0%
K_P	0,5 pu/pu
K_I	500 s^{-1}
T_f	0,003 s
T_w	0,03 s
T_1, T_3	0,1 s
T_2, T_4	0,01 s
$K_{P_{PLL}}$	50 pu/pu
$K_{I_{PLL}}$	500 s^{-1}

A Figura 9.41 apresenta o diagrama do lugar das raízes para o ajuste do ganho do controle suplementar, K_s. Na figura, o ganho foi variado de 0 a 1,1 pu/pu.

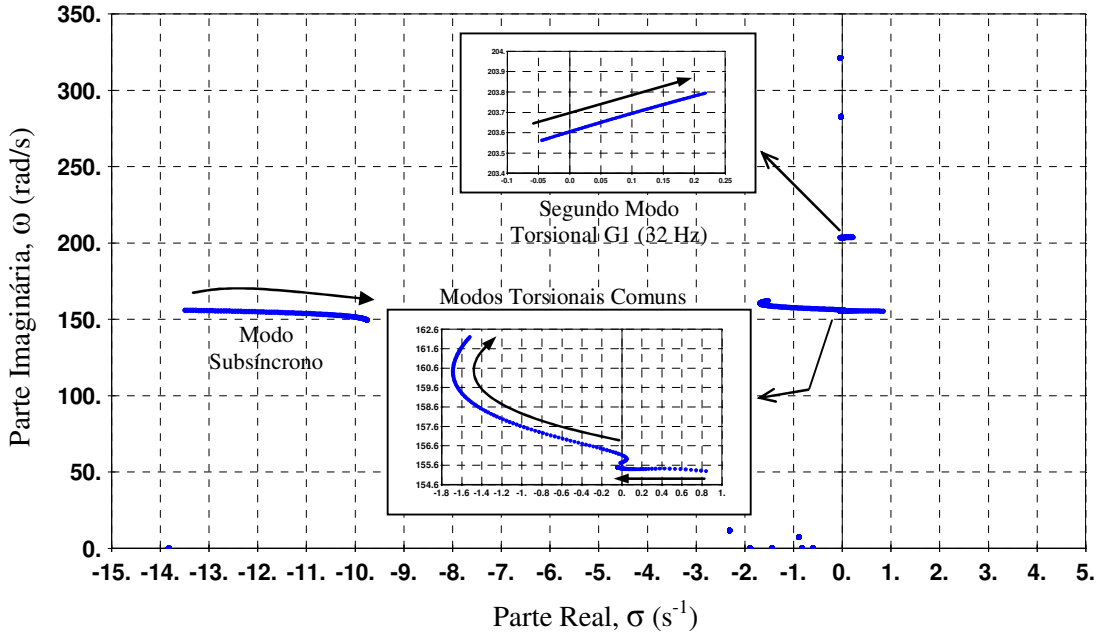


Figura 9.41 – Variação do ganho do controle suplementar aplicado ao SVC no sistema IEEE Second Benchmark Model utilizando $\Delta\omega_{GEN,G1}$ como sinal de entrada

Os principais autovalores do sistema para um ganho $K_s = 1{,}1$ pu/pu são apresentados na Tabela 9.8.

Tabela 9.8 – Autovalores do sistema IEEE Second Benchmark Model - Caso com controle suplementar aplicado ao SVC

N°	Autovalor	Freqüência (Hz)	Amortecimento (%)	Tipo
1	-12,5593±j598,29	95,2	2,10%	Supersíncrono
2	-0,0362±j321,27	51,1	0,01%	Torcional
3	-0,0250±j282,90	45,0	0,01%	Torcional
4	**+0,1921±j203,77**	**32,4**	**-0,09%**	**Torcional**
5	-1,6076±j161,63	25,7	0,99%	Torcional
6	-0,0464±j155,50	24,8	0,03%	Torcional
7	-9,7861±j149,97	23,9	6,51%	Subsíncrono
8	-89,3915±j22,78	3,6	96,9%	SVC/Gerador
9	-102,832±j21,71	3,4	97,8%	SVC/Gerador
10	-2,3093±j11,65	1,85	19,4%	Intraplanta
11	-0,8914±j7,14	1,14	12,4%	Modo Local
12	-0,5978	-	100%	Gerador
13	-32,6263	-	100%	Gerador/SVC
14	-469,73	-	100%	Gerador/SVC

Verifica-se que o aumento do ganho do controlador deslocou os modos torcionais críticos para o semiplano esquerdo do plano complexo, conforme desejado. No entanto, nota-se um efeito instabilizador no segundo modo torcional de G1 (32 Hz). Este fenômeno não é devido à presença do capacitor série, mas sim resultado da interação adversa com o sistema de controle suplementar desenvolvido.

Para contornar este problema, o controle suplementar pode ser adaptado de forma a eliminar a componente referente a este modo do sinal aplicado ao controlador. Um sinal com estas características pode ser obtido a partir dos sinais de velocidade medidos nas duas extremidades do turbogerador (HP e EXC), que são grandezas normalmente acessíveis. Referindo-se a equação (9.76), este sinal pode ser obtido pela seguinte expressão:

$$u = \Delta\omega_{EXC,G1} - \frac{q_{42}}{q_{12}}\Delta\omega_{HP,G1} \tag{9.81}$$

Escrevendo este sinal em função de suas componentes modais, tem-se:

$$u = \left(q_{40} - \frac{q_{42}}{q_{12}}q_{10}\right)\Delta\omega_0 + \left(q_{41} - \frac{q_{42}}{q_{12}}q_{11}\right)\Delta\omega_1 + \left(q_{43} - \frac{q_{42}}{q_{12}}q_{13}\right)\Delta\omega_3 \tag{9.82}$$

onde q_{ij} refere-se ao elemento associado à seção i e ao modo j da matriz de mode-shapes do gerador G1, Q, apresentada na Tabela B.9 (Apêndice B). Nota-se que a componente referente ao segundo modo torcional (32 Hz) não está presente neste sinal. O diagrama de blocos do controle proposto é apresentado na Figura 9.42.

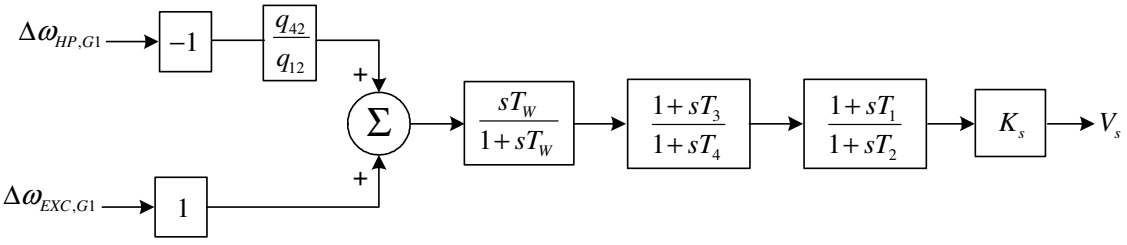


Figura 9.42 - Controle suplementar aplicado ao SVC utilizando sinal sem a componente referente ao segundo modo torcional de G1

Mantendo-se os mesmos ajustes do projeto anterior, pode-se traçar o diagrama do lugar das raízes para o ajuste do ganho do controle suplementar, ilustrado na Figura 9.43. Nesta figura, o ganho foi variado de 0 a 0,55 pu/pu.

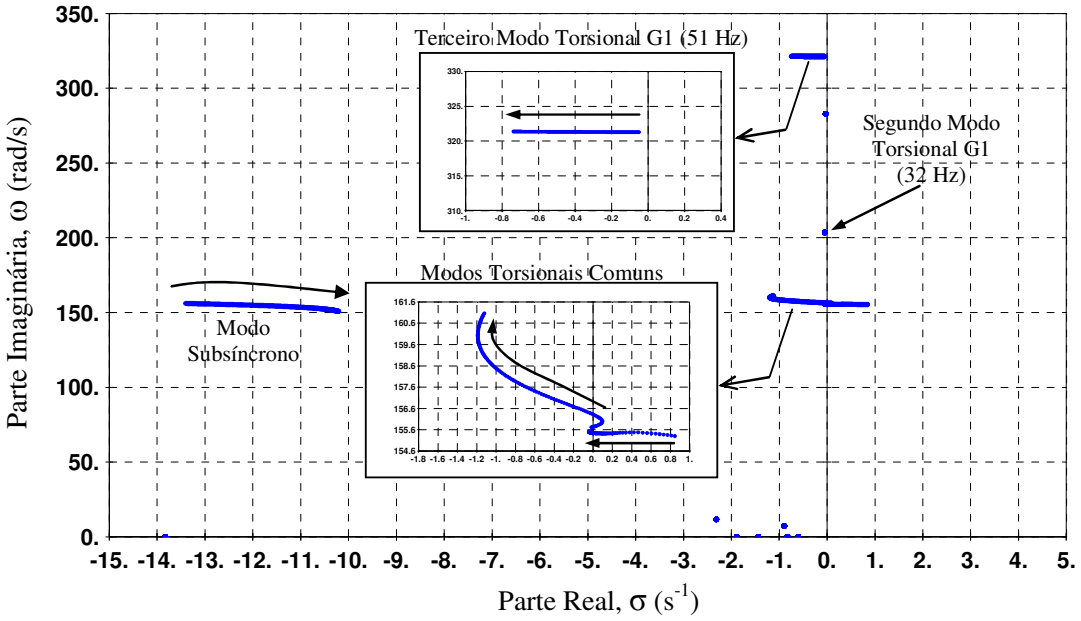


Figura 9.43 - Variação do ganho do controle suplementar aplicado ao SVC no sistema IEEE Second Benchmark Model utilizando sinal sem a componente referente ao segundo modo trsional de G1

Nota-se que o segundo modo torcional de G1 (32 Hz) não foi sensibilizado para variações no ganho do controlador, conforme esperado. O aumento do ganho do controlador atua no sentido de aumentar o amortecimento do terceiro modo torcional de G1 (51 Hz), não sendo necessários cuidados adicionais. Os principais autovalores do sistema para um ganho $K_s = 0,55$ pu/pu são apresentados na Tabela 9.9.

Tabela 9.9 – Autovalores do sistema IEEE Second Benchmark Model - Caso com controle suplementar aplicado ao SVC – Sinal alternativo

N°	Autovalor	Freqüência (Hz)	Amortecimento (%)	Tipo
1	-12,4807±j598,15	95,2	2,09%	Supersíncrono
2	-0,7391±j321,36	51,1	0,23%	Torcional
3	-0,0250±j282,90	45,0	0,01%	Torcional
4	-0,0411±j203,56	32,4	0,02%	Torcional
5	-1,1210±j161,07	25,6	0,70%	Torcional
6	-0,0409±j155,50	24,8	0,03%	Torcional
7	-10,2094±j150,69	24,0	6,76%	Subsíncrono
8	-86,6462±j38,44	6,1	91,4%	SVC
9	-2,3108±j11,65	1,85	19,5%	Intraplanta
10	-99,7703±j8,46	1,35	99,6%	SVC/Gerador
11	-0,8920±j7,14	1,14	12,4%	Modo Local

N°	Autovalor	Freqüência (Hz)	Amortecimento (%)	Tipo
12	-0,5977	-	100%	Gerador
13	-33,0531	-	100%	SVC
14	-33,6727	-	100%	SVC
15	-491,87	-	100%	SVC

O ajuste dos ganhos proporcional e integral do regulador de tensão do SVC é realizado de forma a atender as necessidades de regulação e desempenho transitório da tensão. Desta forma, é importante garantir que o controle suplementar seja eficaz para uma faixa considerável de valores destes parâmetros. A Figura 9.44 e a Figura 9.45 apresentam a influência da variação destes ganhos no amortecimento dos modos torcionais. O ganho proporcional, K_p, foi variado de 0 a 1,0 pu/pu, enquanto o ganho integral, K_I, foi variado de 25 a 750 s^{-1}.

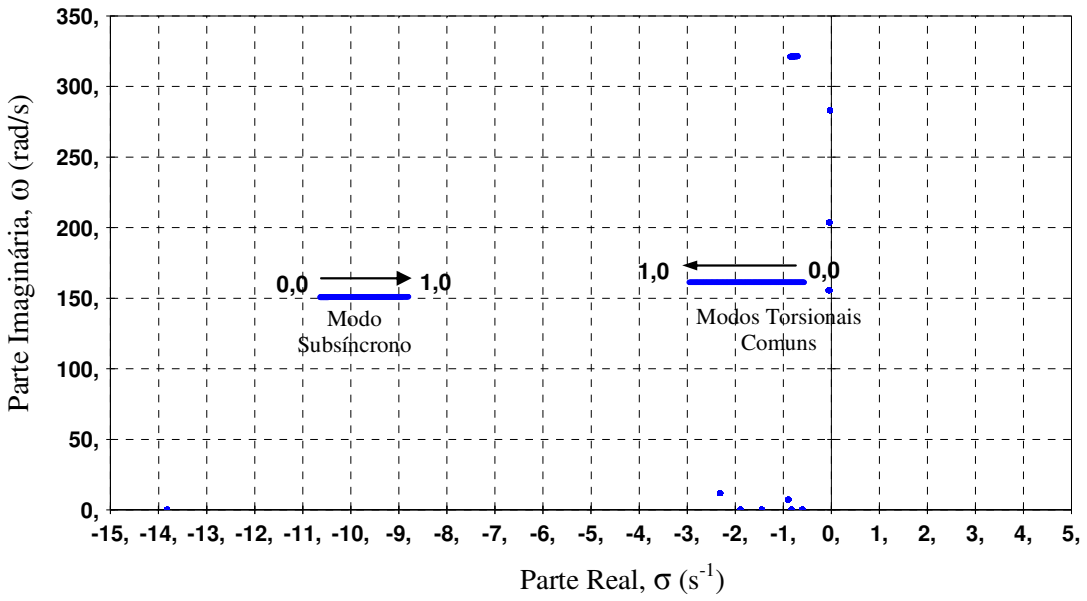


Figura 9.44 - Variação do ganho proporcional do regulador de tensão do SVC na presença do controle suplementar proposto

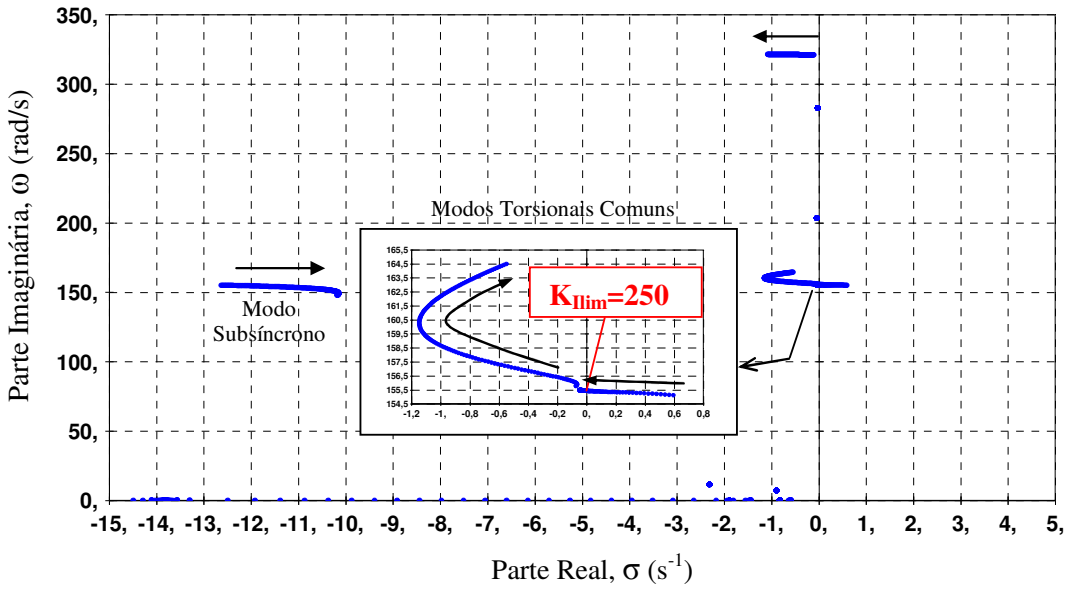
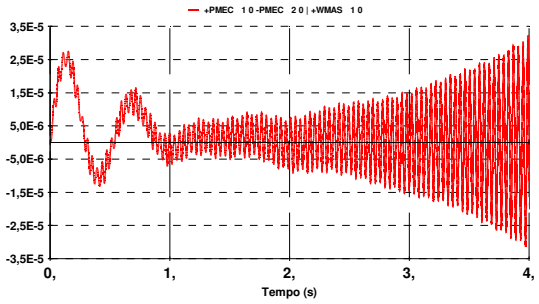
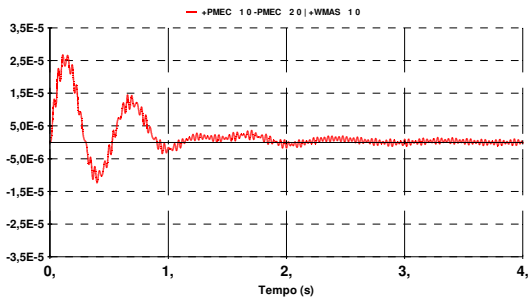
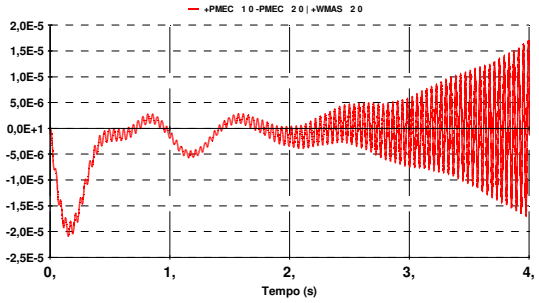
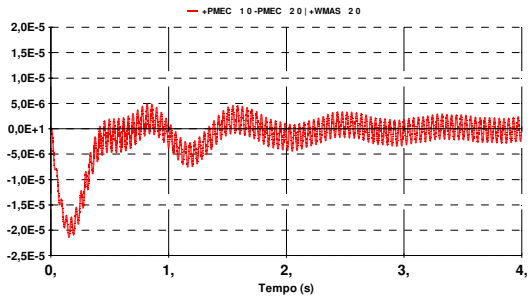
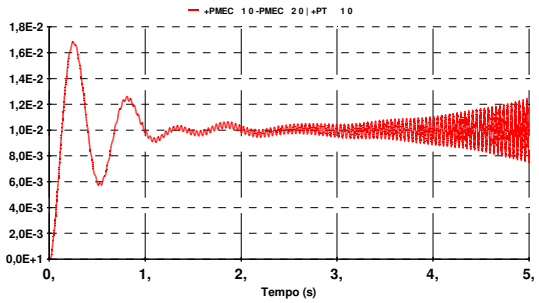
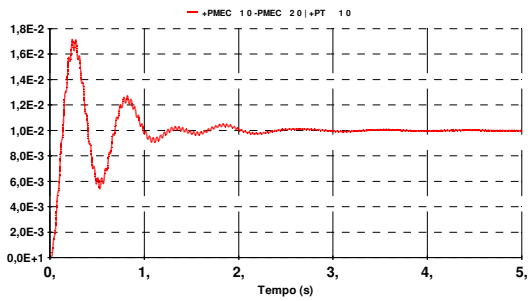
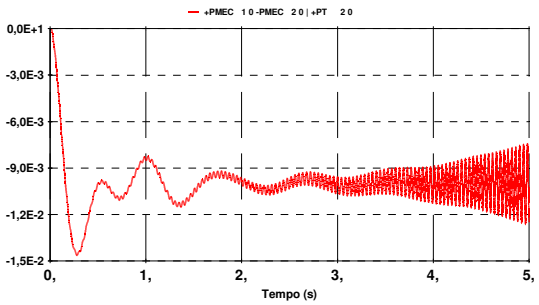
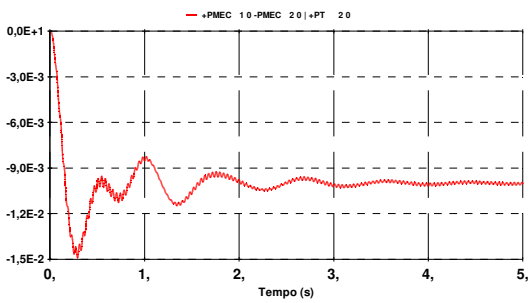


Figura 9.45 - Variação do ganho integral do regulador de tensão do SVC na presença do controle suplementar proposto

Verifica-se que os modos torcionais se mantêm no semiplano esquerdo do plano complexo para qualquer valor de K_p, mantendo-se $K_I = 500$ s^{-1}. O aumento de K_p contribui positivamente para o amortecimento de um dos modos comuns e não exerce influência significativa nos outros modos torcionais. Em relação ao ganho integral, observa-se que o sistema é estável para valores de K_I superiores a 250 s^{-1}, mantendo-se $K_P = 0,25$ pu/pu.

A Figura 9.46 apresenta a resposta do sistema a uma perturbação em degrau de 0,01 *pu* positiva em P_{mec1} e negativa em P_{mec2} para uma compensação de 72,9% ($X_c = 0,0394$ *pu*), correspondente ao nível de máxima interação com um dos modos torcionais comuns (24,8 Hz). A figura compara os casos com e sem controle suplementar aplicado ao SVC.

Sem Controle Suplementar	Com Controle Suplementar
$\omega_{GEN,G1}$	$\omega_{GEN,G1}$
	
$\omega_{GEN,G2}$	$\omega_{GEN,G2}$
	
$P_{t,G1}$	$P_{t,G1}$
	
$P_{t,G2}$	$P_{t,G2}$
	

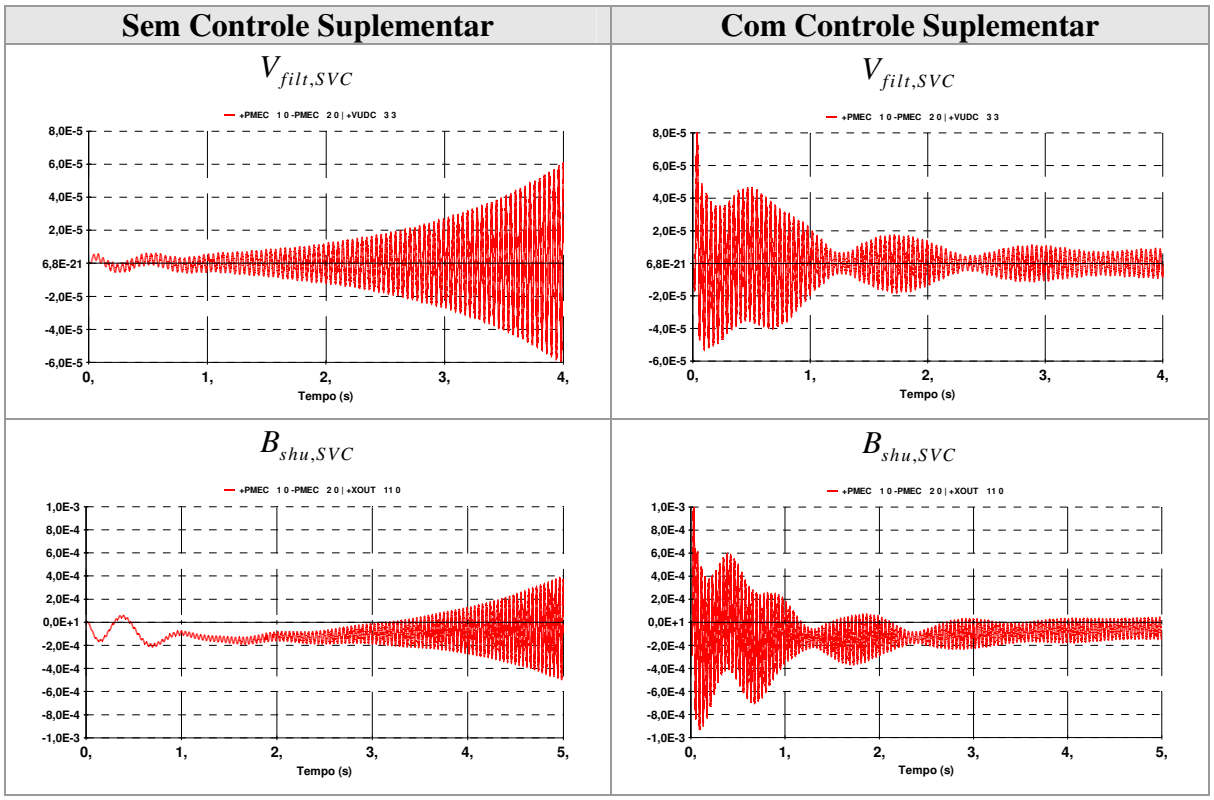


Figura 9.46 - Resposta do sistema IEEE SBM a uma perturbação em degrau de 0,01 pu positiva em P_{mec1} e negativa em P_{mec2} – X_c = 0,0394 pu (72,9%)

Quando múltiplos SVC's estão presentes, existe a possibilidade do surgimento de interações adversas em altas frequências entre estes equipamentos, entre os SVC's e a rede elétrica e entre os SVC's e outros equipamentos FACTS (MATHUR e VARMA, 2002). Em (LIRIO et al., 2006a), destaca-se a importância de se realizar o projeto das malhas de regulação de tensão de maneira coordenada e simultânea. O projeto independente do sistema de controle pode não identificar a presença de pólos instáveis decorrentes destas interações.

9.8.2. Mitigação da RSS Utilizando o TCSC

Neste item será avaliada a influência da utilização de um TCSC no amortecimento dos modos torcionais do sistema 2 do IEEE Second Benchamark Model. Cada fase do TCSC é composta por uma associação de capacitores fixos em paralelo com um reator controlado a tiristores (TCR). O princípio de funcionamento e as principais características do TCSC foram discutidos no Capítulo 6. O diagrama unifilar do sistema na presença do TCSC é ilustrado na Figura 9.47, na qual os parâmetros utilizados para o TCSC são também apresentados. A reatância adotada para o capacitor do TCSC

corresponde a aproximadamente 27,8% ($X_c = 0,015$ pu) da reatância da linha. Em aplicações práticas, o TCSC corresponde normalmente a apenas uma parcela da compensação série total de uma linha. A complementação do nível desejado de compensação é obtida através de capacitores fixos conectados em série. No entanto, por simplicidade optou-se por representar toda a compensação através do TCSC.

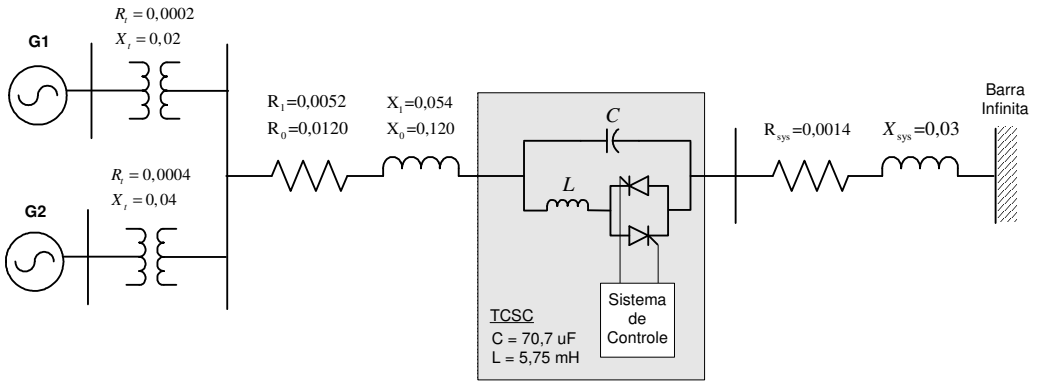


Figura 9.47 – Localização do TCSC aplicado ao IEEE Second Benchmark Model para o controle da ressonância subsíncrona

Para as simulações, foi utilizado um modelo tensorial para o TCSC (ver item 6.4). Neste item, foram discutidas duas abordagens distintas para a modelagem do ângulo de condução, σ (GOMES JR. et al., 2006b). A modelagem adotada nestas simulações é baseada em interpretações físicas e requer a integração numérica da tensão no domínio do tempo. Esta abordagem fornece um modelo formado por equações que são funções analíticas não lineares da variável complexa de Laplace *s*. Desta forma, o problema não pode ser formulado através da representação por sistemas descritores, devendo-se utilizar uma modelagem no domínio *s* (GOMES JR. et al., 2002a).

A Figura 9.48 mostra a reatância característica do TCSC implementado em função do ângulo de disparo, α. Considerando os parâmetros adotados, este circuito apresenta uma ressonância paralela para um ângulo de disparo, α_r, de aproximadamente 150°. Na região próxima a este ângulo, pequenas variações em α resultam em mudanças bruscas na reatância do TCSC. Assim, a operação do controle do ângulo de disparo nesta região deve ser evitada e, por isso, foi limitada na faixa $154° \leq \alpha \leq 180°$. O ponto de operação destacado refere-se a um nível de compensação de 72,9% ($X_c = 0,0394$ pu), correspondente à máxima interação com um dos modos torcionais comuns (24,8 Hz). Neste ponto de operação, $\alpha = 154.5°$.

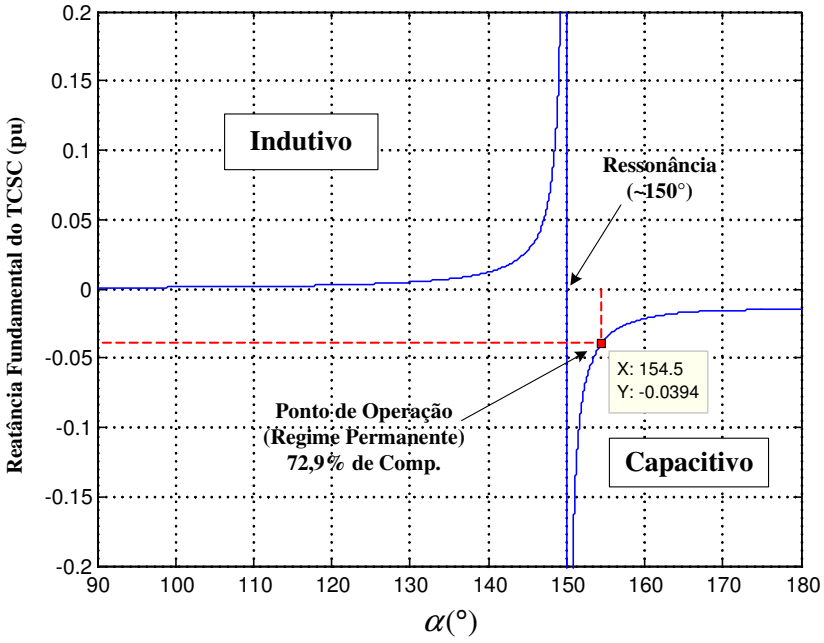


Figura 9.48 – Característica de Regime Permanente do TCSC

A Figura 9.49 apresenta a estrutura do sistema de controle do TCSC utilizado nas simulações. Neste diagrama, o TCSC opera em modo de controle de corrente (PILOTTO et al., 2003). A corrente medida e filtrada é comparada com um valor de referência, e o sinal de erro é aplicado a um regulador do tipo proporcional-integral (PI). A constante de tempo T_m está associada ao processo de filtragem do sinal de corrente, enquanto K_p e K_I referem-se aos ganhos proporcional e integral, respectivamente, do controlador PI. Nota-se que o controlador é baseado somente em medições locais de corrente, não sendo necessária a utilização de sinais remotos, como ângulos e velocidades de geradores síncronos.

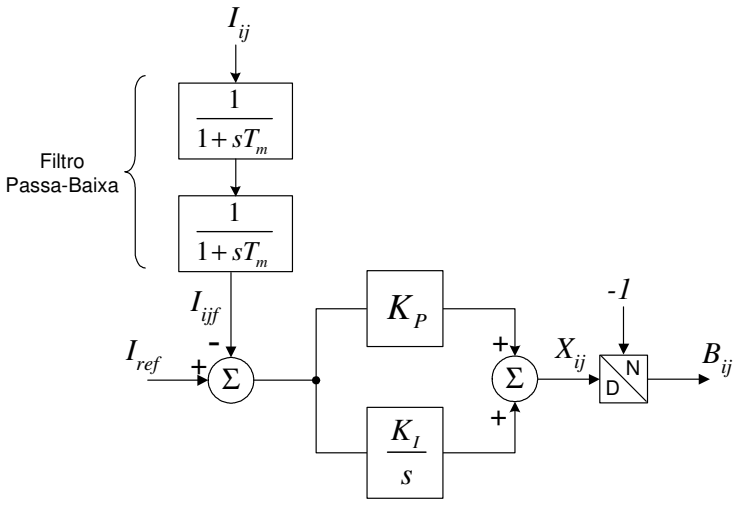


Figura 9.49 – Controle de corrente aplicado ao TCSC

O modelo utilizado considera ainda a representação do PLL (Phase Locked Loop), responsável pela geração dos pulsos de referência sincronizados com a corrente na linha. Os parâmetros adotados nas simulações são apresentados na Tabela 9.10.

Tabela 9.10 – Ajuste dos parâmetros do TCSC

Parâmetro	Ajuste
K_P	0,0005 pu/pu
K_I	0,5 s^{-1}
T_m	0,003 s
$K_{P_{PLL}}$	50 pu/pu
$K_{I_{PLL}}$	500 s^{-1}

A modelagem no domínio de *s* não permite a utilização do método QZ para o cálculo simultâneo de todos os autovalores do sistema. Desta forma, as análises de desempenho dinâmico devem ser conduzidas a partir de modelos reduzidos do sistema em estudo, obtidos através da identificação dos pólos dominantes e dos respectivos resíduos associados a estes pólos (ver item 7.6). A determinação dos pólos dominantes é realizada a partir da comparação entre as respostas em freqüência e no domínio do tempo do sistema completo e do modelo reduzido para uma determinada função de transferência. A função de transferência analisada relaciona a diferença entre as velocidades dos geradores e a diferença entre as potências mecânicas aplicada aos respectivos eixos, ou seja:

$$G(s) = \frac{\omega_{GEN,G1} - \omega_{GEN,G2}}{P_{mec,G1} - P_{mec,G2}} \tag{9.83}$$

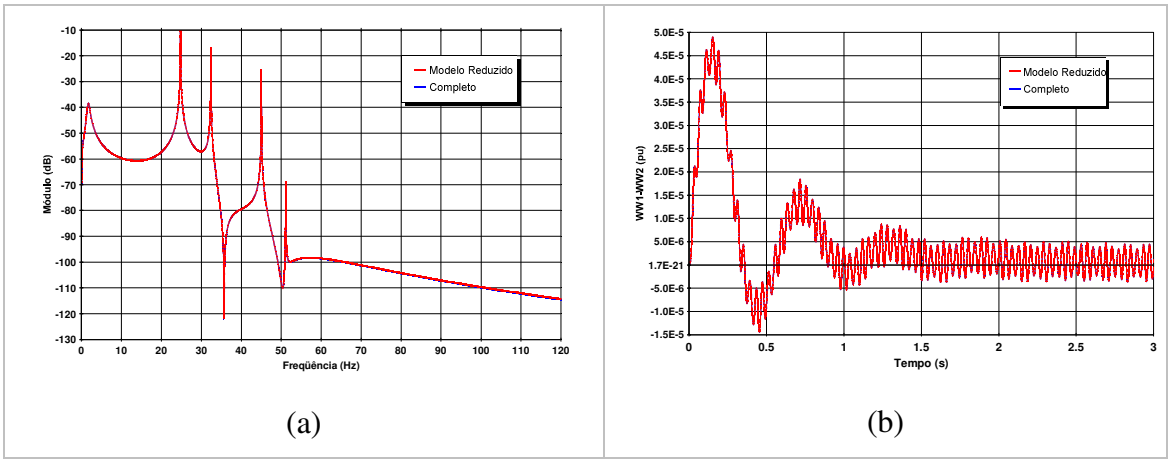
Supondo que o TCSC esteja operando no ponto de operação destacado na Figura 9.48, o modelo reduzido é composto pelos pólos e resíduos apresentados na Tabela 9.11.

Tabela 9.11 – Pólos dominantes do sistema com o TCSC – Compensação de 72,9%

Nº	Pólo	Freqüência (Hz)	Resíduo (Módulo)	Resíduo (Fase)
1/2	-6,3176±j376,88	59,98	1,457e-7	-91,19º
3/4	-0,0504±j321,27	51,13	1,844e-5	179,9º
5/6	-0,02501±j282,9	45,03	1,382e-3	0,03º
7/8	-0,05325±j203,59	32,40	7,751e-3	0,06º
9/10	-0,0878±j155,8	24,80	3,478e-2	179,9º

Nº	Pólo	Freqüência (Hz)	Resíduo (Módulo)	Resíduo (Fase)
11/12	-0,05034±j155,15	24,69	5,804e-5	-86,64º
13/14	-10,186±j13,31	2,12	3,758e-3	-69,28º
15/16	-2,3626±j10,88	1,73	2,703e-2	-2,5º
17/18	-16,17±j9,836	1,56	2,027e-3	106,5º
19/20	-27,109±j0,55	0,088	1,238e-3	142,5º
21	-1,4397	-	4,942e-4	-180º
22	-1,9102	-	1,542e-3	180º
23	-0,8470	-	2,212e-4	-180º

A validação deste modelo reduzido é realizada a partir da comparação das respostas nos domínios da freqüência e do tempo com o modelo completo, mostradas na Figura 9.50. As respostas são visualmente coincidentes.



(a) (b)

Figura 9.50 - Comparação entre os modelos completo e reduzido da função de transferência que relaciona a diferença entre as velocidades dos geradores e a diferença entre as respectivas potências mecânicas: (a) no domínio da freqüência; (b) no domínio do tempo

Nota-se que as oscilações torcionais são amortecidas, comprovando que o TCSC é uma ferramenta eficaz no controle da ressonância subsíncrona, mesmo na ausência de esquemas de controle especiais.

Pela Figura 9.48, verifica-se que através do ajuste do ângulo de disparo, α, é possível "amplificar" o nível de compensação capacitiva fornecido pelo TCSC à freqüência fundamental. A Figura 9.51 apresenta o resultado das simulações para diversos níveis de compensação, estabelecendo uma base de comparação entre o TCSC e a compensação série convencional. Os gráficos mostram a evolução da parte real dos

modos torcionais críticos em função do nível de compensação. Deve-se salientar que pólos com parte real positiva estão relacionados a modos de oscilação instáveis.

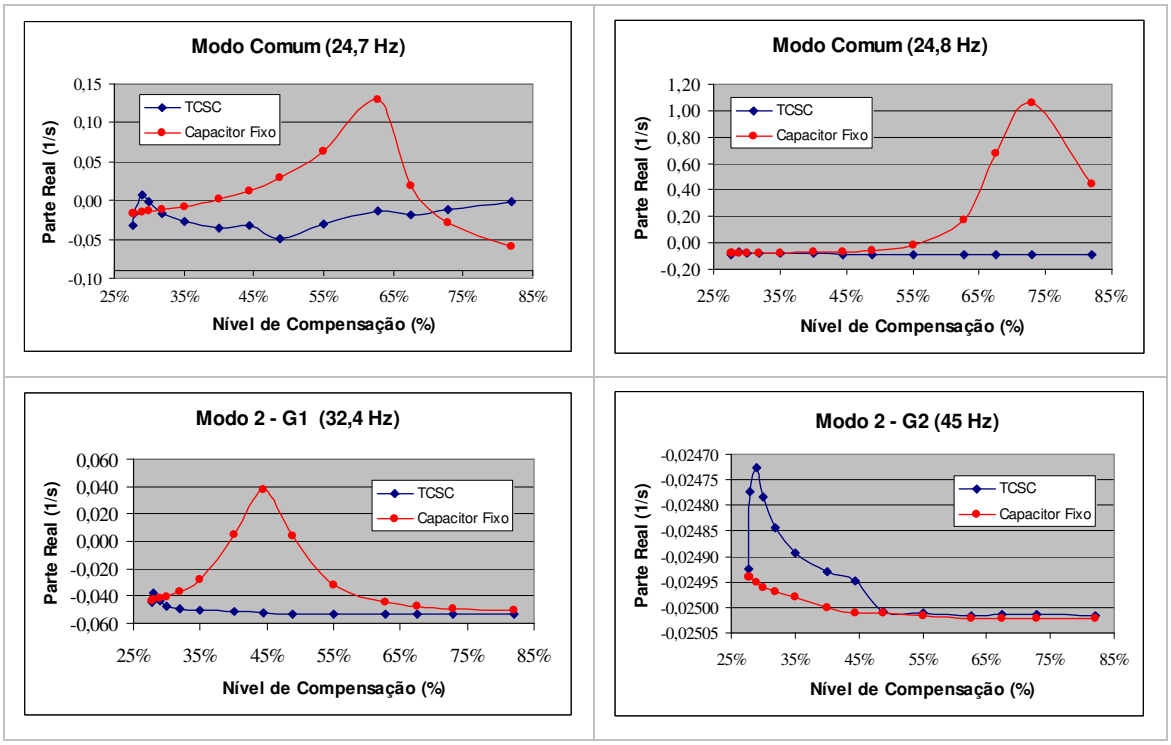


Figura 9.51 – Comparação entre capacitor fixo e TCSC para diferentes níveis de compensação série

A análise das figuras revela que a utilização de compensação série fixa resulta em interação adversa com alguns modos torcionais para determinadas faixas de compensação, conforme esperado. Por outro lado, quando o TCSC é utilizado, os modos torcionais são estáveis em quase toda a faixa de compensação.

Capítulo 10 Análise Linear da Ressonância Subsíncrona no Sistema Interligado Nacional

10.1. Introdução

Neste capítulo, o fenômeno da ressonância subsíncrona (RSS) será avaliado a partir de estudos envolvendo a aplicação de compensação série no Sistema Interligado Nacional (SIN). O estudo envolve uma avaliação hipotética da utilização de capacitores série no sistema de 500 kV da área Rio de Janeiro / Espírito Santo e sua influência nas unidades geradoras de Angra dos Reis, pertencentes a Eletronuclear. Capacitores série constituem uma opção técnica e economicamente atrativa para aumentar a capacidade de transmissão e melhorar o perfil de tensão nos sistemas de potência. Em muitos casos, a sua adoção pode adiar ou até mesmo evitar a construção de novas linhas de transmissão. No entanto, torna-se importante assegurar que nenhum efeito danoso seja provocado em virtude da interação com os modos torcionais dos geradores termelétricos existentes.

Deve-se salientar que os resultados obtidos neste capítulo são de caráter puramente ilustrativo, sendo realizados para uma pequena gama de cenários de carga, geração e topologia. Uma avaliação mais realística requer a análise de uma quantidade maior de cenários e condições de operação, bem como a realização de estudos complementares para identificar possíveis problemas de outra natureza, tais como a elevação dos níveis de curto-circuito e a avaliação de torques transitórios, que fogem ao escopo deste trabalho.

O SIN é um sistema hidrotérmico de grande porte e que possui aproximadamente 93,2 GW de capacidade instalada. Deste total, cerca de 70,9 GW (76%) correspondem a usinas hidrelétricas e os outros 20,3 GW (21,8%) a usinas termelétricas (BEN, 2006). Devido às dimensões continentais do território brasileiro, o SIN apresenta ainda uma vasta extensão de linhas de transmissão em EAT, totalizando aproximadamente 83.000 km de comprimento somente na rede básica (acima de 230 kV). A Figura 10.1 apresenta um diagrama unifilar geoelétrico simplificado mostrando os principais troncos de transmissão e bacias hidrográficas pertencentes ao SIN (ONS, 2007).

Figura 10.1 – Diagrama geoelétrico do Sistema Interligado Nacional (ONS, 2007)

Devido às dimensões do SIN, as análises foram conduzidas a partir de equivalentes de rede. O uso de equivalentes reduz grandemente o esforço computacional e, quando bem construídos, reproduzem com excelente precisão os fenômenos de interesse. Nesta dissertação, estes equivalentes serão obtidos com o programa de cálculo de curto-circuito ASPEN OneLiner (ASPEN, 2007).

10.2. Descrição da Área Rio de Janeiro / Espírito Santo (RJ/ES) (ONS, 2006)

O sistema de transmissão que atende os estados do Rio de Janeiro e Espírito Santo é constituído por duas malhas principais, uma em 500 kV e outra em 345 kV. A malha de 500 kV é responsável por cerca de 75% da potência transmitida e interliga a área ao

sistema de escoamento da usina de Itaipu e ao sistema de transmissão do Estado de São Paulo. O principal ponto de conexão da área é a subestação de Cachoeira Paulista, a partir da qual partem quatro circuitos, um para a subestação de Angra dos Reis no litoral Sul, e três para a subestação de Adrianópolis, na baixada fluminense. De Angra dos Reis saem mais dois circuitos para atender as subestações terminais de Grajaú e São José, interligadas na subestação de Adrianópolis. A partir das subestações de Adrianópolis, Grajaú e São José é realizada a distribuição de energia aos centros consumidores do estado.

O sistema de 345 kV responde por cerca de 10% da potência transmitida e interliga a área RJ/ES às usinas do Rio Grande a partir da subestação de Adrianópolis. Desta subestação partem dois circuitos para atender a subestação terminal de Jacarepaguá, na zona oeste do estado. De Adrianópolis saem ainda dois circuitos para atender a subestação de Campos, até alcançar a subestação de Vitória, no Espírito Santo. O Espírito Santo é ainda interligado ao estado de Minas Gerais através da LT 345 kV Vitória – Ouro Preto e da LT 230 kV Mascarenhas – Aimorés – Conselheiro Pena – Valadares.

Existe ainda um sistema de 138 kV passando pelas subestações de Magé, Rocha Leão e Campos, até alcançar a subestação de Cachoeiro do Itapemirim, no Espírito Santo. A complementação do suprimento a área é realizada por geração local.

A área conta ainda com um parque de geração termelétrica considerável, constituído pelas usinas nucleares de Angra dos Reis, as usinas térmicas de Santa Cruz, Eletrobolt, Macaé, Norte Fluminense e Termorio.

A Figura 10.2 apresenta um diagrama unifilar simplificado do sistema de atendimento a área Rio de Janeiro / Espírito Santo.

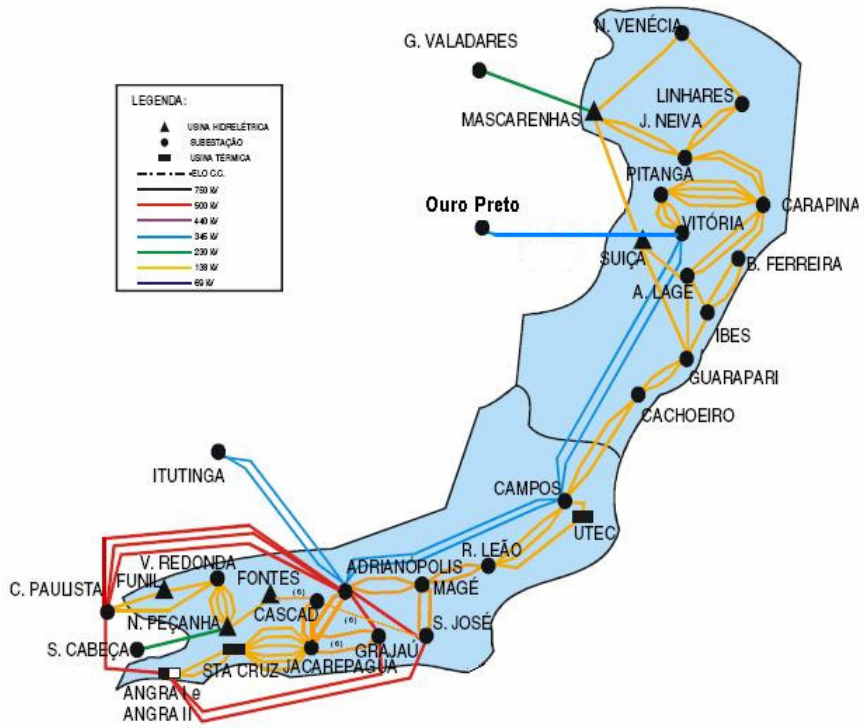


Figura 10.2 – Sistema de transmissão da área Rio de Janeiro / Espírito Santo (ONS, 2006)

10.3. Dados Utilizados

Os dados utilizados nas simulações foram fornecidos pelas empresas e fabricantes envolvidos, e constam nas bases de dados do SIN, disponibilizadas na página eletrônica do ONS (ONS, 2007).

Os parâmetros elétricos das máquinas de Angra 1 e 2 foram reproduzidos na Tabela 10.1. Estas duas unidades geradoras foram as únicas máquinas representadas detalhadamente no estudo. Apesar de ser possível representar um grande número de geradores em detalhes, esta não é uma prática recomendada, uma vez que aumentaria demasiadamente as dimensões do sistema, dificultando a identificação dos autovalores de interesse e aumentando o esforço computacional.

Tabela 10.1 – Parâmetros elétricos das unidades geradoras de Angra 1 e 2

Parâmetro	Angra 1	Angra 2	Unidade
S_{nom}	760	1458	[MVA]
V_{nom}	19,0	25,0	[kV]
R	0,0025	0,0	[pu]

Parâmetro	Angra 1	Angra 2	Unidade
X_L	0,266	0,270	[pu]
X_d	1,720	1,600	[pu]
X_q	1,679	1,520	[pu]
X'_d	0,488	0,469	[pu]
X'_q	0,800	0,875	[pu]
X''_d	0,337	0,319	[pu]
X''_q	0,337	0,319	[pu]
T'_{d0}	5,30	6,20	[s]
T'_{q0}	0,625	2,000	[s]
T''_{d0}	0,048	0,054	[s]
T''_{q0}	0,066	0,200	[s]
H	3,859	4,510	[s]

O modelo utilizado para o eixo turbina-gerador de Angra 1 é composto por cinco massas discretas, representando a seção de alta pressão da turbina, as duas seções de baixa pressão da turbina, o gerador e a excitatriz. A Figura 10.3 mostra uma representação esquemática deste modelo.

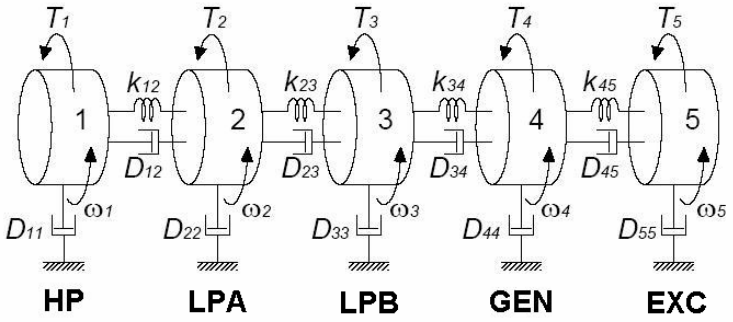


Figura 10.3 - Parâmetros do eixo turbina-gerador de Angra 1

As constantes de inércia e de elasticidade, obtidas a partir das características construtivas do eixo, foram fornecidas diretamente pelo fabricante e estão apresentadas na Tabela 10.2 (SIEMENS, 1999).

Tabela 10.2 – Parâmetros do eixo turbina-gerador de Angra 1

Seção	Inércia H [s]	Torque (%)	Eixo	Elasticidade K [pu Torque/rad]
HP	0,1741	30		
			HP-LPA	14,33

Seção	Inércia H [s]	Torque (%)	Eixo	Elasticidade K [pu Torque/rad]
LPA	1,4730	35		
			LPA-LPB	20,08
LPB	1,4860	35		
			LPB-GEN	28,54
GEN	0,7019	0		
			GEN-EXC	26,20
EXC	0,0258	0		

O modelo utilizado para o eixo turbina-gerador de Angra 2 é composto por seis massas discretas, representando a seção de alta pressão da turbina, as três seções de baixa pressão da turbina, o gerador e a excitatriz. A Figura 10.4 mostra uma representação esquemática deste modelo.

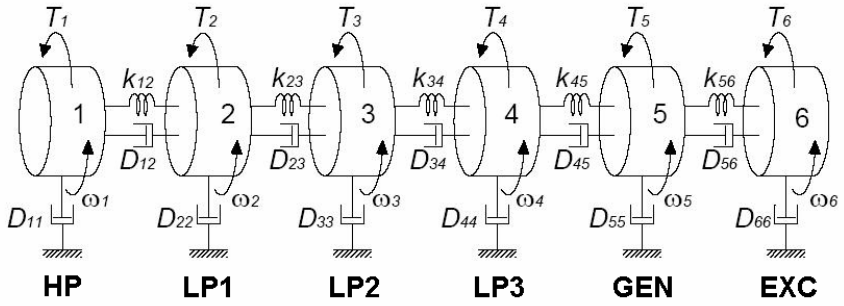


Figura 10.4 – Parâmetros do eixo turbina-gerador de Angra 2

As constantes de inércia e de elasticidade, obtidas a partir das características construtivas do eixo, foram fornecidas diretamente pelo fabricante e estão apresentadas na Tabela 10.3 (SIEMENS, 1999).

Tabela 10.3 – Parâmetros do eixo turbina-gerador de Angra 2

Seção	Inércia H [s]	Torque (%)	Eixo	Elasticidade K [pu Torque/rad]
HP	0,221687	37,6		
			HP-LP1	31,2912
LP1	1,163053	19,2		
			LP1-LP2	24,6654
LP2	1,163053	21,6		
			LP2-LP3	24,6654
LP3	1,163053	21,6		
			LP3-GEN	28,2772

Seção	Inércia H [s]	Torque (%)	Eixo	Elasticidade K [pu Torque/rad]
GEN	0,799604	0		
			GEN-EXC	36,3470
EXC	0,039795	0		

Conforme visto no item 4.7, as constantes de amortecimento de cada seção do eixo turbina-gerador não podem ser calculadas diretamente a partir de dados construtivos, uma vez que dependem da condição operativa do sistema. No entanto, elas podem ser calculadas aproximadamente a partir dos fatores de amortecimento modal (σ_n), obtidos através de ensaios de campo para uma determinada condição operativa. Os valores de σ_n informados pelo fabricante foram obtidos considerando ambas as unidades em operação e para uma condição de carga plena.

Tabela 10.4 – Fatores de amortecimento modal para Angra 1

Modo	f_n (Hz)	σ_n (log dec)
1	9,5	0,005
2	17,5	0,0027
3	21,2	0,0083
4	71,0	0,0145

Tabela 10.5 – Fatores de amortecimento modal para Angra 2

Modo	f_n (Hz)	σ_n (log dec)
1	8,0	0,0025
2	14,9	0,0025
3	19,3	0,0025
4	28,7	0,0025
5	67,0	0,00125

Foram representados ainda os sistemas de excitação dos geradores, incluindo as malhas de estabilização suplementar de cada unidade (PSS). Os modelos utilizados para estes controles são os mesmos utilizados nos estudos de desempenho dinâmico à freqüência fundamental (estabilidade eletromecânica). Os possíveis erros introduzidos pela não validação destes modelos para altas freqüências fogem ao escopo desta dissertação e ficam como sugestão para trabalhos futuros. Os reguladores de velocidade de ambas as unidades não foram representados.

10.4. Modelo do Sistema Elétrico

O sistema elétrico estudado foi representado a partir de um equivalente de curto-circuito, obtido com o programa ASPEN OneLiner (ASPEN, 2007). As seguintes hipóteses foram consideradas no cálculo do equivalente:

- As linhas de transmissão foram representadas por um único circuito π equivalente a parâmetros concentrados;

- Os transformadores foram representados por seus equivalentes de curto-circuito, desprezando-se a resistência dos enrolamentos e a reatância de magnetização. Os ângulos de defasagem de transformadores defasadores foram assumidos iguais a zero;

- Reatores e capacitores foram representados convencionalmente, através de suas respectivas indutâncias e capacitâncias.

- As cargas foram consideradas como do tipo impedância constante, sendo representadas por uma associação (série ou paralela) de resistores, capacitores e indutores.

Como resultado do cálculo do equivalente de curto-circuito, são originadas impedâncias de transferência entre as barras de fronteira do sistema equivalente. Estas impedâncias representam as interligações elétricas externas à região de interesse. Impedâncias muito elevadas representam interligações fracas e foram eliminadas do equivalente. É comum o surgimento de impedâncias de transferência interligando barras de níveis de tensão diferentes. Uma seleção de barras de fronteira adequada minimiza o número de impedâncias de transferência representativas, bem como o número de interligações entre barras de tensões distintas. O sistema externo refere-se às regiões não monitoradas da rede elétrica e é representado por fontes conectadas às barras de fronteira através de impedâncias próprias, determinadas no cálculo do equivalente. Algumas dessas fontes foram convertidas em cargas equivalentes, uma vez que suas contribuições para os níveis de curto-circuito eram muito pequenas.

Foram construídos dois equivalentes com níveis de detalhamento distintos. O primeiro representa as malhas de 500 kV e de 345 kV da área, bem como parte do sistema de

138 kV, e será denominado *'equivalente grande'*. O equivalente resultante é composto por 52 barras e 105 ramos (linhas, transformadores e impedâncias de transferência), e seu diagrama unifilar é mostrado na Figura 10.5. As impedâncias de transferência não foram representadas no diagrama.

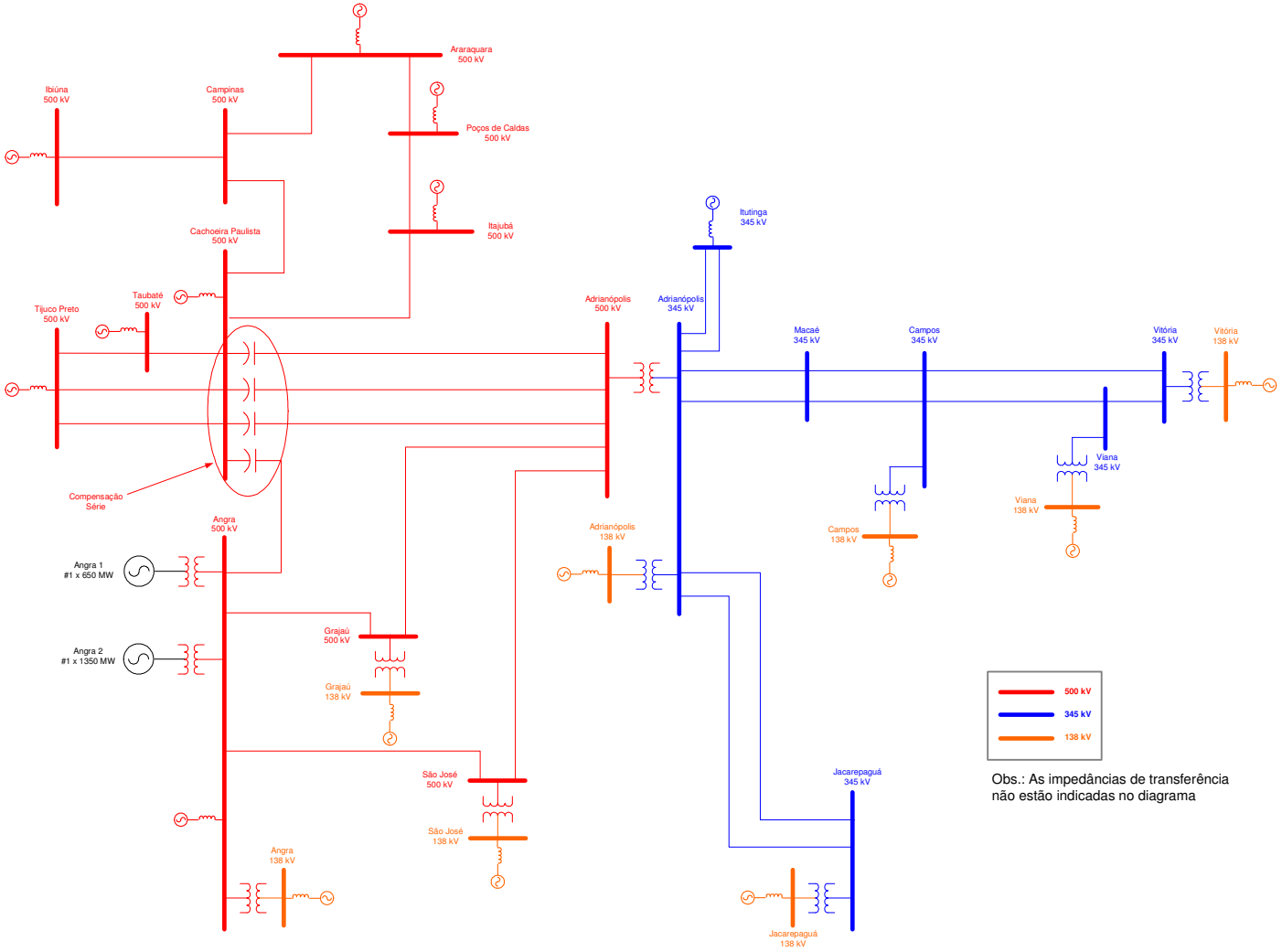


Figura 10.5 – Diagrama unifilar do equivalente grande – Estudo do sistema de 500 kV da Área RJ/ES

O segundo equivalente avaliado considera essencialmente a malha de 500 kV da área e será denominado *'equivalente pequeno'*. O equivalente resultante é composto por 26 barras e 48 ramos (linhas, transformadores e impedâncias de transferência), e seu diagrama unifilar é mostrado na Figura 10.6. As impedâncias de transferência não foram representadas no diagrama.

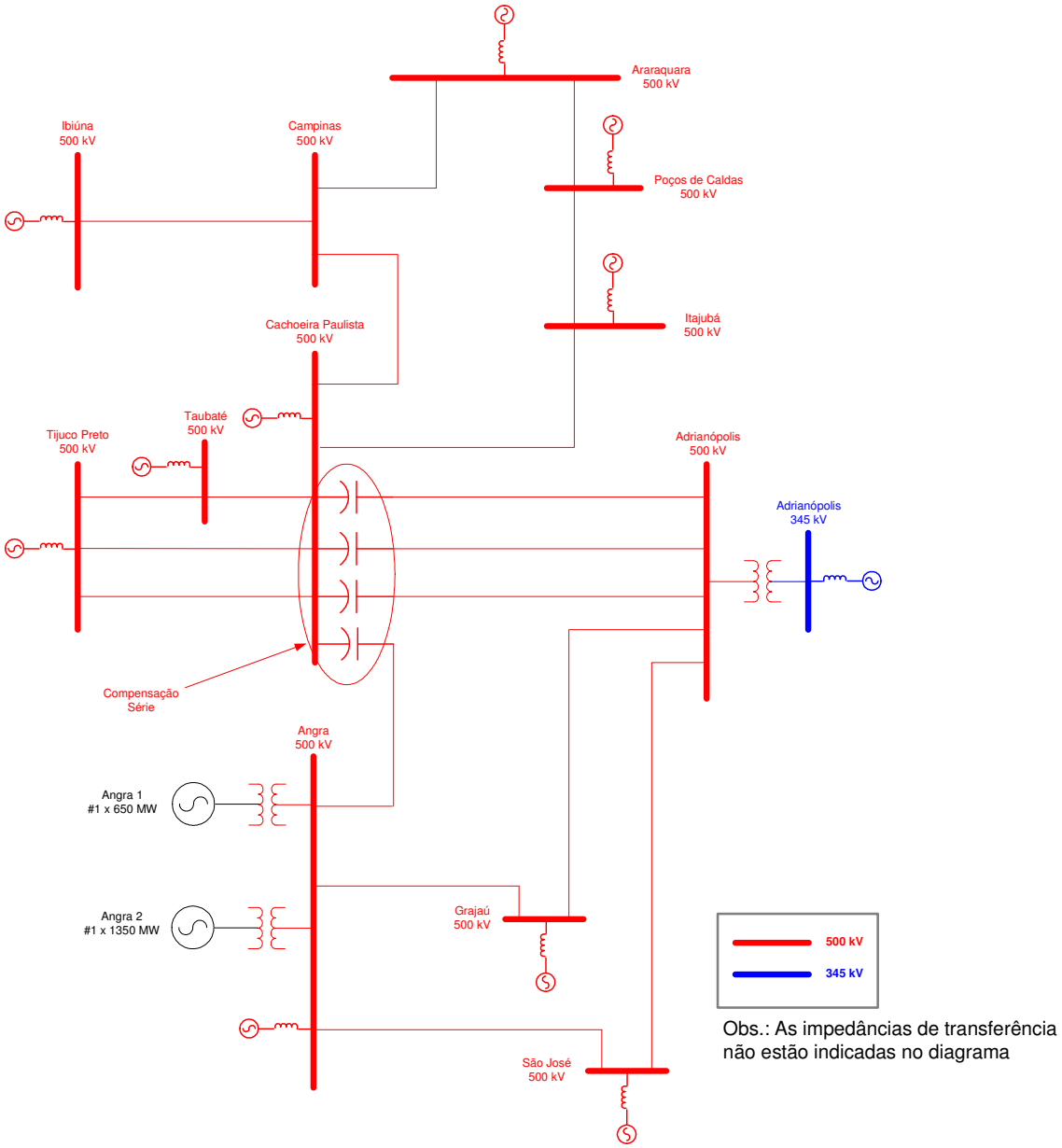


Figura 10.6 - Diagrama unifilar do equivalente pequeno – Estudo do sistema de 500 kV da Área RJ/ES

As impedâncias de transferência obtidas no cálculo do equivalente pequeno são listadas na Tabela 10.6.

Tabela 10.6 – Impedâncias de transferência (pu) – Equivalente pequeno

Barra DE	Barra PARA	R (pu)	X (pu)
Poços de Caldas 500 kV	Campinas 500 kV	0,02	0,023134
Poços de Caldas 500 kV	Ibiúna 500 kV	0,0071	0,38308
Angra 500 kV	Grajaú 500 kV	0,15024	0,62874
Grajaú 500 kV	C. Paulista 500 kV	0,36063	1,1485
Tijuco Preto 500 kV	Campinas 500 kV	0,00966	0,19836
Tijuco Preto 500 kV	Ibiúna 500 kV	0,00115	0,042895
Tijuco Preto 500 kV	Poços de Caldas 500 kV	0,00825	0,31183
Grajaú 500 kV	São José 500 kV	0,13184	0,50119
Ibiúna 500 kV	Campinas 500 kV	0,00459	0,20687
Taubaté 500 kV	Tijuco Preto 500 kV	0,00742	0,18233
Taubaté 500 kV	Campinas 500 kV	0,03439	0,58215
Taubaté 500 kV	Ibiúna 500 kV	0,01886	0,37331
Poços de Caldas 500 kV	Adrianópolis 345 kV	0,06857	0,89551
Angra 500 kV	Adrianópolis 345 kV	0,76534	0,50128
Grajaú 500 kV	Adrianópolis 345 kV	0,00370	0,049392
São José 500 kV	Adrianópolis 345 kV	0,01603	0,095211

A Tabela 10.7 apresenta um resumo comparativo entre as dimensões do equivalente grande e do equivalente pequeno.

Tabela 10.7 – Comparação entre as dimensões dos equivalentes grande e pequeno

Elemento	Equivalente Grande	Equivalente Pequeno
Barras	52	26
Ramos	105	48
Geradores	2	2
Fontes	6	8
CDU's	4	4
Dimensão do Jacobiano	873	533
Variáveis de Estado	447	247
Variáveis Algébricas	426	286
Grau de Esparsidade	99,6%	99,4%

O ajuste do ponto de operação do sistema foi realizado com base no caso de fluxo de potência referente à carga pesada do mês de maio de 2006, previsto no relatório do Planejamento Mensal da Operação Elétrica do Sistema Interligado Nacional, elaborado pelo ONS (ONS, 2006). O ajuste foi realizado de forma que o módulo e ângulo das

tensões nas barras e a geração de potência reativa dos geradores e compensadores síncronos fossem mantidos próximos ao caso original.

Para verificar a precisão e robustez dos modelos reduzidos, a admitância própria ($Y(j\omega) = I_t(j\omega)/V_t(j\omega)$) vista pelas barras terminais de Angra 1 e Angra 2 foi calculada em função da freqüência para o sistema original e para os dois equivalentes. Estes cálculos foram realizados com o auxílio do programa HarmZs, desenvolvido pelo CEPEL (CEPEL, 2006b, VARRICCHIO et al., 2004). A freqüência do sinal de entrada foi variada desde 0 até 150 Hz, considerando um nível de compensação série de 70% na linha de 500 kV Angra – Cachoeira Paulista e nenhuma compensação nas três linhas de 500 kV Cachoeira Paulista - Adrianópolis. Deve-se salientar, no entanto, que originalmente o sistema não possui compensação série em nenhum circuito. No cálculo da resposta em freqüência, todos os geradores e barras infinitas foram tratados como fontes ideias de tensão, ou seja, apenas os elementos passivos da rede elétrica foram considerados. Os resultados obtidos são apresentados nas figuras a seguir.

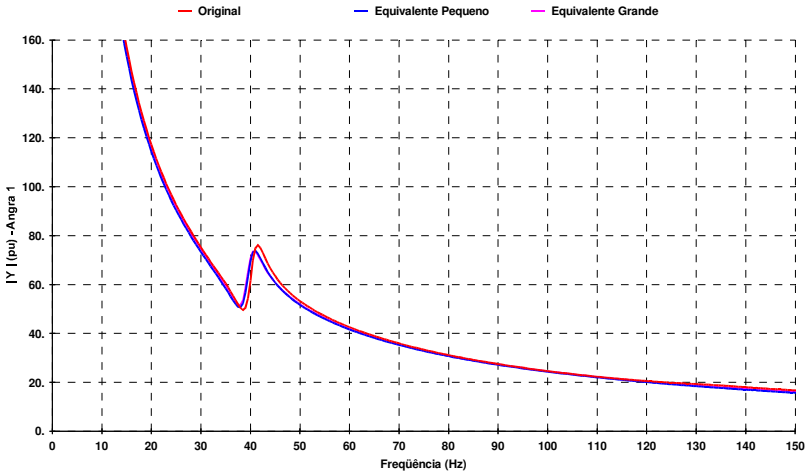


Figura 10.7 – Módulo da admitância vista pela unidade geradora de Angra 1 – Comparação entre o sistema original e os modelos reduzidos

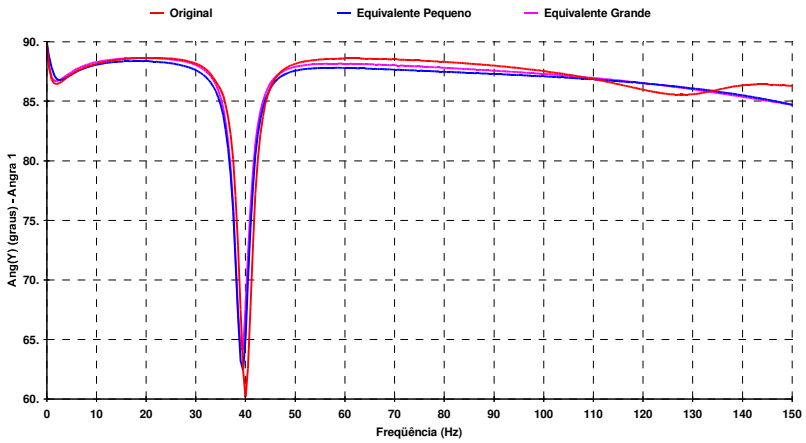


Figura 10.8 – Ângulo de fase da admitância vista pela unidade geradora de Angra 1 – Comparação entre o sistema original e os modelos reduzidos

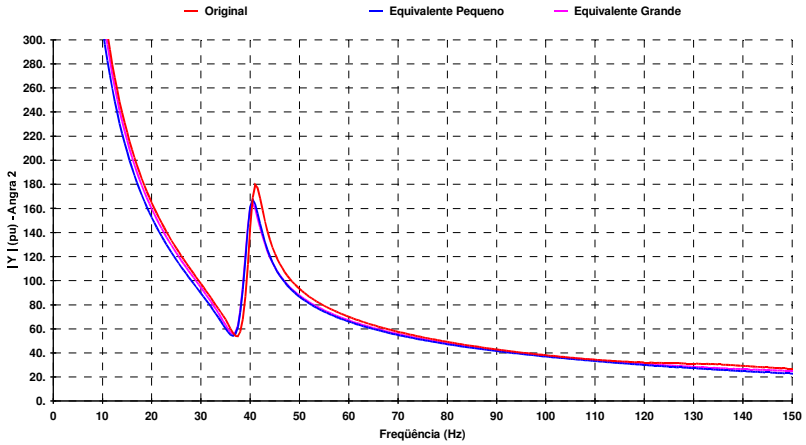


Figura 10.9 - Módulo da admitância vista pela unidade geradora de Angra 2 – Comparação entre o sistema original e os modelos reduzidos

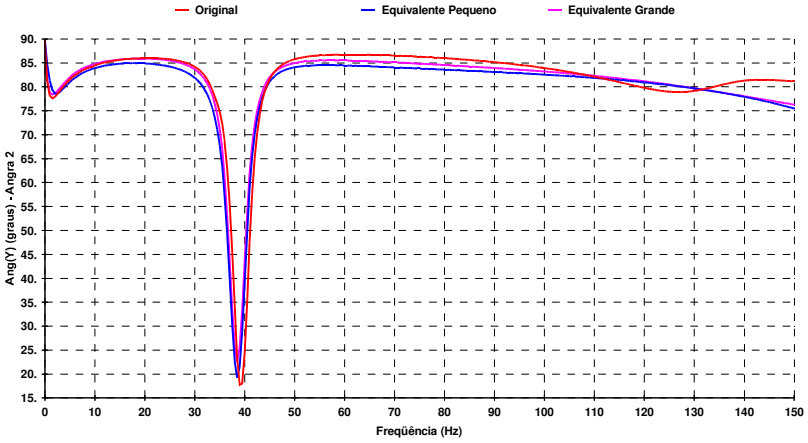


Figura 10.10 – Ângulo de fase da admitância vista pela unidade geradora de Angra 2 – Comparação entre o sistema original e os modelos reduzidos

As figuras mostram claramente que tanto o equivalente pequeno quanto o equivalente grande representam com excelente precisão a rede elétrica do sistema original na faixa de freqüência de interesse (0 a 120 Hz) vista pelas unidades geradoras de Angra 1 e Angra 2. Assim, para minimizar o esforço computacional e aumentar a velocidade de processamento, todas as simulações serão conduzidas com o equivalente pequeno.

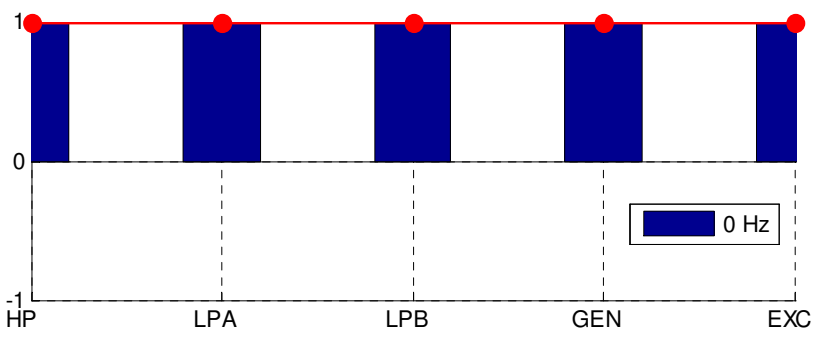
10.5. Análise Modal do Eixo Turbina-Gerador

10.5.1. Angra 1

A partir dos dados apresentados na Tabela 10.2, pode-se calcular as freqüências naturais de oscilação do eixo e seus respectivos mode-shapes, expressos pelas colunas da matriz **Q**. Os mode-shapes são formados pelos autovetores da matriz dada por $\frac{\omega_{MB}}{2}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{K}$ e indicam a contribuição de cada seção do eixo nos referidos modos de oscilação quando as unidades geradoras são analisadas separadamente e isoladas do sistema. Os mode-shapes para cada modo torcional de Angra 1 são apresentados na Tabela 10.8 e representados graficamente na Figura 10.11, onde cada autovetor foi normalizado por sua norma euclidiana.

Tabela 10.8 – Mode-shapes do eixo turbina-gerador de Angra 1

Seção	Freqüências Naturais				
	0,0 Hz	**9,5 Hz**	**17,5 Hz**	**21,2 Hz**	**71,0 Hz**
HP	1,0000	1,000	0,4441	1,0000	0,0000
LPA	1,0000	0,7718	0,0962	-0,1451	0,0000
LPB	1,0000	-0,4545	-0,6071	0,0409	0,0007
GEN	1,0000	-0,8728	0,9365	-0,0290	-0,0383
EXC	1,0000	-0,8892	1,0000	-0,0319	1,0000



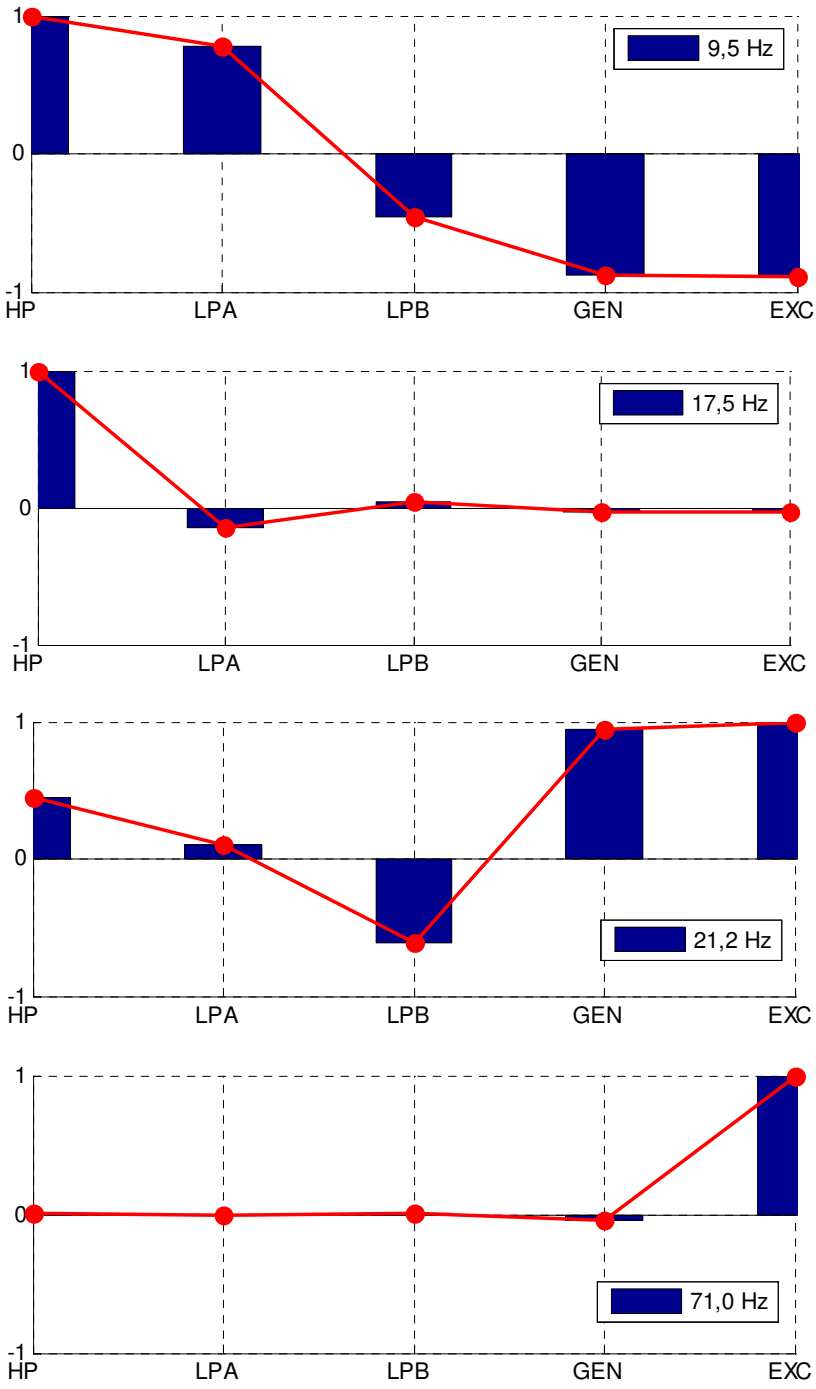


Figura 10.11 - Mode-shapes dos modos torcionais do eixo turbina-gerador de Angra 1

Nota-se que o eixo possui cinco freqüências naturais de oscilação, uma vez que este é constituído por cinco massas. O modo 0 corresponde ao modo uníssono, no qual todo o eixo oscila em conjunto. De posse da matriz **Q**, das matrizes **H** e **K**, e dos fatores de amortecimento modal (σ_n), é possível a determinação das grandezas modais do eixo de Angra 1, a partir das relações introduzidas no item 4.7. A Tabela 10.9 apresenta o resultado do cálculo destas grandezas.

Tabela 10.9 – Grandezas modais do eixo turbina-gerador de Angra 1

Modos	**ω_n [rad/s]**	**H_m [s]**	**K_m [pu/rad]**	**D_m [pu/pu]**
Modo 0	0	3,8608	0	0
Modo 1	59,50	1,9136	35,9434	0,0383
Modo 2	110,25	1,2370	79,7696	0,0134
Modo 3	133,29	0,2082	19,6245	0,0069
Modo 4	445,80	0,0268	28,2866	0,0016

A partir dos amortecimentos modais ($\mathbf{D_m}$), obtém-se as constantes de amortecimento individuais das seções do eixo, apresentadas na Tabela 10.10. Para este cálculo, as constantes de amortecimento mútuas entre as seções foram consideradas nulas.

Tabela 10.10 – Constantes de amortecimento individual das seções do eixo de Angra 1

Seção	**D [pu/pu]**	
HP	D_{11}	0,0065
LPA	D_{22}	0,0223
LPB	D_{33}	-0,0727
GEN	D_{44}	0,0424
EXC	D_{55}	0,0015

Nota-se a existência de uma constante de amortecimento negativa decorrente do processo utilizado para sua obtenção. Os valores das constantes obtidos dependem do ponto de operação e, portanto, só são válidos para as condições nas quais os fatores de amortecimento modal foram determinados.

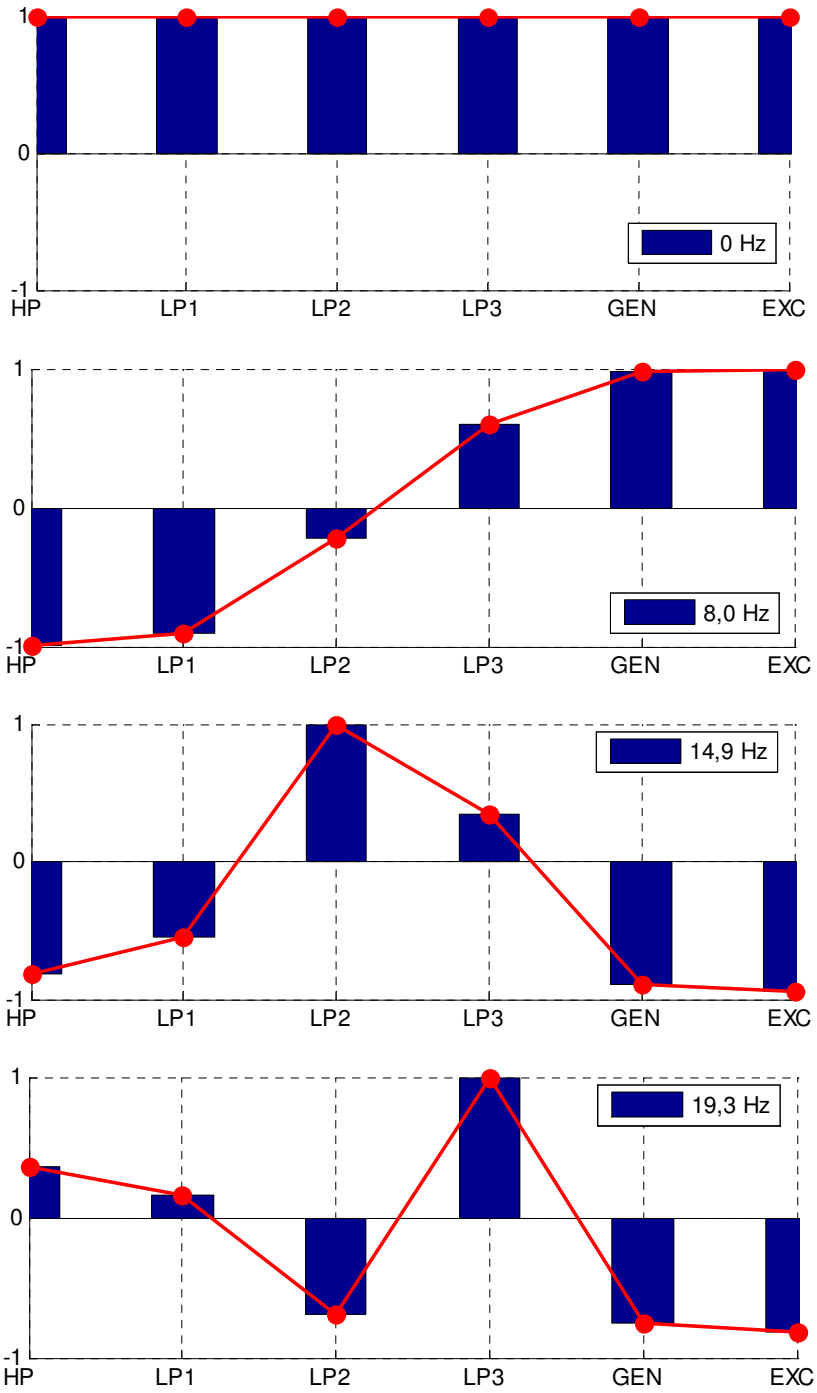
10.5.2. Angra 2

Os cálculos efetuados para Angra 1 podem ser estendidos naturalmente para Angra 2, utilizando-se os dados apresentados na Tabela 10.3. Os mode-shapes para cada modo torcional de Angra 2 são apresentados na Tabela 10.11 e representados graficamente na Figura 10.12, onde cada autovetor foi normalizado por sua norma euclidiana.

Tabela 10.11 – Mode-shapes do eixo turbina-gerador de Angra 2

Seção	**Freqüências Naturais**					
	0 Hz	**8,0 Hz**	**14,9 Hz**	**19,3 Hz**	**28,7 Hz**	**67,0 Hz**
HP	1,0000	-0,9935	-0,8174	0,3606	1,0000	0,0000
LP1	1,0000	-0,9003	-0,5471	0,1606	-0,2225	0,0000

Seção	Freqüências Naturais					
	0 Hz	**8,0 Hz**	**14,9 Hz**	**19,3 Hz**	**28,7 Hz**	**67,0 Hz**
LP2	1,0000	-0,2199	1,0000	-0,6861	0,0373	0,0000
LP3	1,0000	0,5978	0,3459	1,0000	-0,0065	0,0014
GEN	1,0000	0,9855	-0,8888	-0,7494	0,0016	-0,0517
EXC	1,0000	1,0000	-0,9366	-0,8197	0,0019	1,0000



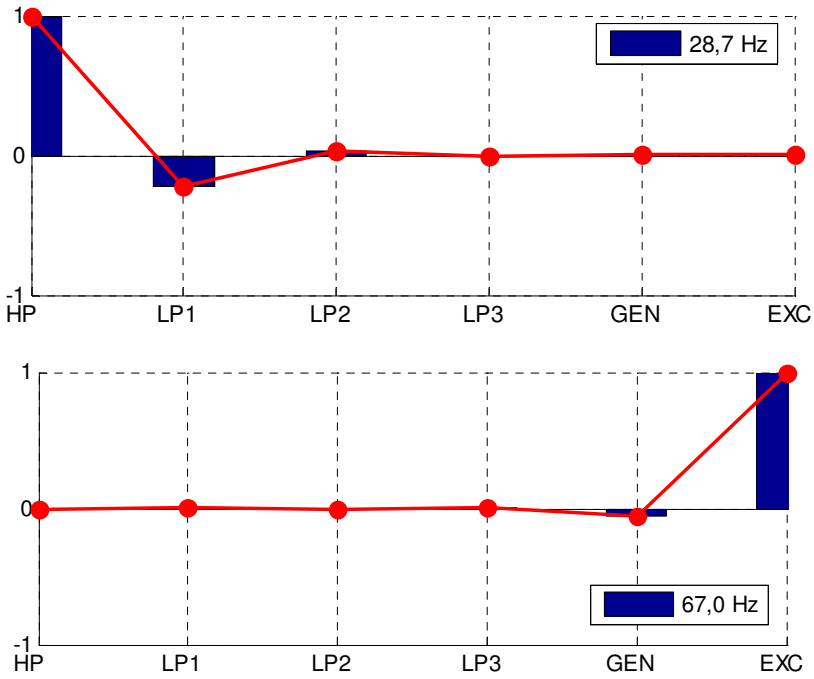


Figura 10.12 - Mode-shapes dos modos torcionais do eixo turbina-gerador de Angra 2

A Tabela 10.12 apresenta o resultado do cálculo das grandezas modais do eixo turbina-gerador de Angra 2.

Tabela 10.12 – Grandezas modais do eixo turbina-gerador de Angra 2

Modos	**ω_n [rad/s]**	**H_m [s]**	**K_m [pu/rad]**	**D_m [pu/pu]**
Modo 0	0	4,5502	0	0
Modo 1	49,96	2,4499	32,442	0,0245
Modo 2	93,80	2,4649	115,0636	0,0246
Modo 3	121,48	2,2452	175,7749	0,0225
Modo 4	180,35	0,2810	48,4834	0,0028
Modo 5	425,52	0,0419	40,2840	0,0002

A partir dos amortecimentos modais (**D_m**), obtém-se as constantes de amortecimento individuais das seções do eixo, apresentadas na Tabela 10.13. Para este cálculo, as constantes de amortecimento mútuas entre as seções foram consideradas nulas.

Tabela 10.13 – Constantes de amortecimento individual das seções do eixo de Angra 2

Seção	**D [pu/pu]**	
HP	D_{11}	0,0053
LP1	D_{22}	-0,0489
LP2	D_{33}	-0,0138
LP3	D_{44}	-0,0063

Seção	D [pu/pu]	
GEN	D_{55}	-0,0636
EXC	D_{66}	0,0000

10.6. Resultados das Simulações

As simulações realizadas buscam avaliar os riscos de auto-excitação e interação torcional nas unidades geradoras de Angra dos Reis quando da utilização de compensação série em linhas de transmissão da malha principal de 500 kV da área. Serão determinados os níveis de compensação seguros do ponto de vista da ressonância subsíncrona, além da avaliação de medidas preventivas contra o fenômeno. As duas alternativas de compensação avaliadas são apresentadas na Tabela 10.14:

Tabela 10.14 – Alternativas de compensação série avaliadas para a malha de 500 kV da área RJ/ES

Alternativa	Descrição
1	▪ LT 500 kV Angra-Cachoeira Paulista (70%)
2	▪ LT 500 kV Angra-Cachoeira Paulista (70%) ▪ LT 500 kV Adrianópolis-C.Paulista (50%) – 3 circuitos

Além da condição de rede completa, serão investigadas configurações particulares de rede alterada que possam expor as unidades geradoras ao risco de auto-excitação e interação torcional. Uma vez que o arranjo do barramento de 500 kV da subestação de Angra é do tipo anel (ver Figura 10.13), alguns cenários pós-contingência críticos do ponto de vista da RSS podem ser originados após a ocorrência de contingências múltiplas. Estas contingências múltiplas podem ser provocadas, por exemplo, por quedas de torres compartilhadas por diferentes linhas de transmissão ou por contingências simples seguidas da atuação da proteção de retaguarda (ONS, 2006).

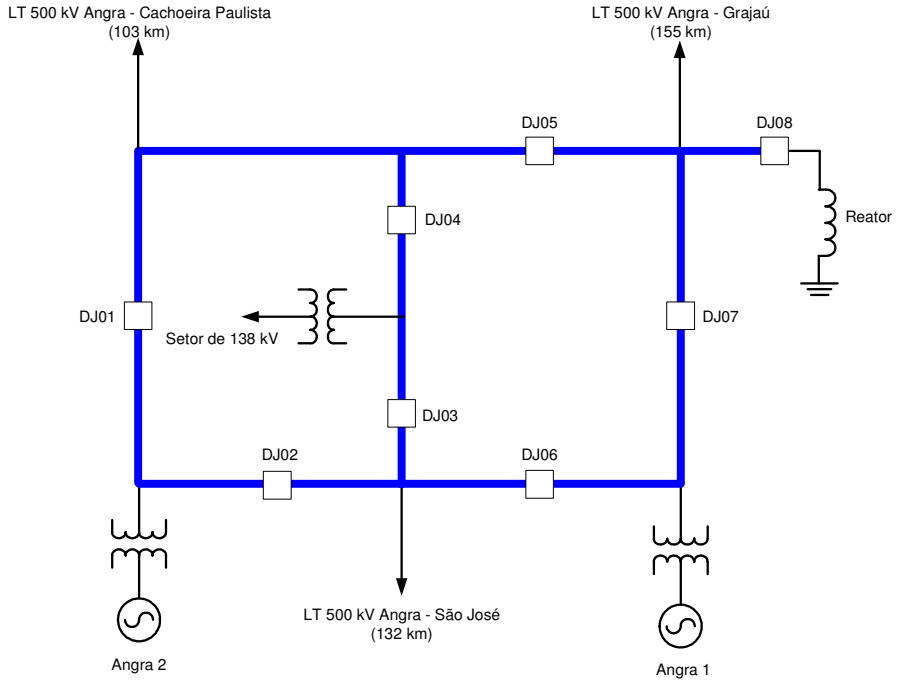


Figura 10.13 – Arranjo em anel do barramento de 500 kV da subestação de Angra

Por exemplo, supondo que a linha de 500 kV Angra – Grajaú esteja fora de operação para manutenção, os disjuntores DJ05, DJ07 e DJ08 deverão estar abertos por necessidades de isolação. Ocorrendo um defeito na linha de 500 kV Angra – São José, os relés de proteção da linha enviarão comando de abertura para os disjuntores DJ02, DJ03 e DJ06. Se o disjuntor DJ03 falhar ao abrir, a proteção de retaguarda irá enviar comando de abertura para o disjuntor DJ04, rejeitando a usina de Angra 1 e a transformação para o setor de 138 kV. Com isso, a usina de Angra 2 fica conectada radialmente a uma linha série-compensada (LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista). Apesar de se tratar de um evento de baixa probabilidade de ocorrência, esta é uma condição crítica sob o ponto de vista da ressonância subsíncrona e, por isso, deve ser analisada.

10.6.1. Alternativa 1

Este caso considera um nível de compensação de 70% da reatância total da linha de 500 kV Angra – Cachoeira Paulista, na subestação de Cachoeira Paulista. Esta linha é relativamente curta (103 km), o que em princípio não justificaria a utilização de compensação série. No entanto, simulações dinâmicas mostram que são obtidos ganhos nos limites de transmissão para algumas contingências severas.

A Figura 10.14 apresenta a resposta em freqüência do módulo da função de transferência que relaciona a diferença de velocidade das massas referentes ao gerador (ω_{GEN}) de Angra 1 e Angra 2 e a diferença de potência mecânica aplicada aos respectivos eixos (P_{MEC}), ou seja:

$$F(s) = \frac{\omega_{1_{GEN}}(s) - \omega_{2_{GEN}}(s)}{P_{mec1}(s) - P_{mec2}(s)} \tag{10.1}$$

Esta função de transferência foi escolhida de forma que os modos torcionais de ambas as unidades geradoras sejam excitados, e assim possam ser observados simultaneamente na resposta em freqüência. Não foram considerados quaisquer controladores para o cálculo da resposta em freqüência.

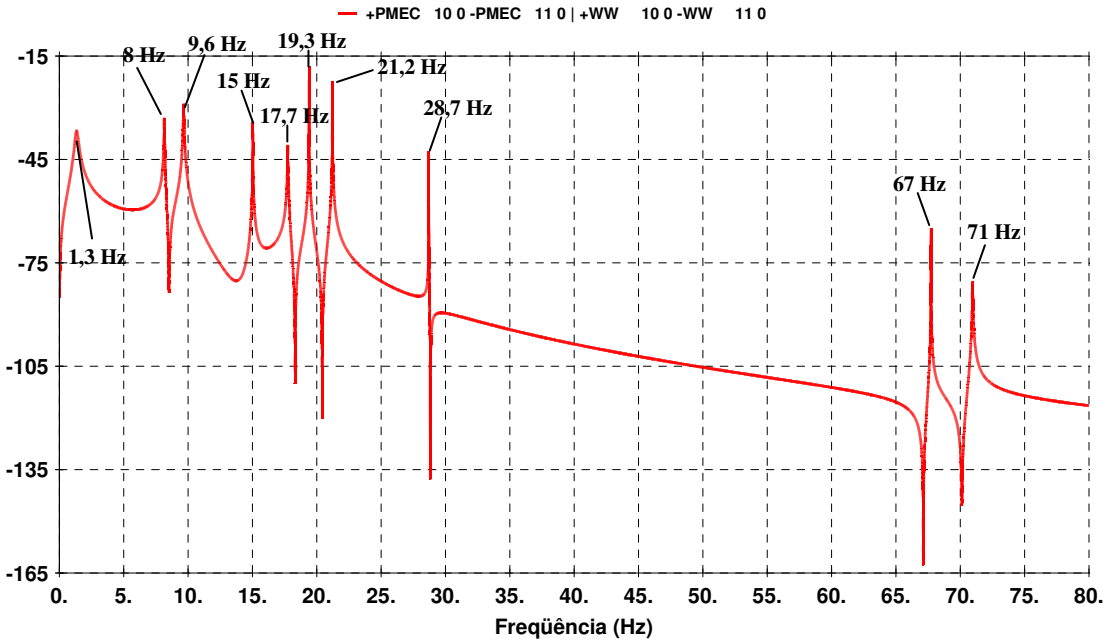


Figura 10.14 - Resposta em freqüência da função de transferência $\omega_1(s)$- $\omega_2(s)/P_{mec1}(s)$-$P_{mec2}(s)$

Verifica-se a presença de pólos dominantes nas freqüências de aproximadamente 8 Hz, 9,6 Hz, 15 Hz, 17,7 Hz, 19,4 Hz, 21,2 Hz, 28,7 Hz, 67 Hz e 71 Hz, correspondentes às freqüências de oscilação dos modos torcionais de ambas as unidades geradoras. Os picos acentuados nestas freqüências se devem à proximidade destes pólos em relação ao eixo imaginário. Identifica-se ainda um pólo dominante na freqüência de 1,3 Hz, correspondente ao *modo intraplanta* da usina, no qual todas as massas do eixo turbina-gerador de Angra 1 oscilam em conjunto contra as massas do eixo turbina-gerador de

Angra 2. Uma vez que foi aplicado um distúrbio simétrico nas unidades geradoras, este modo foi excitado com maior intensidade que o modo local da usina (1,1 Hz), tornando-se mais evidente na figura.

A função de transferência escolhida não é adequada para observar os modos da rede elétrica (subsíncrono e supersíncrono), ou seja, os pólos associados a estes modos não são dominantes para esta função de transferência. No entanto, as ressonâncias da rede podem ser visualizadas a partir das funções de transferência que relacionam as correntes e tensões terminais das unidades geradoras. As curvas resultantes são apresentadas na Figura 10.15, onde considerou-se uma representação rígida para o eixo de forma a facilitar a identificação dos modos.

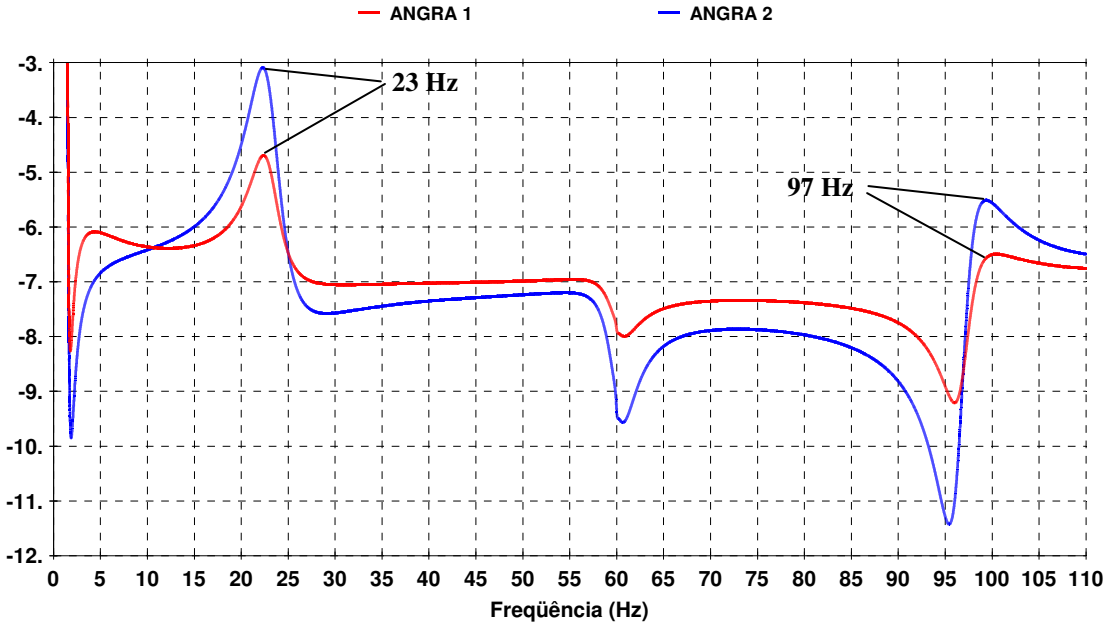


Figura 10.15 - Resposta em freqüência das funções de transferência $I_{t1}(s)/V_{t1}(s)$ e $I_{t2}(s)/V_{t2}(s)$ – Eixo representado como corpo rígido – Alternativa 1

Pode-se identificar a presença de pólos dominantes nas freqüências de 23 Hz e 97 Hz, aproximadamente. Estes pólos estão associados aos modos subsíncrono e supersíncrono da rede elétrica, respectivamente, e são originados pela projeção das variáveis do estator nos eixos girantes D e Q da rede elétrica. Quando o estator é percorrido por correntes subsíncronas na freqüência ω_n, estas são refletidas para o rotor nas freqüências $(\omega_s - \omega_n)$ e $(\omega_s + \omega_n)$, onde ω_s é a freqüência síncrona. Portanto, a existência de um

modo subsíncrono em 23 Hz e um modo supersíncrono em 97 Hz equivale a uma ressonância de rede na freqüência ω_n de 37 Hz.

A seguir, os autovalores do sistema são calculados e apresentados na Tabela 10.15 e na Figura 10.16. O cálculo foi realizado utilizando-se o método QZ, que utiliza a modelagem por sistemas descritores, e permite a determinação direta de todos os autovalores do sistema simultaneamente. A natureza dos autovalores foi determinada a partir dos fatores de participação de cada variável nos respectivos modos.

Tabela 10.15 - Autovalores do sistema – Alternativa 1

N°	Autovalor	Freqüência (Hz)	Amortecimento (%)	Tipo
1	-12,259±j610,7	97,2	2,00%	Supersíncrono
2	-0,1229±j445,8	71,0	0,03%	Torcional (Angra 1)
3	-0,0078±j425,5	67,7	0,002%	Torcional (Angra 2)
4	-0,0031±j180,4	28,7	0,002%	Torcional (Angra 2)
5	-11,468±j143,0	22,8	8,00%	Subsíncrono
6	-0,0167±j133,3	21,2	0,01%	Torcional (Angra 1)
7	**+0,0095±j121,9**	**19,4**	**-0,008%**	**Torcional (Angra 2)**
8	-0,1181±j111,5	17,7	0,10%	Torcional (Angra 1)
9	-0,0328±j94,4	15,0	0,03%	Torcional (Angra 2)
10	-0,163±j60,6	9,6	0,27%	Torcional (Angra 1)
11	-0,0933±j51,3	8,2	0,18%	Torcional (Angra 2)
12	-5,8325±j9,36	1,49	52,86%	Eletromecânico
13	-1,7748±j7,97	1,27	21,72%	Eletromecânico

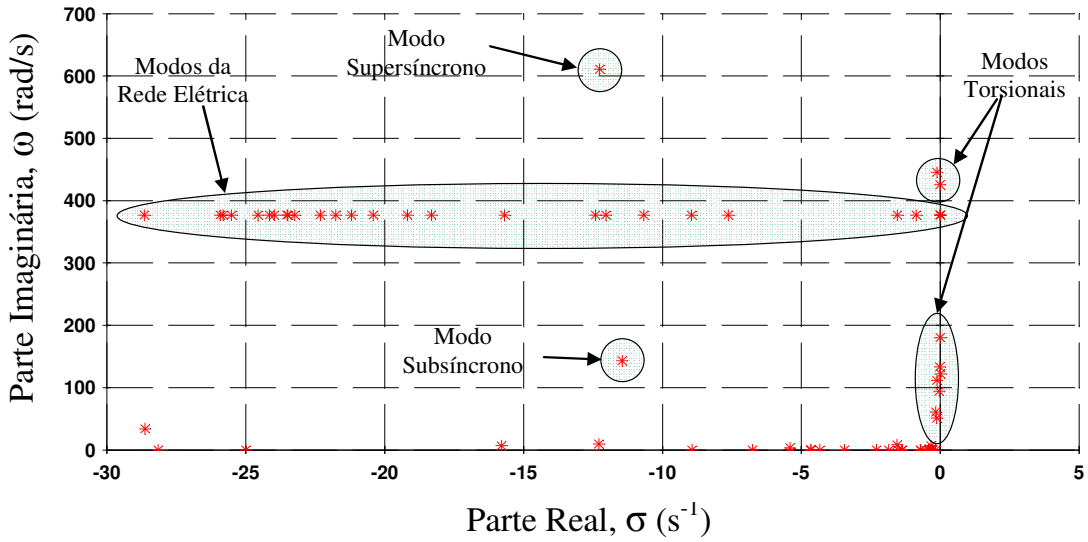


Figura 10.16 – Autovalores do sistema – Alternativa 1

Verifica-se que o terceiro modo torcional de Angra 2 (19,4 Hz) encontra-se no limiar de instabilidade para este nível de compensação. Esta instabilidade se deve à interação adversa com o modo subsíncrono da rede, caracterizando o fenômeno da ressonância subsíncrona pelo mecanismo de interação torcional. Para este nível de compensação, a freqüência do modo subsíncrono (22,8 Hz) é próxima à freqüência do terceiro modo torcional de Angra 1 (21,2 Hz) e de Angra 2 (19,4 Hz), mas somente este último é sensibilizado. Os modos de oscilação de 8,2 Hz, 9,5 Hz, 14,9 Hz e 17,7 Hz estão bem distantes da faixa de freqüência para a qual as oscilações da rede são sentidas nas barras terminais das máquinas e, portanto, não são esperados problemas relacionados à interação adversa entre os sistemas mecânicos e elétricos para este nível de compensação. Os modos torcionais de 67,7 Hz e 71 Hz situam-se na faixa supersíncrona e estão associados a modos de oscilação mecânicos da excitatriz de cada unidade. Conforme visto no item 9.3, o modo supersíncrono não interage de maneira adversa com os modos torcionais do eixo turbina-gerador.

Para observar o comportamento dos autovalores do sistema à medida que o nível de compensação da linha é variado, calculou-se o diagrama do lugar das raízes para toda a faixa de compensação (0 a 100%), considerando o sistema na condição de rede completa. O resultado é apresentado na Figura 10.17, onde os modos torcionais e os modos subsíncrono e supersíncrono da rede elétrica estão em destaque. Pela figura, observa-se que com o aumento da reatância do capacitor série, a freqüência do modo subsíncrono é reduzida, enquanto a freqüência do modo supersíncrono é aumentada.

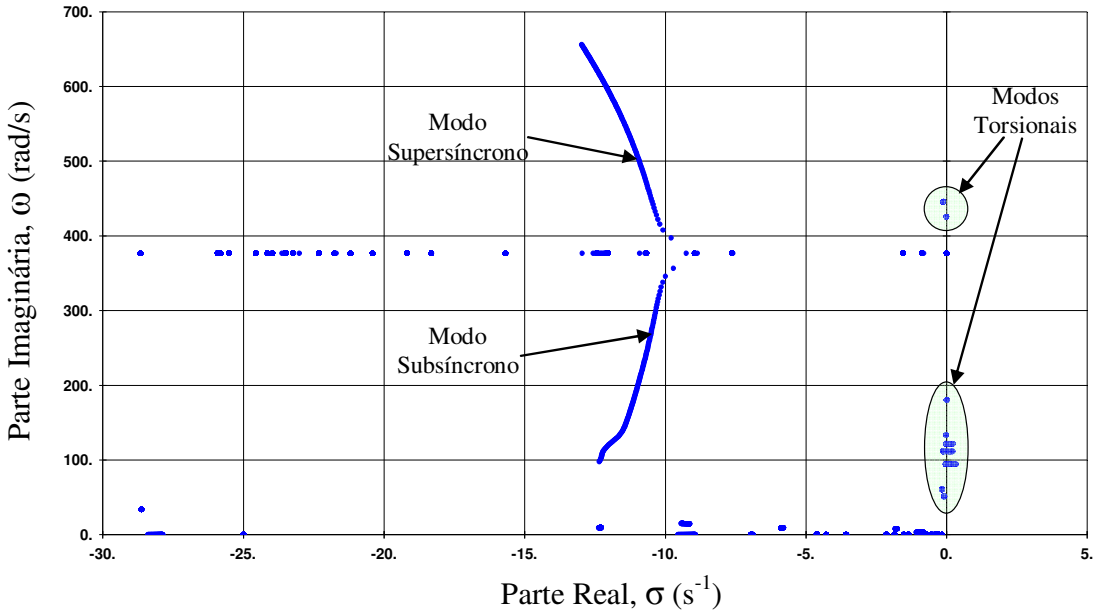


Figura 10.17 – Lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série X_C de 0,0 pu (0%) a 0,0148 pu (100%) – Alternativa 1

À medida que a freqüência do modo subsíncrono se aproxima da freqüência dos modos torcionais, verifica-se uma forte interação com alguns destes modos, fazendo com que sejam deslocados para a direita no plano complexo. Esta interação caracteriza o fenômeno da ressonância subsíncrona pelo mecanismo de interação torcional e ocorre com maior intensidade para determinados valores críticos de compensação série, indicados em detalhes nas figuras a seguir.

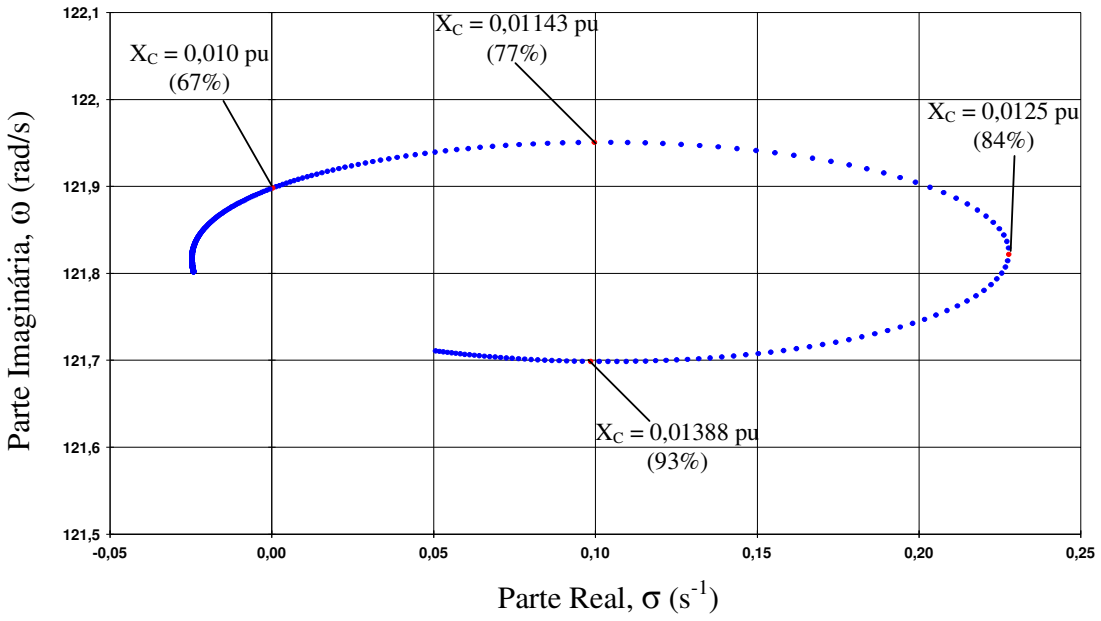


Figura 10.18 – Detalhe do diagrama do lugar das raízes para o terceiro modo torcional de Angra 2 (19,3 Hz) – Alternativa 1

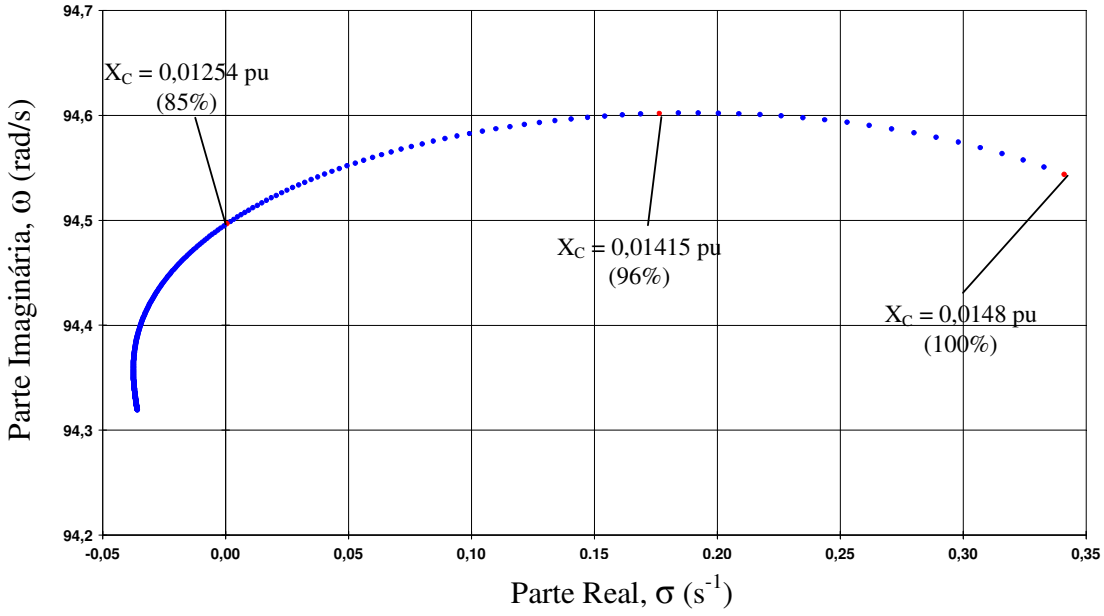


Figura 10.19 - Detalhe do diagrama do lugar das raízes para o segundo modo torcional de Angra 2 (14,9 Hz) – Alternativa 1

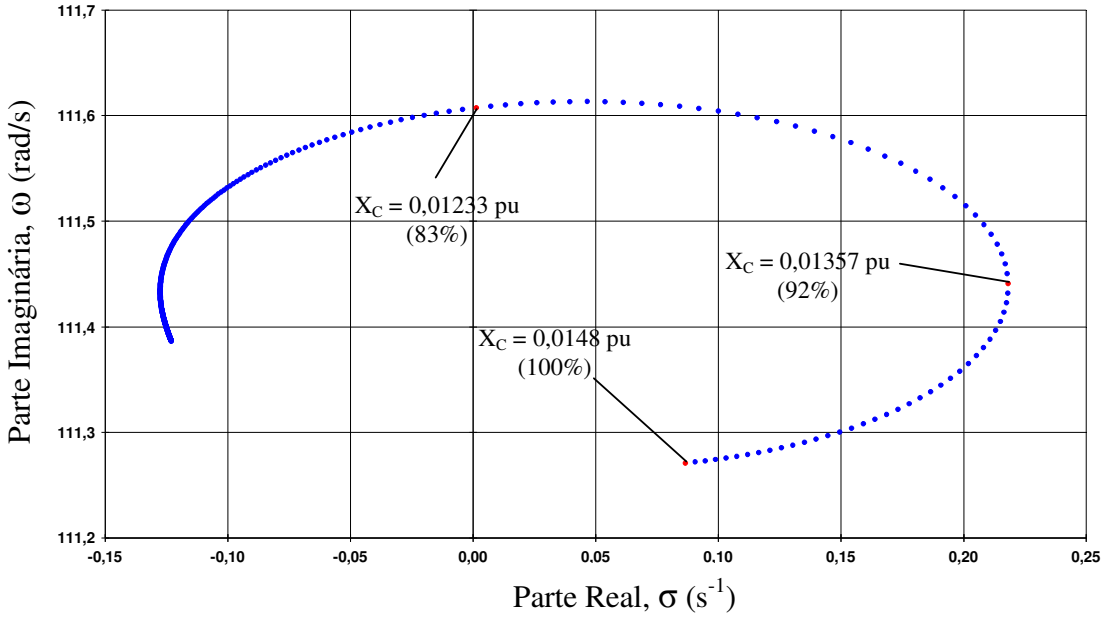


Figura 10.20 - Detalhe do diagrama do lugar das raízes para o segundo modo torcional de Angra 1 (17,5 Hz) – Alternativa 1

Verifica-se que para níveis de compensação superiores a 67% ($x_c \geq 0,01$ pu), o terceiro modo torcional de Angra 2 (19,4 Hz) é deslocado para o semiplano direito do plano complexo, tornando-se instável. Para este modo, a máxima interação com o sistema elétrico ocorre para um nível de compensação de 84% ($x_c = 0,0125$ pu). Já o segundo modo torcional de Angra 2 (14,9 Hz) somente é instabilizado para níveis de compensação superiores a 85% ($x_c \geq 0,01254$ pu). Por fim, o segundo modo torcional de Angra 1 (17,5 Hz) é instável para níveis de compensação superiores a 83% ($x_c \geq 0,01233$ pu), sendo que a máxima interação com o sistema elétrico ocorre para um nível de compensação de aproximadamente 92% ($x_c = 0,01357$ pu). Os outros modos torcionais não interagem de forma adversa com o sistema elétrico independente do nível de compensação.

O grau de interação torcional pode também ser avaliado a partir dos fatores de participação de cada variável de estado nos modos de interesse. Em condições normais, variáveis mecânicas (ângulo e velocidade) devem apresentar elevado fator da participação nos modos torcionais e baixo fator de participação nos modos da rede elétrica. Por outro lado, variáveis relacionadas aos componentes da rede (tensão em capacitores e corrente nos indutores) normalmente possuem fatores de participação elevados nos modos da rede elétrica e baixos fatores de participação nos modos

mecânicos do eixo turbina-gerador. No entanto, em condições de intensa interação, a participação das variáveis mecânicas nos modos da rede elétrica se torna significativa, e vice-versa. Além disso, quando unidades geradoras eletricamente próximas estão conectadas, há possibilidade de interação torcional mútua entre as unidades devido ao acoplamento entre seus eixos através da rede elétrica. Neste caso, as variáveis mecânicas de uma unidade apresentam fator de participação considerável nos modos torcionais da outra unidade e vice-versa.

A Tabela 10.16 apresenta o comportamento do modo subsíncrono e do terceiro modo torcional de Angra 2 (19,3 Hz) em função do grau de compensação série da linha. Os fatores de participação das variáveis $\Delta\omega_{1_{GEN}}$ (velocidade da massa GEN de Angra 1), $\Delta\omega_{2_{LP3}}$ (velocidade da massa LP3 de Angra 2) e Δv_{cq} (tensão no capacitor no eixo q) são calculados para ambos os modos. Conforme esperado, a medida que a freqüência do modo subsíncrono se aproxima de 19,3 Hz (freqüência do modo torcional), o amortecimento do modo torcional vai se tornando negativo. Por outro lado, o modo subsíncrono é impulsionado para a esquerda, tendo seu amortecimento aumentando. Nesta condição, o fator de participação de Δv_{cq} no modo torcional é grande, decorrente da interação entre a rede elétrica e o eixo do gerador. Da mesma forma, as variáveis de estado $\Delta\omega_{1_{GEN}}$ e $\Delta\omega_{2_{LP3}}$ apresentam participação significativa no modo subsíncrono da rede elétrica. Com o aumento do nível de compensação além destes valores, a freqüência do modo subsíncrono é reduzida, afastando-se da freqüência do modo torcional e diminuindo a interação. O fator de participação de $\Delta\omega_{1_{GEN}}$ no modo subsíncrono continua elevado em virtude da interação com outros modos torcionais. O fator de participação da variável de estado $\Delta\omega_{1_{GEN}}$ no modo torcional aumenta com o nível de compensação, mas em geral é bastante baixo, indicando que o acoplamento entre os dois conjuntos turbina-gerador existe, mas é muito pequeno.

Tabela 10.16 –Comportamento do modo subsíncrono e do terceiro modo torcional de Angra 2 (19,3 Hz) em função do grau de compensação série

Comp. (%)	**Modo Torcional (19,3 Hz)**						**Modo Subsíncrono**					
	Autovalor	**f (Hz)**	**ζ (%)**	**Fatores de Participação**			**Autovalor**	**f (Hz)**	**ζ (%)**	**Fatores de Participação**		
				$\Delta\omega_{1_{GEN}}$	$\Delta\omega_{2_{LP3}}$	Δv_{cq}				$\Delta\omega_{1_{GEN}}$	$\Delta\omega_{2_{LP3}}$	Δv_{cq}
35%	-0,0242±j121,8	19,4	0,02	0,03%	100%	0,0%	-10,909±j211,7	33,7	5,15	0,1%	0,0%	100%
45%	-0,0237±j121,8	19,4	0,02	0,02%	100%	0,0%	-11,078±j189,5	30,2	5,84	0,2%	0,0%	100%
55%	-0,0210±j121,8	19,4	0,02	0,02%	100%	0,1%	-11,239±j169,7	27,0	6,61	0,3%	0,0%	100%
60%	-0,0172±j121,9	19,4	0,01	0,01%	100%	0,2%	-11,317±j160,4	25,5	7,04	0,4%	0,0%	100%
65%	-0,0090±j121,9	19,4	0,01	0,00%	100%	0,3%	-11,398±j151,5	24,1	7,50	0,6%	0,1%	100%
70%	0,0103±j121,9	19,4	-0,01	0,00%	100%	0,5%	-11,490±j143,0	22,8	8,01	0,8%	0,3%	100%
75%	0,0603±j121,9	19,4	-0,05	0,01%	100%	1,0%	-11,620±j134,7	21,4	8,59	1,3%	0,7%	100%
80%	0,1693±j121,9	19,4	-0,14	0,07%	100%	1,9%	-11,834±j126,8	20,2	9,29	2,0%	1,7%	100%
83,8%	0,2302±j121,8	19,4	-0,20	0,14%	100%	2,3%	-12,015±j121,0	19,3	9,88	2,8%	2,3%	100%
85%	0,2287±j121,8	19,4	-0,19	0,16%	100%	2,2%	-12,073±j119,1	18,9	10,08	3,1%	2,2%	100%
90%	0,1535±j121,7	19,4	-0,13	0,17%	100%	1,4%	-12,227±j111,9	17,8	10,87	3,6%	1,9%	100%

Além da condição de rede completa, foram avaliados os seguintes cenários de rede alterada:

- Indisponibilidade da LT 500 kV Angra – Grajaú
- Indisponibilidade da LT 500 kV Angra – São José
- Indisponibilidade da LT 500 kV Angra – Grajaú e LT 500 kV Angra – São José
- Angra 2 conectada radialmente a LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista

Em todos os casos avaliados, os riscos de RSS verificados foram semelhantes ou até menores que no caso original. Como exemplo, é apresentado na Figura 10.21 o diagrama do lugar das raízes para variação do nível de compensação considerando o caso com Angra 2 conectada radialmente a LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista.

Devido ao arranjo do barramento de 500 kV de Angra, esta configuração só é viável com a usina de Angra 1 desligada e, por isso, somente os modos torcionais de Angra 2 estão presentes no diagrama. Verifica-se que, neste caso, os modos torcionais estão localizados fora da faixa de freqüência do modo subsíncrono, não existindo interação adversa.

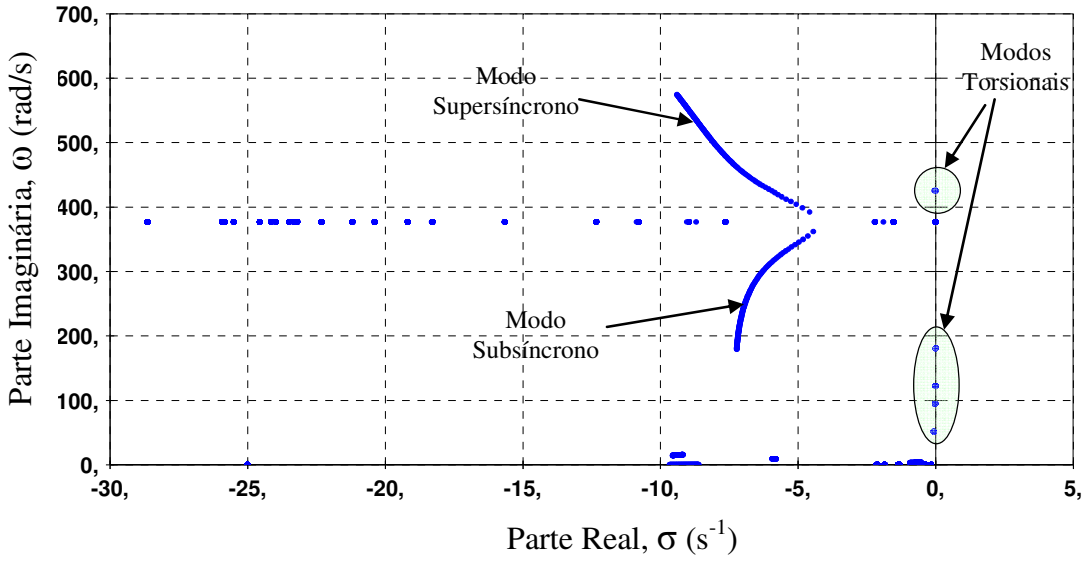


Figura 10.21 - Lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série X_C de 0,0 pu (0%) a 0,0148 pu (100%) – Alternativa 1 - Angra 2 conectada radialmente a LT 500 kV Angra - Cachoeira Paulista

As análises dos parágrafos anteriores mostraram que não são esperados problemas relacionados a RSS para níveis de compensação de até 65%, aproximadamente. Em geral, as necessidades sistêmicas requerem níveis de compensação inferiores e, portanto, em princípio a adoção de medidas preventivas não é necessária. No entanto, em alguns casos os níveis de compensação podem ser mais elevados, tornando a avaliação de medidas mitigadoras contra RSS necessária. Algumas das medidas mais comumente adotadas foram introduzidas no item 9.6. Uma das formas mais simples e econômicas consiste em aplicar sinais adicionais ao sistema de excitação do gerador, de forma a introduzir componentes de torque de amortecimento nas freqüências referentes aos modos torcionais. Como exemplo de aplicação desta técnica, será desenvolvido um controle suplementar aplicado ao sistema de excitação dos geradores de Angra 1 e Angra 2 baseado na síntese das componentes modais de velocidade dos eixos, semelhantes ao desenvolvido no item 9.7.3 para o sistema IEEE First Benchmark Model.

As estruturas dos controladores propostos aplicados aos sistemas de excitação de Angra 1 e Angra 2 são apresentadas na Figura 10.22 e na Figura 10.23, respectivamente. Cada controlador possui tantos canais em paralelo quantos são os seus modos torcionais críticos. Conforme visto em análises anteriores, a usina de Angra 1 possui apenas um modo torcional crítico (17,5 Hz), enquanto Angra 2 possui dois modos que podem se tornar instáveis (19,3 Hz e 14,9 Hz). O sinal de saída do controlador é obtido pela soma dos sinais de cada canal e é aplicado à referência do regulador de tensão do gerador. Observe que os PSS's originais, utilizados para amortecer as oscilações eletromecânicas de baixa freqüência, foram mantidos. O valor dos ganhos β_{ij} correspondem ao elemento i, j da matriz $\mathbf{Q}^{-1}$ de cada gerador, dadas a seguir:

Angra 1:

$$\mathbf{Q}^{-1}_{Angra1} = \begin{matrix} \\ m \\ o \\ d \\ o \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0.0451 & 0.3815 & 0.3849 & 0.1818 & 0.0067 \\ 0.0910 & 0.5941 & -0.3530 & -0.3201 & -0.0120 \\ 0.0625 & 0.1145 & -0.7293 & 0.5314 & 0.0209 \\ 0.8362 & -1.0265 & 0.2919 & -0.0977 & -0.0040 \\ 0.0000 & -0.0005 & 0.0398 & -1.0010 & 0.9617 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Angra 2:

$$\mathbf{Q}_{Angra2}^{-1} = \begin{matrix} \\ m \\ o \\ d \\ o \\ \\ \end{matrix} \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.0487 & 0.2556 & 0.2556 & 0.2556 & 0.1757 & 0.0087 \\ -0.0899 & -0.4274 & -0.1044 & 0.2838 & 0.3217 & 0.0162 \\ -0.0735 & -0.2581 & 0.4718 & 0.1632 & -0.2883 & -0.0151 \\ 0.0356 & 0.0832 & -0.3554 & 0.5180 & -0.2669 & -0.0145 \\ 0.7890 & -0.9212 & 0.1545 & -0.0270 & 0.0044 & 0.0003 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0009 & 0.0381 & -0.9862 & 0.9489 \end{bmatrix}$$

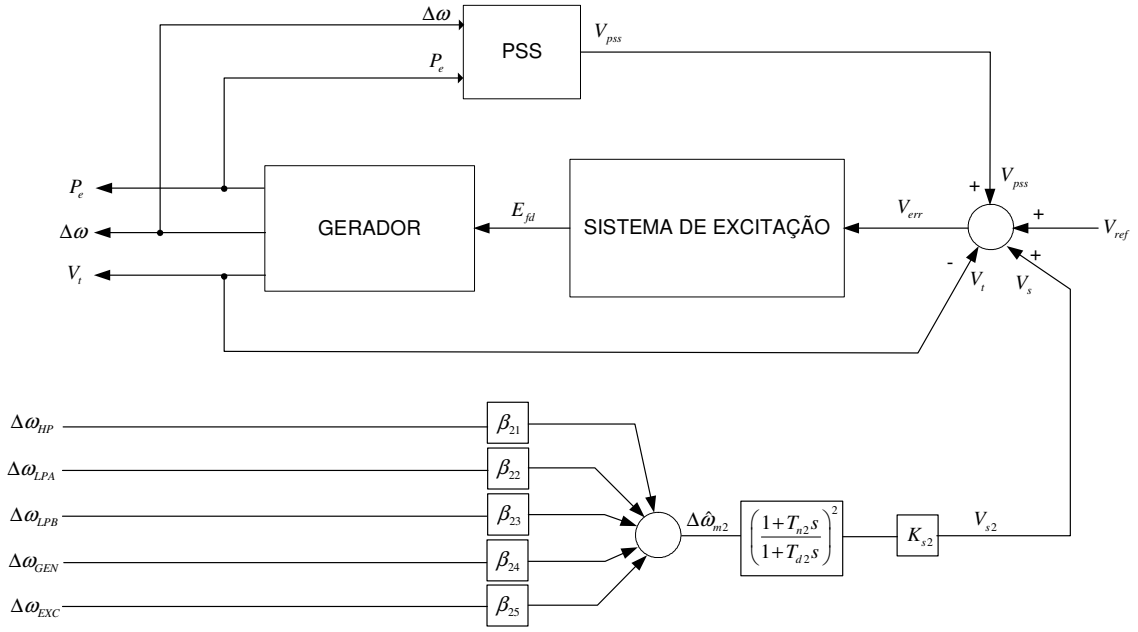


Figura 10.22 - Diagrama de blocos do controle suplementar aplicado ao sistema de excitação de Angra 1

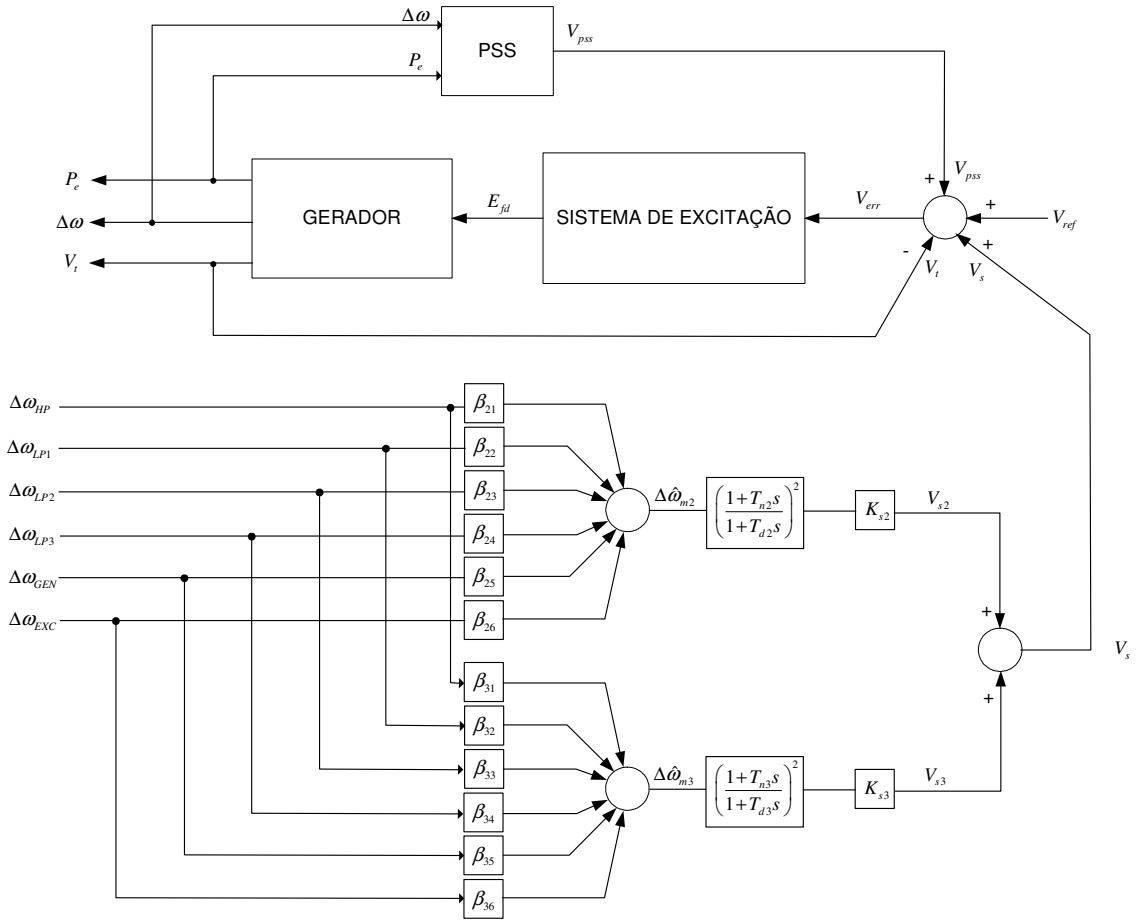
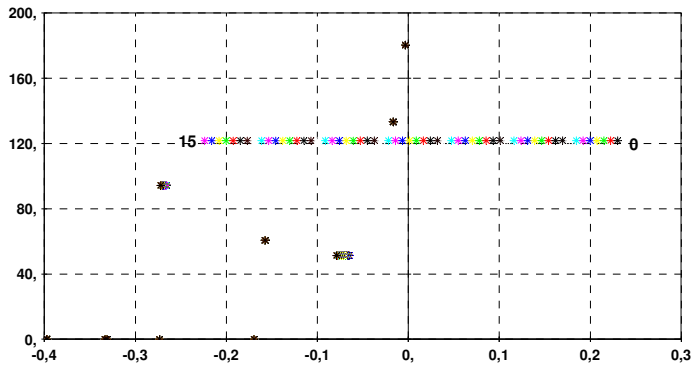
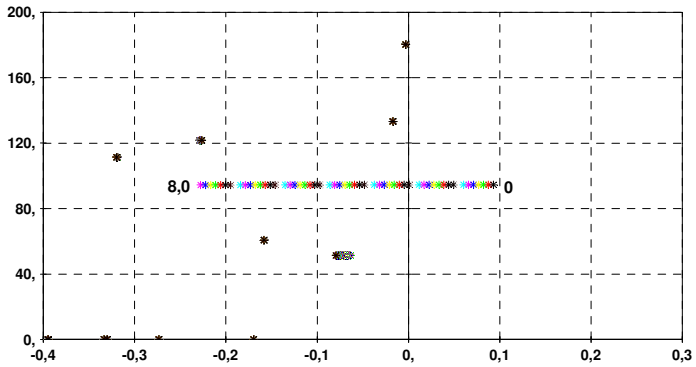


Figura 10.23 - Diagrama de blocos do controle suplementar aplicado ao sistema de excitação de Angra 2

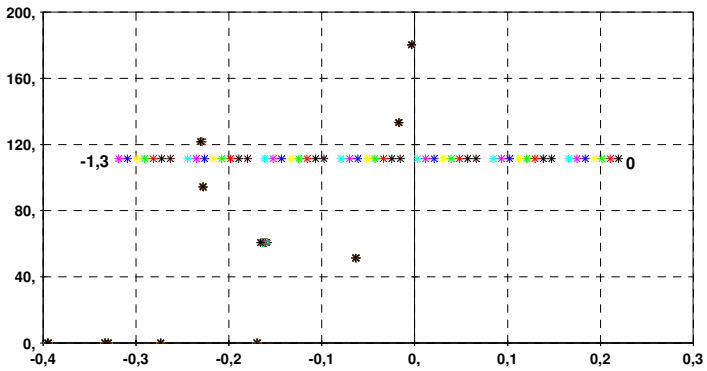
O ajuste da compensação de fase de cada canal foi realizado de forma que o ângulo de partida do pólo associado fosse igual a 180º à medida que o ganho do canal é variado. A Figura 10.24 apresenta o diagrama do lugar das raízes para o ajuste dos ganhos de cada canal. Em cada caso, os ajustes foram feitos para os níveis de compensação críticos para cada modo torcional. Observe que a variação dos ganhos desloca apenas os modos torcionais de interesse.



(a) Modo 3 (K_{s3}) – Angra 2 - $x_c = 0,0125\,pu$



(b) Modo 2 (K_{s2}) – Angra 2 - $x_c = 0,01357\,pu$



(c) Modo 2 (K_{s2}) – Angra 1 - $x_c = 0,01357\,pu$

Figura 10.24 - Ajuste dos ganhos do controle suplementar aplicado ao sistema de excitação de Angra 1 e Angra 2 para cada caso crítico

Foram adotados os seguintes valores para os ganhos dos controladores:

Angra 1:

$K_{s2} = -1,3$ pu/pu

Angra 2:

$K_{s2} = 8,0$ pu/pu

$K_{s3} = 15,0$ pu/pu

A Figura 10.25 apresenta o diagrama do lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série em toda a faixa de compensação na presença dos controladores. Verifica-se que para todos os níveis de compensação os autovalores se mantêm no semiplano esquerdo do plano complexo, comprovando a eficácia do controle proposto.

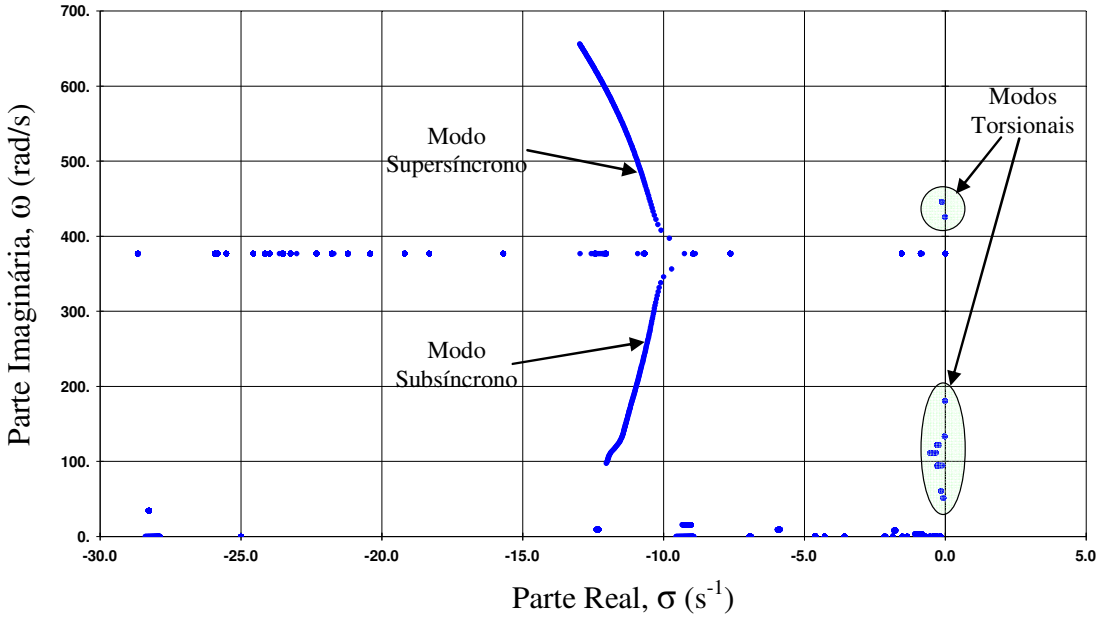


Figura 10.25 - Lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série X_C de 0,0 pu (0%) a 0,0148 pu (100%) – Alternativa 1 - Caso com controle suplementar

O detalhamento do comportamento dos modos torcionais críticos é apresentado nas figuras a seguir.

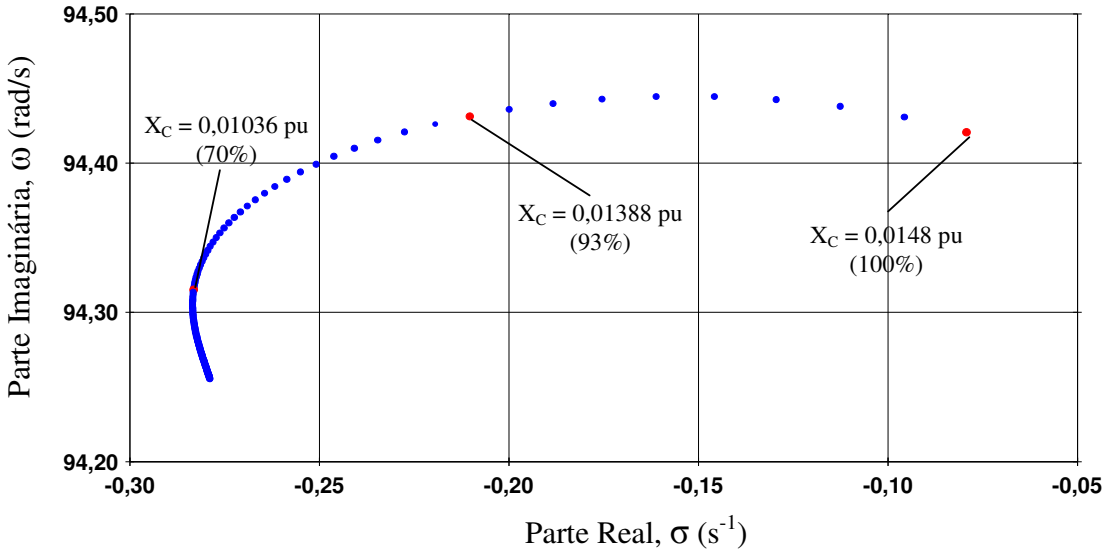


Figura 10.26 - Detalhe do diagrama do lugar das raízes para o segundo modo torcional de Angra 2 (14,9 Hz) – Alternativa 1 – Caso com controle suplementar

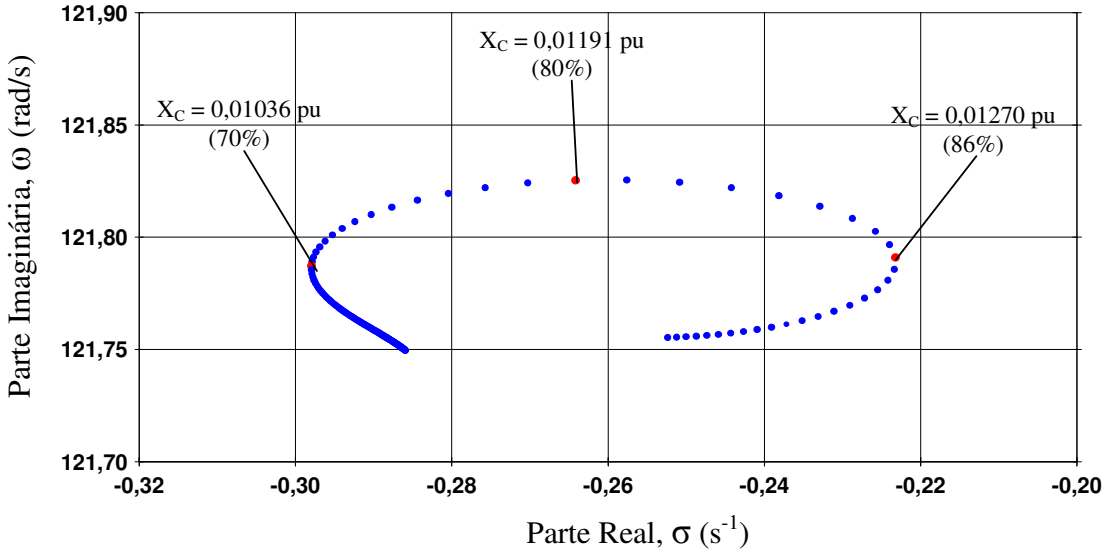


Figura 10.27 - Detalhe do diagrama do lugar das raízes para o terceiro modo torcional de Angra 2 (19,3 Hz) – Alternativa 1 – Caso com controle suplementar

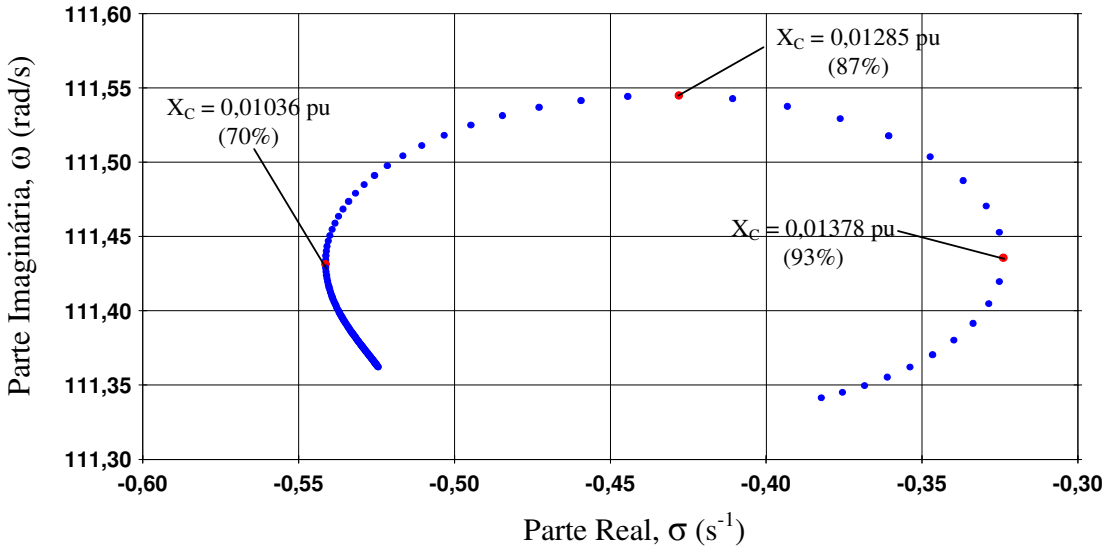


Figura 10.28 - Detalhe do diagrama do lugar das raízes para o segundo modo torcional de Angra 1 (17,5 Hz) – Alternativa 1 – Caso com controle suplementar

A Figura 10.29 apresenta a resposta do sistema a uma perturbação em degrau de 0,01 *pu* na potência mecânica de Angra 2 para uma compensação de 84% da reatância total da linha ($X_c = 0,0125$ *pu*), correspondente ao nível de máxima interação com o terceiro modo torcional de Angra 2 (19,3 Hz). O segundo modo torcional de Angra 1 (17,5 Hz) também é instável para este nível de compensação. A figura compara os casos com e sem controle suplementar aplicado ao sistema de excitação.

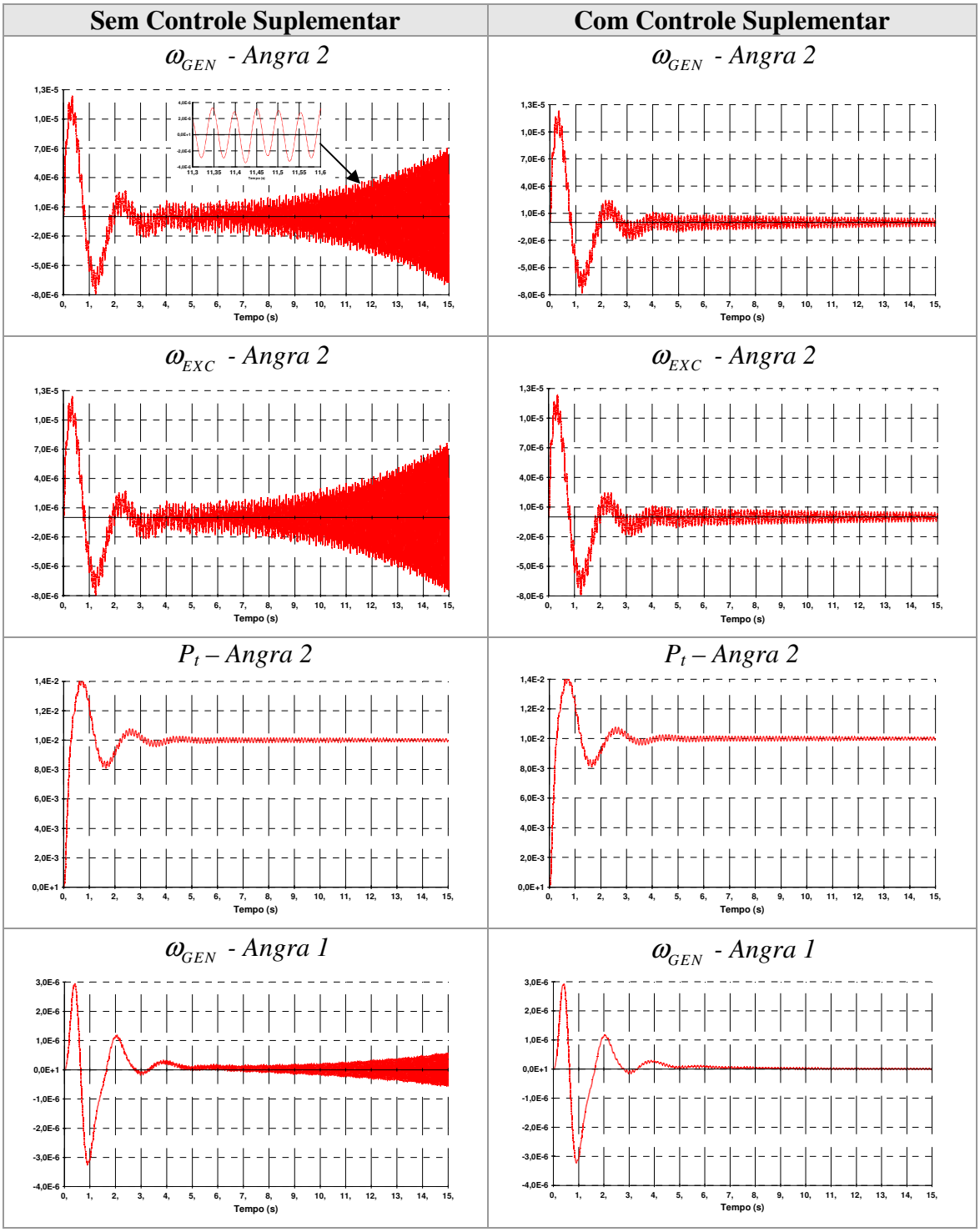


Figura 10.29 - Resposta do sistema uma perturbação em degrau de 0,01 pu na potência mecânica de Angra 2 – $X_c = 0{,}0125\ pu$ (84%) – Alternativa 1

Para o caso sem o controle suplementar, são observadas oscilações crescentes na freqüência do terceiro modo torcional de Angra 2 (19,3 Hz), em virtude da interação torcional para este nível de compensação. Estas oscilações são mais acentuadas nas massas LP3, GEN e EXC, conforme previsto na análise dos mode-shapes de velocidade

e comprovado nas simulações no tempo. As figuras mostram também que, apesar de pequena, existe interação torcional entre as unidades geradoras de Angra 1 e Angra 2, de forma que as oscilações torcionais de Angra 2 são refletidas no eixo de Angra 1. Com a inclusão dos controladores propostos, as oscilações torcionais são amortecidas e o sistema é estável.

10.6.2. Alternativa 2

Esta alternativa considera a adoção de compensação série de 50% nos três circuitos de 500 kV entre as subestações de Cachoeira Paulista e Adrianópolis, além da compensação de 70% na LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista já considerada na alternativa anterior. Os dois primeiros circuitos possuem 171 km de comprimento, enquanto o terceiro possui 178 km.

A freqüência dos modos torcionais praticamente não é afetada por alterações topológicas da rede elétrica, de forma que a localização dos picos referentes a estes modos observados na resposta em freqüência é semelhante ao caso anterior. Por outro lado, a localização das freqüências naturais da rede é sensivelmente alterada. Como esta alternativa de compensação considera a presença de quatro linhas série-compensadas, a rede elétrica irá apresentar quatro freqüências naturais de oscilação, dando origem a quatro modos supersíncronos e quatro modos subsíncronos. Esta característica pode ser observada na Figura 10.30, onde é apresentado o módulo da resposta em freqüência da função de transferência que relaciona as correntes e tensões terminais das unidades geradoras. Devido à proximidade de alguns destes modos, a identificação individual de cada modo torna-se um pouco crítica. Pela figura, identifica-se um grupo de modos subsíncronos próximo a 20 Hz e um pólo dominante em 45 Hz, aproximadamente. Na faixa supersíncrona, é possível identificar um pólo dominante na freqüência de 75 Hz e um grupo de pólos próximo a 100 Hz.

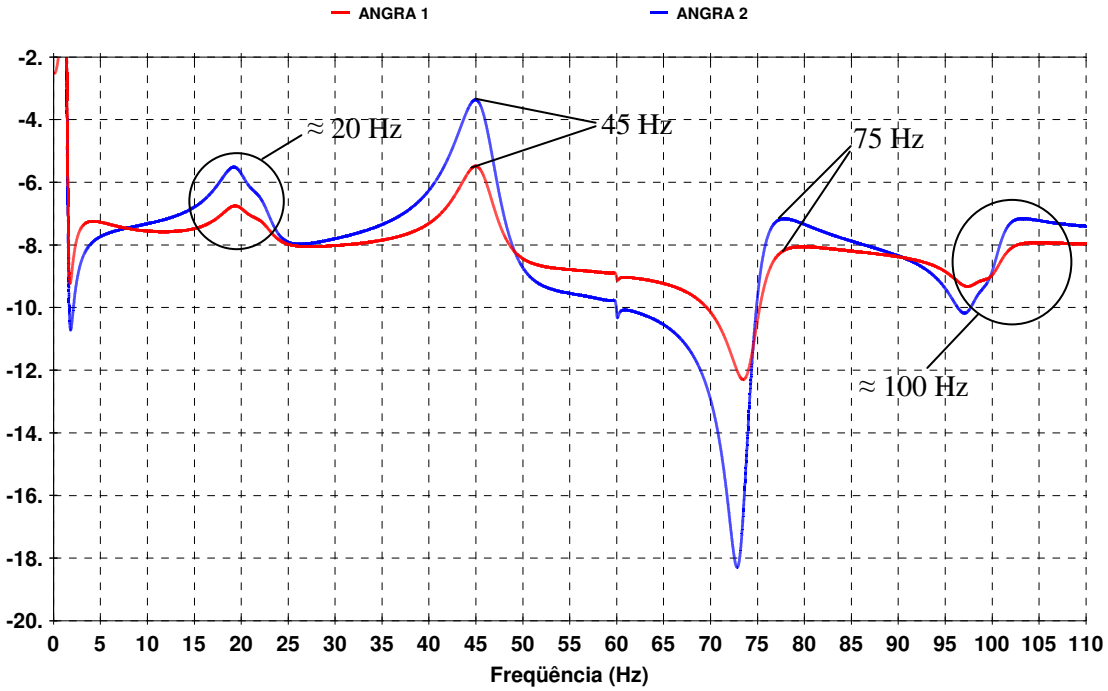


Figura 10.30 - Resposta em freqüência das funções de transferência $I_{t1}(s)/V_{t1}(s)$ e $I_{t2}(s)/V_{t2}(s)$ – Eixo representado como corpo rígido – Alternativa 2

A Tabela 10.17 apresenta os principais autovalores do sistema, representados graficamente na Figura 10.31.

Tabela 10.17 - Autovalores do sistema – Alternativa 2

N°	Autovalor	Freqüência (Hz)	Amortecimento (%)	Tipo
1	-11,988±j641,7	102,1	1,87%	Supersíncrono
2	-11,986±j630,5	100,3	1,90%	Supersíncrono
3	-11,986±j613,9	97,7	1,95%	Supersíncrono
4	-15,006±j468,3	74,5	3,20%	Supersíncrono
5	-0,1243±j445,8	71,0	0,03%	Torcional (Angra 1)
6	-0,0082±j425,5	67,7	0,002%	Torcional (Angra 2)
7	-14,171±j285,7	45,5	4,95%	Subsíncrono
8	-0,0031±j180,4	28,7	0,002%	Torcional (Angra 2)
9	-11,798±j140,0	22,3	8,40%	Subsíncrono
10	-0,0169±j133,3	21,2	0,01%	Torcional (Angra 1)
11	-11,783±j123,2	19,5	9,51%	Subsíncrono
12	**+0,058±j121,8**	**19,4**	**-0,05%**	**Torcional (Angra 2)**
13	-11,988±j112,3	17,9	10,62%	Subsíncrono
14	-0,0832±j111,5	17,7	0,07%	Torcional (Angra 1)
15	-0,0250±j94,4	15,0	0,03%	Torcional (Angra 2)

N°	Autovalor	Freqüência (Hz)	Amortecimento (%)	Tipo
16	-0,1591±j60,6	9,6	0,26%	Torcional (Angra 1)
17	-0,0942±j51,3	8,2	0,18%	Torcional (Angra 2)
18	-5,9842±j9,26	1,47	54,3%	Eletromecânico
19	-1,9097±j7,81	1,24	23,7%	Eletromecânico

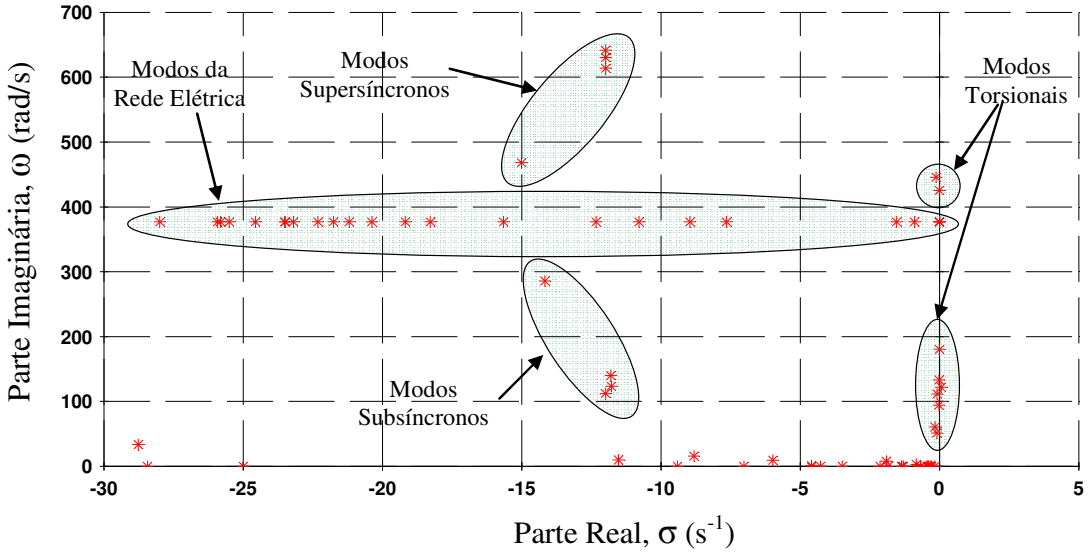


Figura 10.31 – Autovalores do sistema – Alternativa 2

Novamente, verifica-se que o terceiro modo torcional de Angra 2 (19,4 Hz) é instável para estes níveis de compensação, devido a interação torcional com um dos modos subsíncronos da rede elétrica (19,5 Hz). A presença dos capacitores série nos três circuitos entre Adrianópolis e Cachoeira Paulista deslocou o modo subsíncrono crítico para uma freqüência ainda mais próxima do modo torcional, agravando o fenômeno.

A Figura 10.32 apresenta o diagrama do lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série da LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista em toda a faixa de compensação (0 a 100%), mantendo fixa a compensação da LT 500 kV Cachoeira Paulista - Adrianópolis em 50%.

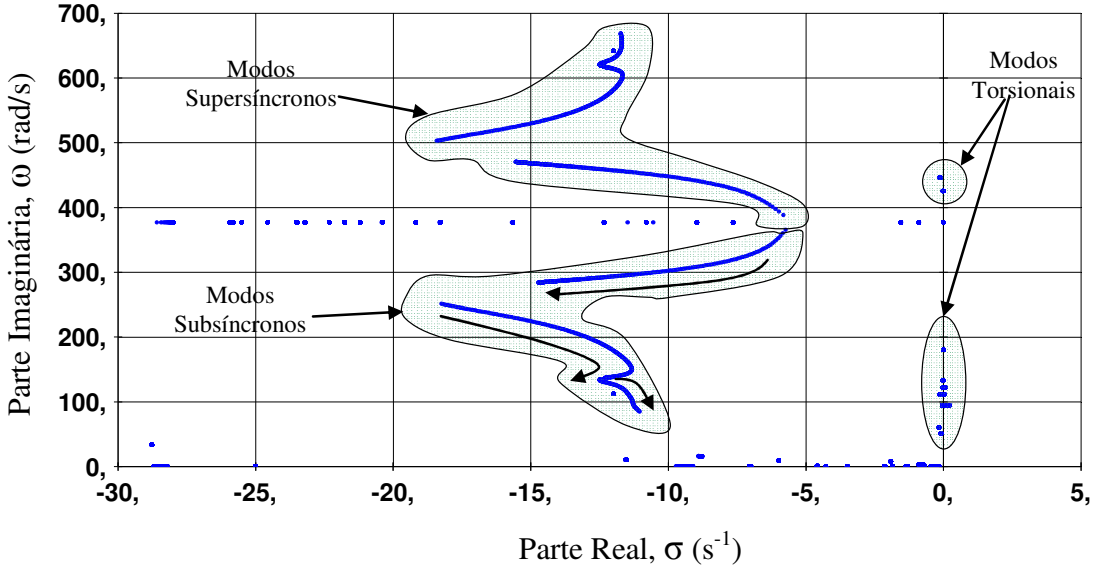


Figura 10.32 - Lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série X_C da LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista de 0,0 pu (0%) a 0,0148 pu (100%) – Alternativa 2

Verifica-se que à medida que a reatância do capacitor série é aumentada, três dos quatro modos subsíncronos são deslocados ao longo do plano complexo. O primeiro deles, de freqüência mais elevada, não chega a alcançar a faixa de freqüência dos modos torcionais. O segundo, de freqüência intermediária, atravessa a faixa do quarto modo torcional de Angra 2, mas não interage de forma adversa com este modo. Para o terceiro modo subsíncrono, de freqüência mais baixa, verifica-se interação adversa com o segundo e terceiro modos torcionais de Angra 2 (14,9 Hz e 19,3 Hz) e com o segundo modo torcional de Angra 1 (17,5 Hz), dependendo do nível de compensação. O modo subsíncrono de freqüência 17,8 Hz não é sensibilizado com a variação da reatância do capacitor série.

O detalhamento do comportamento dos modos torcionais nas faixas críticas de compensação é apresentado nas figuras a seguir.

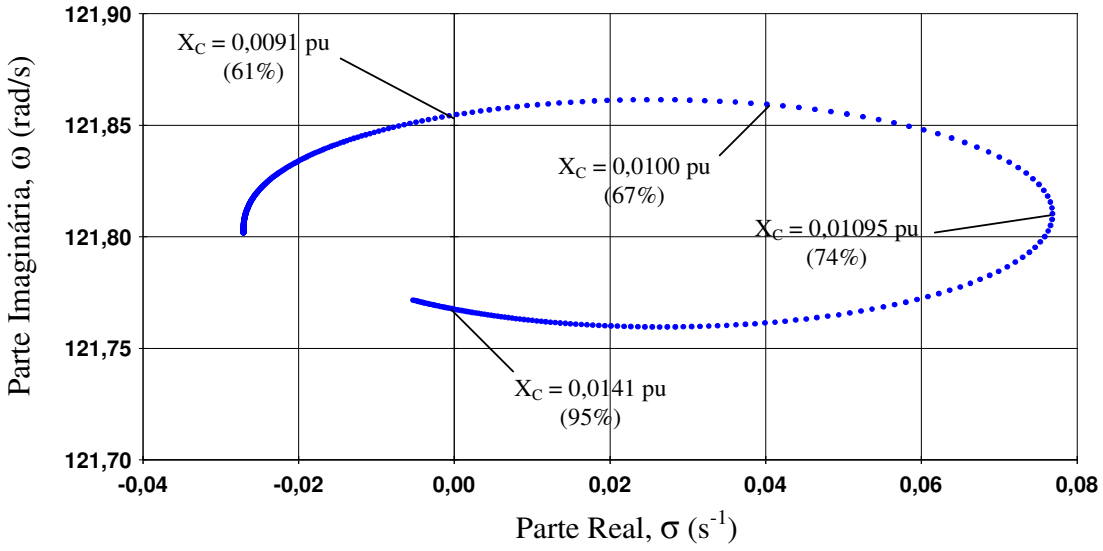


Figura 10.33 - Detalhe do diagrama do lugar das raízes para o terceiro modo torcional de Angra 2 (19,3 Hz) – Variação da compensação da LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista (0 a 100%) - Alternativa 2

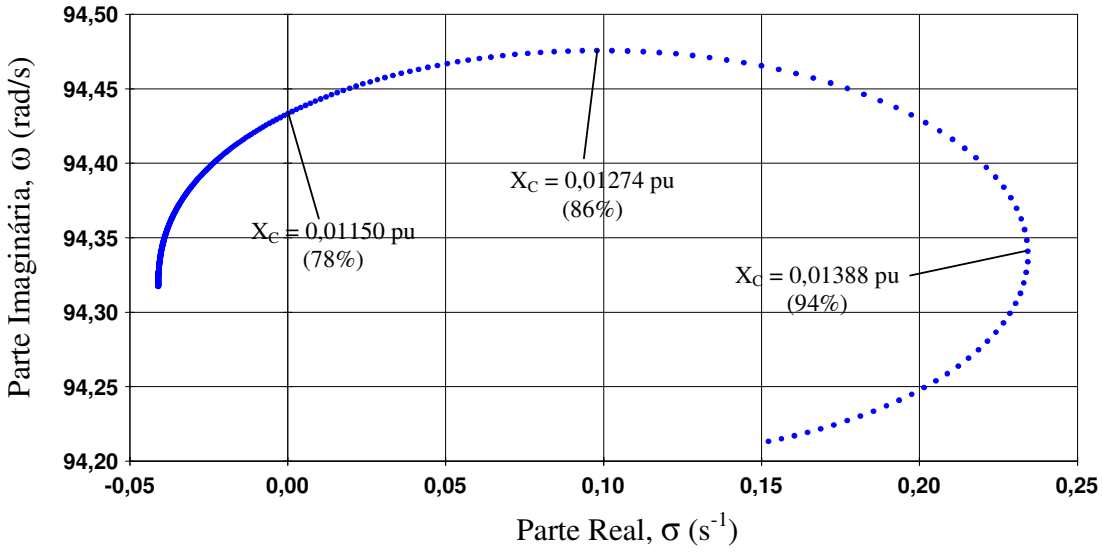


Figura 10.34 - Detalhe do diagrama do lugar das raízes para o segundo modo torcional de Angra 2 (14,9 Hz) – Variação da compensação da LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista (0 a 100%) – Alternativa 2

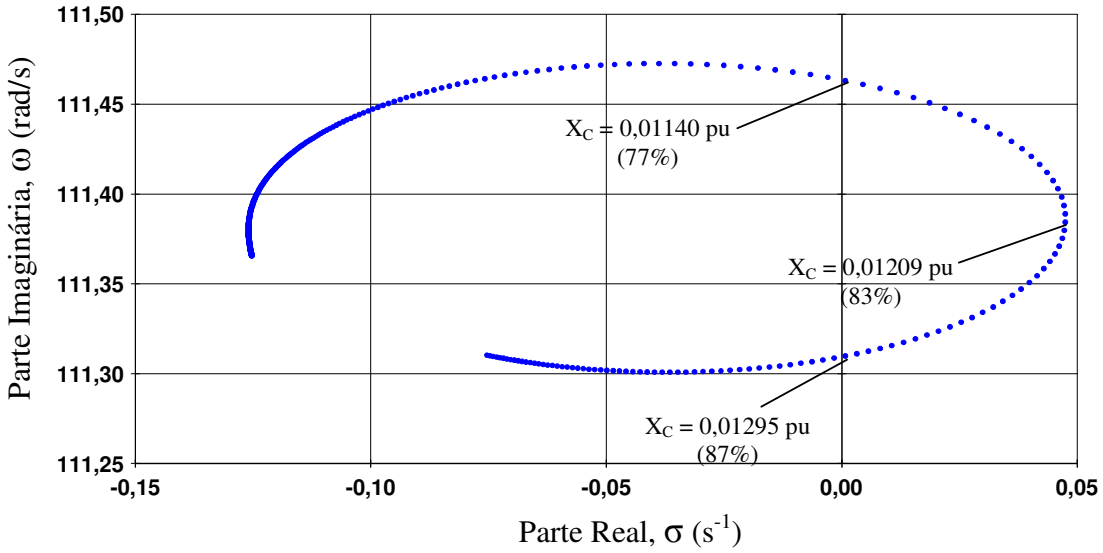


Figura 10.35 - Detalhe do diagrama do lugar das raízes para o segundo modo torcional de Angra 1 (17,5 Hz) – Variação da compensação da LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista (0 a 100%) – Alternativa 2

Neste caso, o terceiro modo torcional de Angra 2 (19,3 Hz) é instável para níveis de compensação superiores a 61% ($x_c \geq 0,0091$ pu). Para este modo, a máxima interação com o sistema elétrico ocorre para um nível de compensação de 74% ($x_c = 0,01095$ pu). O segundo modo torcional de Angra 2 (14,9 Hz) e o segundo modo torcional de Angra 1 (17,5 Hz) são instáveis para níveis de compensação superiores a 78% ($x_c \geq 0,0115$ pu) e 73% ($x_c \geq 0,01088$ pu), respectivamente. Para estes modos, a máxima interação com o sistema elétrico ocorre para níveis de compensação de aproximadamente 94% ($x_c = 0,01388$ pu) e 83% ($x_c = 0,01209$ pu).

Suponha agora que a compensação série da LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista seja fixada em 70% e que a reatância do capacitor série dos três circuitos da LT 500 kV Cachoeira Paulista - Adrianópolis seja incrementada. O diagrama do lugar das raízes obtido é apresentado na Figura 10.36.

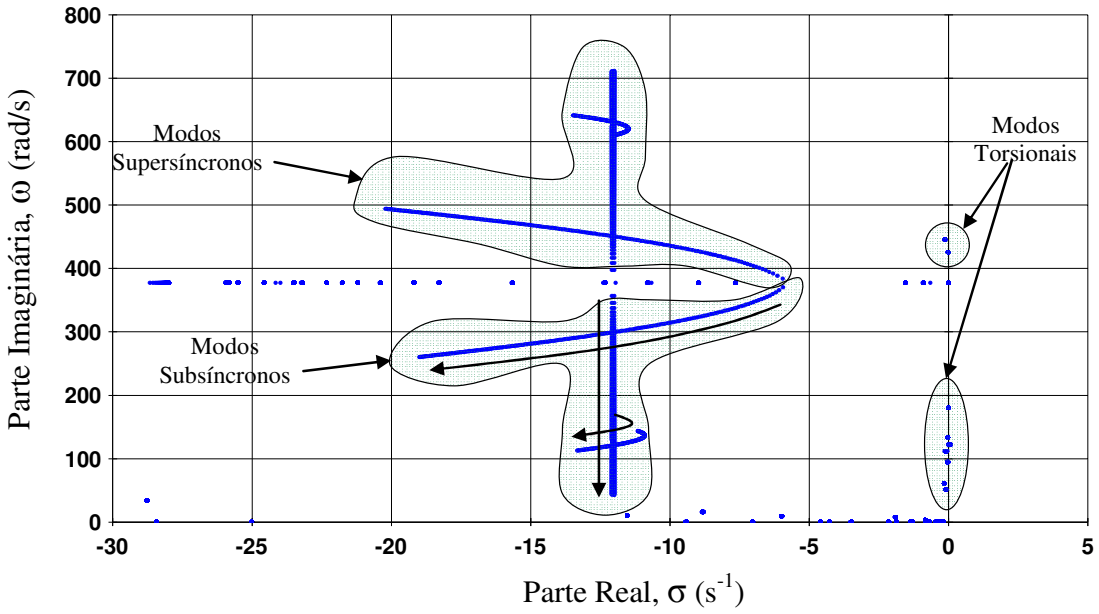


Figura 10.36 - Lugar das raízes para variação do nível de compensação da LT 500 kV Cachoeira Paulista - Adrianópolis de 0 a 80% – Alternativa 2

Verifica-se que à medida que as reatâncias dos capacitores série são aumentadas, os quatro modos subsíncronos da rede elétrica são deslocados ao longo do plano complexo. À medida que as freqüências dos modos subsíncronos se aproximam da freqüência dos modos torcionais, alguns destes modos são deslocados em direção ao semiplano direito do plano complexo devido ao mecanismo de interação torcional. O segundo e terceiro modos torcionais de Angra 2 (14,9 Hz e 19,3 Hz) são os mais sensibilizados com as variações no grau de compensação.

O detalhamento do comportamento do terceiro modo torcional de Angra 2 (19,3 Hz) em toda a faixa de compensação é apresentado na Figura 10.37.

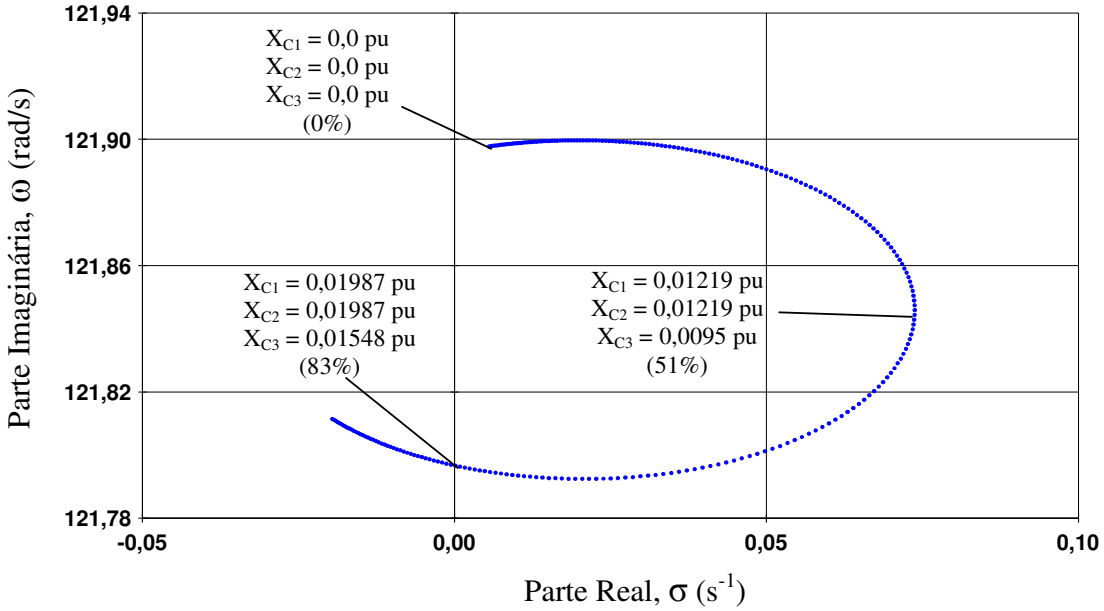


Figura 10.37 - Detalhe do diagrama do lugar das raízes para o terceiro modo torcional de Angra 2 (19,3 Hz) – Variação do nível de compensação da LT 500 kV Cachoeira Paulista – Adrianópolis (0 a 100%) - Alternativa 2

Verifica-se que o modo torcional é instável mesmo na ausência de compensação série nestas linhas. Este é um resultado esperado, e ocorre devido à interação torcional com a compensação série da LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista. No entanto, à medida que o nível de compensação é aumentado, a LT 500 kV Cachoeira Paulista – Adrianópolis passa a interagir de forma adversa com o modo torcional, agravando o problema. A máxima interação com o sistema elétrico corresponde a um nível de compensação de 51% ($x_{c_{1,2}} = 0,01219$ pu e $x_{c_3} = 0,0095$ pu).

As mesmas configurações de rede alterada avaliadas para a alternativa anterior foram analisadas para esta alternativa. Da mesma forma, em todos os casos os riscos de ressonância subsíncrona verificados foram semelhantes ou até menores que na condição de rede completa. Como exemplo, é apresentado na Figura 10.38 o diagrama do lugar das raízes para variação do nível de compensação considerando o caso com Angra 2 conectada radialmente a LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista. Novamente os modos torcionais estão localizados fora da faixa de freqüência do modo subsíncrono, não existindo interação adversa.

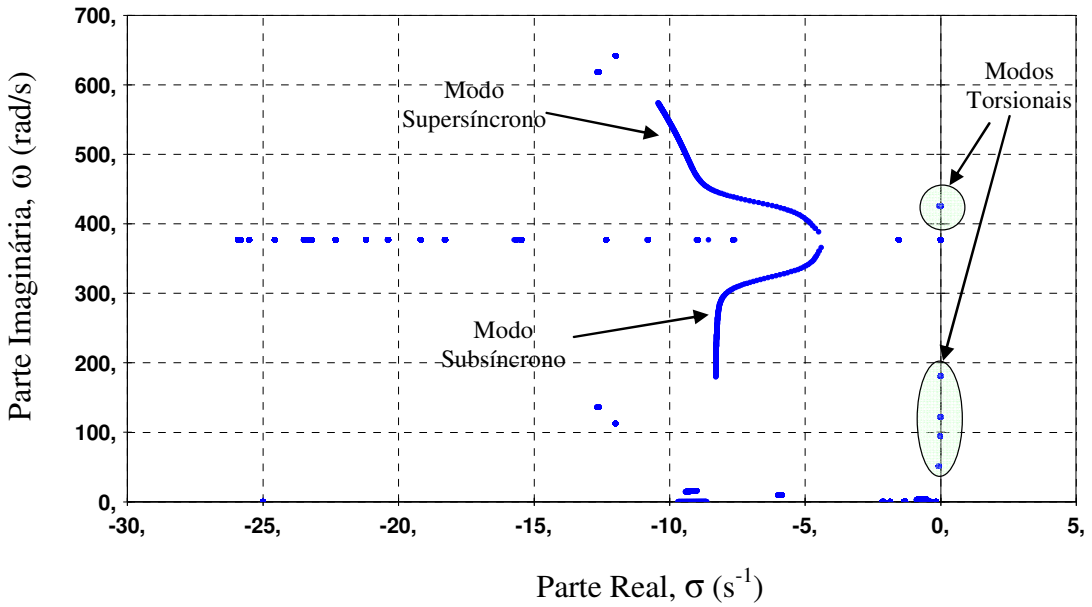


Figura 10.38 - Lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série X_C da LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista de 0,0 pu (0%) a 0,0148 pu (100%) – Alternativa 2 - Angra 2 conectada radialmente a LT 500 kV Angra - Cachoeira Paulista

As análises anteriores mostraram que a interação torcional com múltiplos modos da rede elétrica proporcionou uma pequena redução dos níveis de compensação seguros do ponto de vista da RSS em comparação à alternativa anterior. No entanto, são verificadas menores incursões dos modos torcionais pelo semiplano direito para esta alternativa, de forma que os amortecimentos negativos resultantes da interação adversa são menores e as oscilações torcionais são menos intensas.

A seguir, é avaliado o comportamento dos autovalores do sistema na presença do controle suplementar desenvolvido anteriormente. A Figura 10.39 apresenta o diagrama do lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série da LT 500 kV Angra – Cachoeira em toda a faixa de compensação na presença dos controladores. Verifica-se que para todos os níveis de compensação os autovalores se mantêm no semiplano esquerdo do plano complexo, comprovando a eficácia do controle proposto.

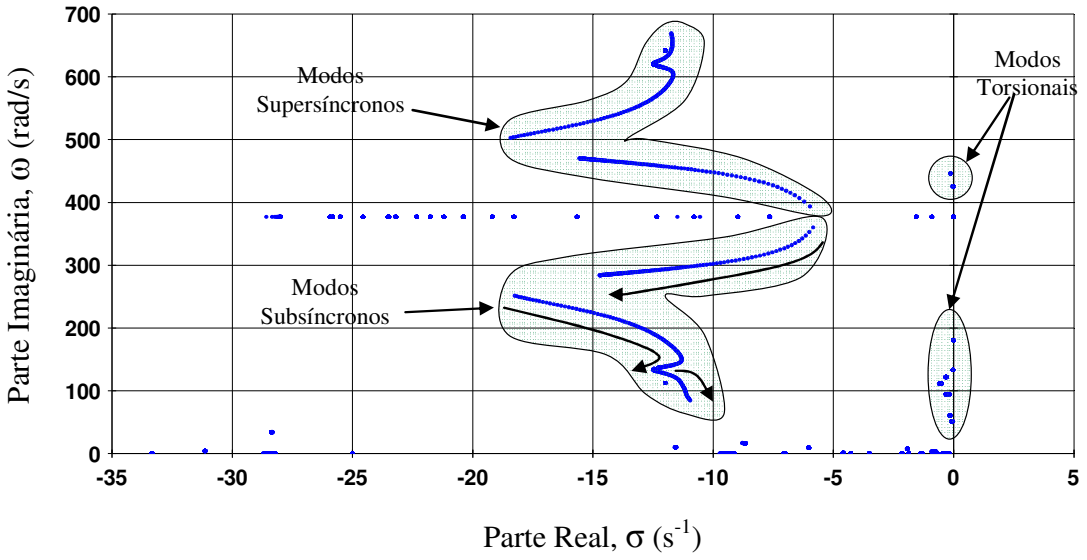


Figura 10.39 - Lugar das raízes para variação da reatância do capacitor série X_C da LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista de 0,0 pu (0%) a 0,0148 pu (100%) – Alternativa 2 - Caso com controle suplementar

O detalhamento do comportamento dos modos torcionais críticos é apresentado nas figuras a seguir.

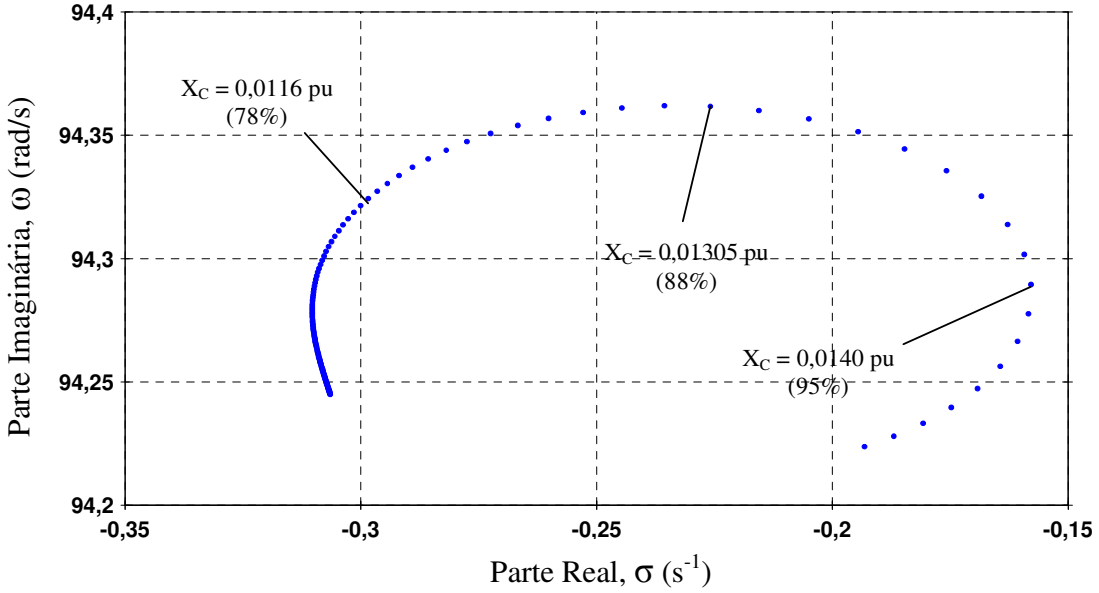


Figura 10.40 - Detalhe do diagrama do lugar das raízes para o segundo modo torcional de Angra 2 (14,9 Hz) – Alternativa 2 – Caso com controle suplementar

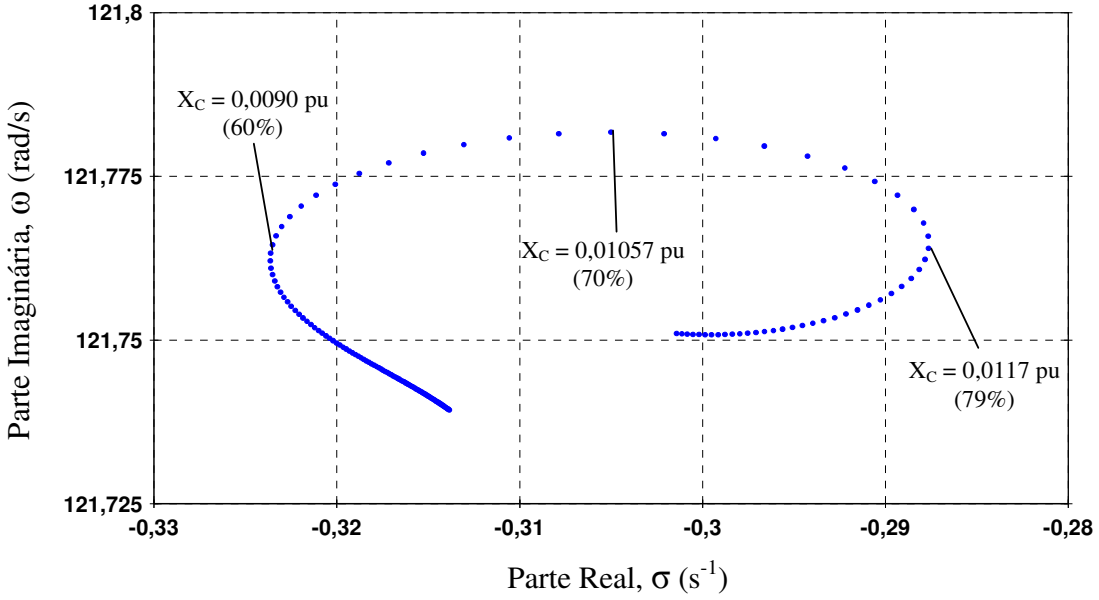


Figura 10.41 - Detalhe do diagrama do lugar das raízes para o terceiro modo torcional de Angra 2 (19,3 Hz) – Alternativa 2 – Caso com controle suplementar

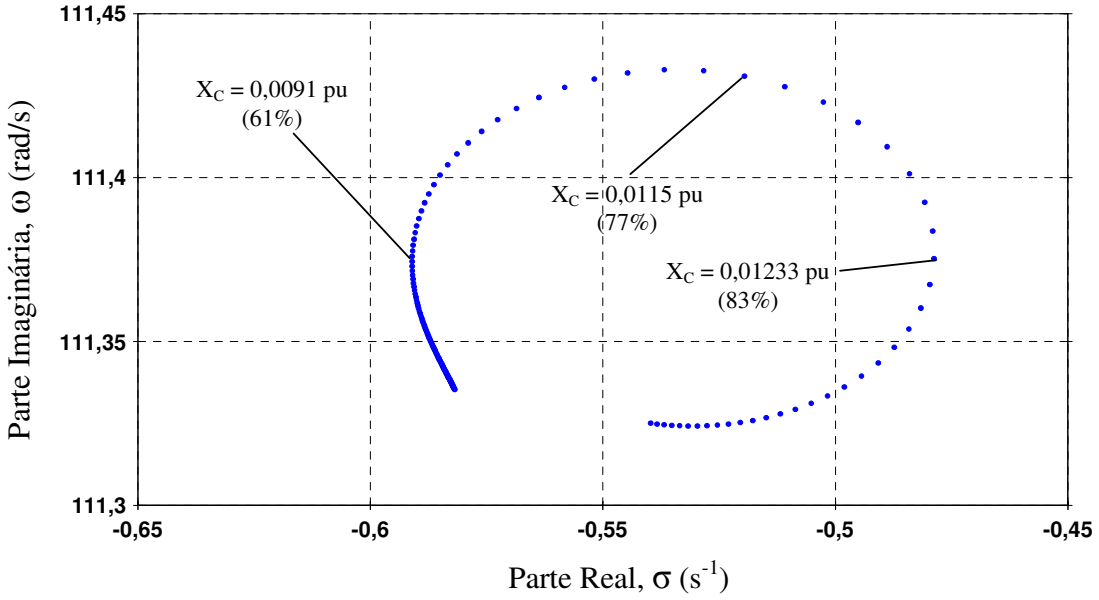


Figura 10.42 - Detalhe do diagrama do lugar das raízes para o segundo modo torcional de Angra 1 (17,5 Hz) – Alternativa 2 – Caso com controle suplementar

A Figura 10.43 apresenta a resposta do sistema a uma perturbação em degrau de 0,01 *pu* na potência mecânica de Angra 2 para uma compensação de 83% da reatância da LT 500 kV Angra – Cachoeira Paulista ($X_c = 0,0123$ *pu*) e de 50% na LT 500 kV Cachoeira Paulista – Adrianópolis. Estes níveis de compensação correspondem aos níveis de máxima interação com o segundo modo torcional de Angra 1 (17,5 Hz). O

segundo e terceiro modos torcionais de Angra 2 (14,9 Hz e 19,3 Hz) também são instáveis para estes valores de compensação. Os casos com e sem controle suplementar aplicado ao sistema de excitação são comparados na figura.

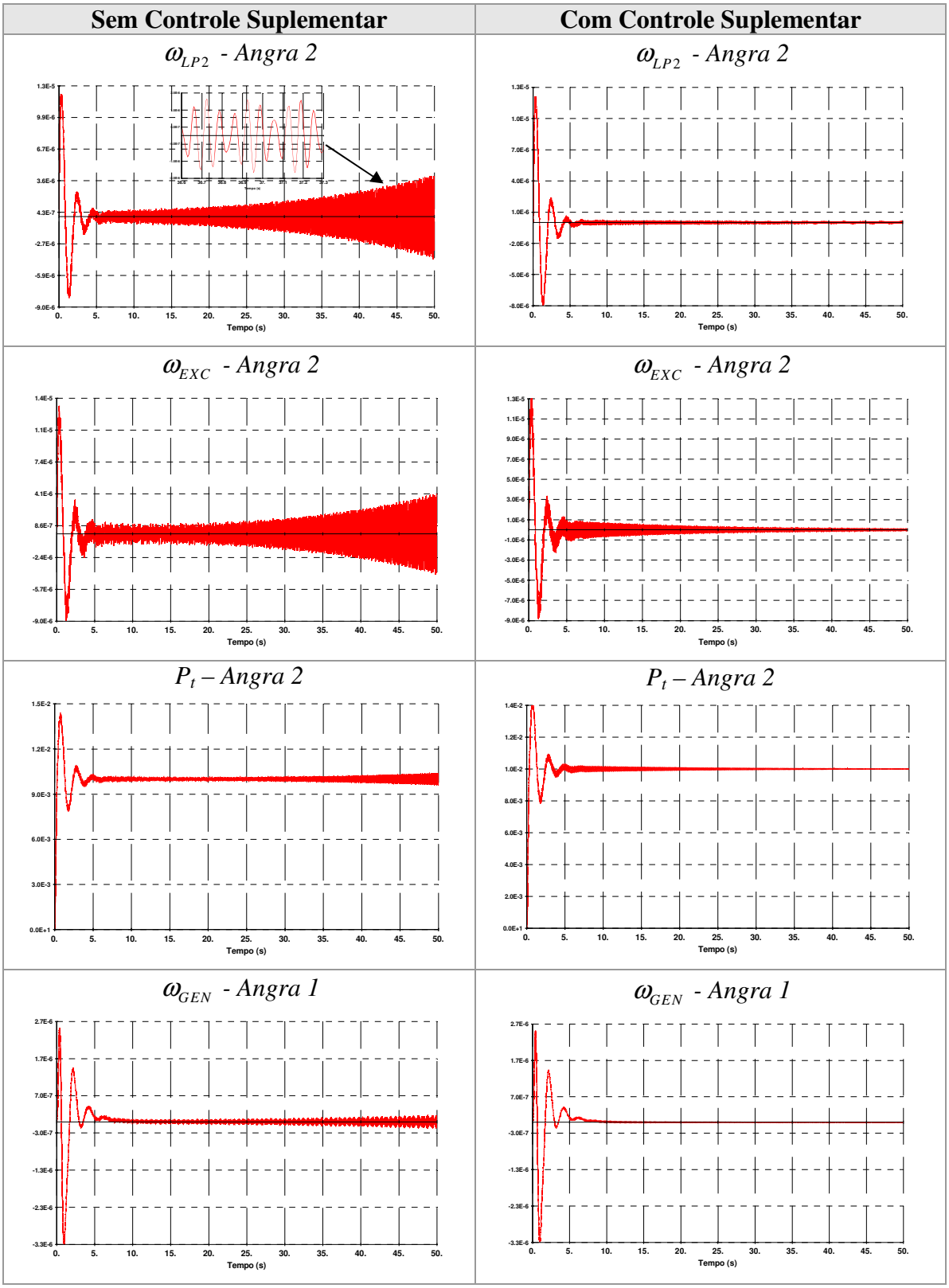


Figura 10.43 - Resposta do sistema uma perturbação em degrau de 0,01 pu na potência mecânica de Angra 2 – Alternativa 2

Para o caso sem o controle suplementar, são observadas oscilações crescentes nas freqüências dos três modos torcionais instáveis em virtude da interação torcional para

este nível de compensação. A identificação individual de cada freqüência natural é difícil, uma vez que o distúrbio excitou os três modos simultaneamente. Note que foram necessários tempos de simulação elevados para que as oscilações crescentes pudessem ser observadas, uma vez que a parte real positiva dos pólos instáveis é pequena, correspondendo a constantes de tempo muito grandes. Com a inclusão dos controladores propostos, as oscilações torcionais são amortecidas e o sistema é estável.

Capítulo 11 Considerações Finais

11.1. Conclusões

Este trabalho apresentou uma análise detalhada dos mecanismos responsáveis pelos esforços torcionais nos eixos dos turbogeradores decorrentes da interação adversa com elementos da rede elétrica ou com os sistemas de controle. Verificou-se que qualquer elemento que responda a variações de potência ou velocidade na faixa de freqüência subsíncrona pode interagir de forma adversa com os sistemas elétricos e mecânicos da máquina síncrona.

Foram desenvolvidos modelos linearizados dos componentes do sistema, levando em consideração as características necessárias para a análise de fenômenos na faixa de freqüência das oscilações subsíncronas. Os modelos foram desenvolvidos segundo a sistemática para representação por sistemas descritores. A principal vantagem desta representação é a facilidade de implementação e a possibilidade de lidar com as variáveis de estado redundantes sem qualquer tratamento adicional.

A maior complexidade dos modelos empregados em estudos desta natureza demanda informações mais detalhadas por parte dos fabricantes, sobretudo de turbinas e geradores. Como este ainda é um assunto pouco explorado no setor elétrico brasileiro, foram encontradas dificuldades na obtenção destes dados. Além disso, a literatura especializada neste assunto normalmente trata o problema de forma qualitativa, empregando sistemas extremamente simples para a avaliação do fenômeno.

Em relação aos modelos utilizados, a máquina síncrona deve preservar a dinâmica dos fluxos magnéticos do estator (efeito transformador), de forma a permitir a reflexão das freqüências naturais da rede elétrica no eixo dos geradores, e vice-versa. O eixo turbina-gerador deve ser modelado apropriadamente, a partir de um sistema massa-mola-amortecedor a parâmetros concentrados equivalente. Para construir este modelo, é necessário conhecer as constantes elásticas e de inércia calculadas no projeto da turbina, bem como as constantes de amortecimento, determinadas a partir de ensaios de campo. Verificou-se que a representação do eixo como um corpo rígido não é apropriada para a avaliação da interação torcional, mas permite a análise do efeito de gerador de indução. Os transitórios de baixa freqüência da rede elétrica devem ser considerados, uma vez

que os sistemas compensados por capacitores série apresentam freqüências naturais de oscilação na faixa subsíncrona. Foram apresentados modelos para equipamentos FACTS que representam detalhadamente o processo de chaveamento das válvulas tiristorizadas, incluindo a influência do controle interno e do PLL (Phase-Locked Loop). Estes modelos são baseados na teoria de fasores dinâmicos e permitem a análise de fenômenos de freqüência elevada na presença de elementos chaveáveis.

Os mecanismos de interação torcional envolvendo estabilizadores de sistemas de potência (PSS) foram avaliados detalhadamente. Algumas técnicas para a minimização desta interação adversa foram discutidas e analisadas, como a medição do sinal de velocidade em pontos alternativos ao longo do eixo e a utilização de filtros torcionais. As características particulares de sinais estabilizadores derivados da velocidade, da potência elétrica e da integral de potência acelerante foram avaliadas. Verificou-se que com a utilização de um sinal sintetizado equivalente à integral de potência acelerante, é possível atribuir ao PSS as características do sinal de velocidade em baixas freqüências e do sinal de potência elétrica em altas freqüências. Portanto, o PSS derivado da integral de potência acelerante apresenta baixa sensibilidade em relação aos modos torcionais, sem prejudicar o desempenho da tensão e da potência reativa durante variações de potência mecânica.

A utilização de capacitores série é uma forma eficiente e econômica de aumentar a capacidade de transmissão dos sistemas elétricos. Em muitos casos, a sua adoção pode adiar ou até mesmo evitar a construção de novas linhas de transmissão. No entanto, a presença de capacitores série no sistema de transmissão dá origem a circulação de correntes de freqüência inferior à síncrona nos enrolamentos do estator dos geradores conectados à rede. Estas correntes produzem torques pulsantes no rotor da máquina, cuja freqüência é dada pela diferença entre a freqüência síncrona e a freqüência natural das oscilações da rede. Se esta freqüência coincidir ou for próxima de uma das freqüências naturais do sistema mecânico do eixo turbina-gerador, poderá existir interação adversa com o correspondente modo torcional. Este fenômeno é conhecido na literatura como ressonância subsíncrona através do mecanismo de interação torcional, e ocorre apenas em turbogeradores. As características físicas dos hidrogeradores os tornam insensíveis à interação torcional. A ressonância subsíncrona pode também ser originada através do efeito de gerador de indução. Este mecanismo está ligado ao fato

de que a máquina síncrona se comporta como uma máquina de indução na presença de correntes subsíncronas. Nesta condição, a resistência aparente do rotor vista pela armadura é negativa. Se esta resistência aparente negativa superar a resistência positiva da rede vista pela máquina, o sistema elétrico torna-se auto-excitado, provocando oscilações de tensão e corrente crescentes no tempo. Ambos os mecanismos foram discutidos através de desenvolvimentos analíticos utilizando modelos simplificados, e comprovados a partir de simulações em sistemas teste utilizando modelos completos linearizados. Uma medida mitigadora utilizando o controle de excitação dos geradores síncronos foi apresentada, mostrando-se efetiva no amortecimento dos modos torcionais em uma grande faixa de compensação para o sistema IEEE First Benchmark Model. A utilização de equipamentos FACTS no controle da ressonância subsíncrona foi avaliada no sistema 2 do IEEE Second Benchmark Model. Foi mostrado que a utilização de um controle suplementar aplicado ao SVC pode amortecer oscilações subsíncronas instáveis decorrentes da ressonância subsíncrona. No entanto, verificou-se que o sinal de entrada utilizado no controlador deve ser cuidadosamente escolhido, de forma a não provocar interação adversa entre o SVC e outros modos torcionais. Para o mesmo sistema, foi avaliada a influência da utilização de um TCSC no amortecimento de modos torcionais. As simulações mostraram que o TCSC é uma ferramenta eficaz no controle da ressonância subsíncrona, mesmo na ausência de esquemas de controle especiais.

Por fim, o fenômeno da ressonância subsíncrona foi avaliado em um sistema de grande porte. Foram apresentados os principais resultados de uma avaliação hipotética da utilização de capacitores série no sistema de 500 kV da área Rio de Janeiro / Espírito Santo e sua influência sobre as unidades nucleares de Angra dos Reis. O estudo foi realizado a partir de um equivalente de curto-circuito cuidadosamente calculado de forma a reproduzir com precisão as freqüências naturais da rede vista pelas unidades geradoras em estudo. Os graus de compensação seguros sob o ponto de vista da interação torcional foram determinados para as condições de rede completa e para algumas configurações particulares de rede alterada. Um controle suplementar aplicado ao sistema de excitação dos geradores de Angra 1 e Angra 2 foi proposto, mostrando-se eficaz no amortecimento de modos torcionais críticos.

11.2. Desenvolvimentos Futuros

O estudo das oscilações subsíncronas em sistemas de potência é um assunto amplamente abordado em empresas e universidades de todo o mundo. No entanto, o desenvolvimento de novos métodos de análise e o aumento da velocidade de processamento dos computadores vêm abrindo novas perspectivas neste campo. Como sugestões para trabalhos futuros, destacam-se:

- Desenvolvimento de um modelo de sistemas HVDC válido para altas freqüências, de forma a permitir a análise de interações adversas dos sistemas de controle com os modos torcionais de geradores localizados próximos ao elo;

- Investigação da influência de modelos mais realísticos para os sistemas de excitação estáticos de geradores síncronos, que considerem a representação detalhada de elementos de atuação rápida, tais como os relacionados ao processo de retificação nas pontes tiristorizadas;

- Avaliação dos mecanismos de interação torcional envolvendo os sistemas de controle de velocidade dos geradores síncronos;

- Avaliação da utilização da nova geração de equipamentos FACTS na prevenção da ressonância subsíncrona, tais como STATCOM, SSSC e UPFC;

- Avaliação da influência de uma modelagem mais detalhada para cargas do sistema, que considere a presença de cargas do tipo motor de indução em sua composição. Motores de indução podem se tornar auto-excitados quando sua armadura é percorrida por correntes subsíncronas;

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGRAWAL, B. L., FARMER, R. G., "Use of Frequency Scanning Techniques for Subsynchronous Resonance Analysis", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-98, No.2, pp. 341-349, Mar/Apr 1979.

AHLGREN, K., HOLMBERG, D., HALVARSSON, P., ÄNGQUIST, L., "Thyristor Controlled Series Capacitor Used as a Mean to Reduce Torsional Interaction Subsynchronous Resonance", *Cigrè SC14 Colloquium on HVDC and FACTS in South Africa*, South Africa, 1997.

ALDEN, Robert T. H., NOLAN, Paul J., BAYNE, James P., "Shaft Dynamics in Closely Coupled Identical Generators", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-96, No.3, pp. 721-728, May/Jun 1977.

ALIYU, U. O., CHUKU, A. U., "Investigation of Transient Stabilizing Control Effects on Turbine-Generator Shaft Torques", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, No.8, pp. 2619-2629, August 1982.

ANDERSON, P. M., AGRAWAL, B. L., VAN NESS, J. E., *Subsynchronous Resonance in Power Systems*, 2ª ed., New York, IEEE Press, 1990.

ANDERSSON, G., *et al.*, "Influence of Hydro Units' Generator-to-Turbine Inertia Ratio on Damping of Subsynchronous Oscillations", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-103, No.8, August 1984.

ÄNGQUIST, Lennart, INGESTRÖM, Gunnar, JÖNSSON, Hans-Ake, "Dynamical Performance of TCSC Schemes", CIGRÈ Paper 14-302, 1996.

ÄNGQUIST, Lennart, "Synchronous Voltage Reversal Control of Thyristor Controlled Series Capacitor", D.Sc. Thesis, Royal Institute of Technology, 2002.

ASPEN, Página Eletrônica Oficial do Software ASPEN – Advanced Systems for Power Engineering, disponível no endereço eletrônico http://www.aspeninc.com, 2007.

BAKER, Daniel H., BOUKARIM, George E., D'AQUILA, Robert, PIWKO, Richard J., "Subsynchronous Resonance Studies and Mitigation Methods for Series Capacitor Applications", *IEEE PES 2005 Conference and Exposition in Africa*, Durban, South Africa, 11th – 15th July, 2005.

BAHRMAN, M., LARSEN, E. V., PIWKO, R. J., PATEL, H. S., "Experience with HVDC – Turbine-Generator Torsional Interaction at Square Butte", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, No.3, pp. 966-975, May/Jun 1980.

BALLANCE, J. W., GOLDBERG, S., "Subsynchronous Resonance in Series Compensated Transmission Lines", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-92, pp. 1649-1658, Sep/Oct 1973.

BEN, Balanço Energético Nacional 2006: ano base 2005, Empresa de Energia Elétrica – EPE, Ministério de Minas e Energia, Rio de Janeiro, 2006.

BOWLER, C. E. J., BAKER, D. H., MINCER, N. A., VANDIVEER, P. R., "Operation and Test of the Navajo SSR Protective Equipment", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, No.4, pp. 1030-1035, Jul/Aug 1978.

BOWLER, C. E. J., DEMCKO, J. A., MANKOFF, L., KOTHEIMER, W. C., CORDRAY, D., "The Navajo SMF Type Subsynchronous Resonance Relay", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, No.5, pp. 1489-1495, Sep/Oct 1978.

BUTLER, J. W., CONCORDIA, C., "Analysis of Series Capacitor Application Problems", *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, pp. 975-988, August 1937.

CANAY, I. M., "A Novel Approach to the Torsional Interaction and Electrical Damping of the Synchronous Machine - Part 1: Theory", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, No.10, pp. 3630-3638, October 1982.

CANAY, I. M., "A Novel Approach to the Torsional Interaction and Electrical Damping of the Synchronous Machine - Part 1: Application to an Arbitrary Network",

IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No.10, pp. 3639-3647, October 1982.

CEPEL, Manual do Usuário – Programa de Análise de Redes – ANAREDE, V9.0, Rio de Janeiro, Brasil, Dezembro de 2006.

CEPEL, Manual do Usuário – Programa HarmZ V16, Rio de Janeiro, Brasil, 2006.

CEPEL, Pacdyn User's Manual, V7.0, Rio de Janeiro, Brasil, January de 2007.

CHAPMAN, Stephen J., *Electric Machinery Fundamentals*, New York, McGraw-Hill, 1999.

CLOSE, C. M., *Circuitos Lineares*, São Paulo, LTC - Livros Técnicos e Científicos, 1975.

CONCORDIA, C., CARTER, G. K., "Negative Damping of Electrical Machinery", *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 60, pp.116-119, March 1941.

DE MELLO, F. P., CONCORDIA, C., "Concepts of Synchronous Machines Stability as Affected by Excitation Control", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-88, No.4, pp. 316-329, April 1969.

DE MELLO, F. P., HANNETT, L. N., UNDRILL, J. M., "Practical Approaches to Supplementary Stabilizing from Accelerating Power", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, No.5, pp. 1515-1522, Sep/Oct 1978.

DE MELLO, F. P., *Dinâmica das Máquinas Elétricas I*, Santa Maria, Eletrobrás/UFSM, 1983.

DE MELLO, F. P., *Dinâmica das Máquinas Elétricas II*, Santa Maria, Eletrobrás/UFSM, 1983.

ELETROBRAS, Página Eletrônica Oficial da Eletrobrás – Centrais Elétricas Brasileiras S. A., disponível no endereço eletrônico http://www.eletrobras.com.br, 2007.

ELFAYOUMY, M., MORAN, C. G., "A Comprehensive Approach for Sub-Synchronous Resonance Screening Analysis Using Frequency Scanning Technique", *IEEE Bologna Power Tech Conference*, Bologna, Italy, June 23-26, 2003.

EL-SHERBINY, M. K., MEHTA, D. M., "Dynamic System Stability, Part I: Investigation of the Effect of Diferent Loading and Excitation Systems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-92, No.5, pp. 1538-1546, Sep/Oct 1973.

FARMER, R. G., KATZ, Eli, SCHUALB, A. L., "Navajo Project Report on Subsynchronous Resonance Analysis and Solutions", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-96, No.4, pp. 1226-1232, Jul/Aug 1977.

FERRAZ, Júlio C. R., "Avanços na Utilização de Análise Linear em Sistemas Elétricos de Potência", Tese de D.Sc. COPPE/UFRJ, 2002.

FIGUEIREDO, Erli F., *et al*, "The Brazilian Experience on the Utilization of Stabilizing Signals for Damping Electromechanical Oscillations – Recommendations, Problems Found and Solutions Adopted (Short Paper)", *Colloquium of CIGRÈ Study Committee 38*, Florianopolis, SC, 1993.

FOUAD, A. A., KHU, K.T., "Damping of Torsional Oscillations in Power Systems with Series-Compensated Lines", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, No.3, pp. 744-753, May/Jun 1978.

FRANCIS, J. G. F., "The QR Transformation – A Unitary Analogue to the LR Transformation", Parts 1 and 2, *The Computer Journal*, vol. 4, pp. 265-271, 1961; pp. 332-345, 1962.

GAMA, Carlos, Leoni, Roberto L., *et al*, "Interligação Norte-Sul – Aplicação de Compensação Série Controlada a Tiristores (TCSC) para Amortecimento de Modo de Oscilação Interárea", *XIV SNPTEE – XIV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Belém, PA, 1997.

GOLDBERG, Saul, SCHMUS, Wayne R., "Subsynchronous Resonance and Torsional Stresses in Turbine-Generator Shafts", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-98, No.4, pp. 1233-1237, Jul/Aug 1979.

GOLE, A. M., SOOD, V. K., "A Static Compensator Model for Use with Electromagnetic Transients Simulation Programs", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 5, No. 3, pp. 1398-1407, July 1990.

GOMES JR., Sergio, MARTINS, Nelson, PINTO, Hermínio J. C. P., "Utilização do Método de Nyquist para Estabilização de Sistemas de Potência Envolvendo Alocação de Par de Pólos Complexos", *XII CBA – XII Congresso Brasileiro de Automática*, Uberlândia, Setembro, 1998.

GOMES JR., Sergio, MARTINS, Nelson, PORTELA, Carlos M. J. C. M, "Modal Analysis Applied to s-Domain Models of ac Networks", *IEEE Winter Meeting*, 2001, Columbus, 2001.

GOMES JR., Sergio, PORTELA, Carlos, MARTINS, Nelson, "Detailed Model of Long Transmission Lines for Modal Analysis of ac Networks", *International Conference on Power System Transients - IPST, 2001*, Rio de Janeiro, 2001.

GOMES JR., Sergio "Modelagem e Métodos Numéricos para Análise Linear de Estabilidade Eletromecânica, Ressonância Subsíncrona, Transitórios Eletromagnéticos e Desempenho Harmônico de Sistemas de Potência", Tese de D.Sc., COPPE-UFRJ, junho 2002.

GOMES JR., Sergio, MARTINS, N., VARRICCHIO, Sergio L., "Modal Analysis of Electromagnetic Transients in AC Networks Having Long Transmission Lines", *IEEE Transmission and Distribution Latin America Conference*, São Paulo, Brasil, 2002.

GOMES JR., Sergio, QUINTÃO, Paulo E. M., MARTINS, Nelson, "Subsynchronous Resonance Results Obtained with a Comprehensive small-Signal stability Program", *IX SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Rio de Janeiro, Brazil, 23th – 27rd May, 2004.

GOMES JR., Sergio, MARTINS, Nelson, STANKOVIC, Aleksandar, "Improved Controller Design Using New Dynamic Phasor Models of SVC's Suitable For High Frequency Analysis", *Transmission and Distribution Conference and Exposition*, Dallas, 22-24, May, 2006.

GRAHAM, John, BILEDT, Geir, JOHANSSON, Jan, "Interligações de Sistemas Elétricos Através de Elos HVDC", *IX SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Rio de Janeiro, Brazil, 23th – 27rd May, 2004.

GUIMARÃES, Carlos H. C., TARANTO, Glauco N., GOMES JR., Sergio, MARTINS, Nelson, "Projeto de Estabilizadores de Sistemas de Potência por Posicionamento Parcial de Par de Pólos Complexos Conjugados", *XIII CBA – XIII Congresso Brasileiro de Automática*, Florianópolis, Setembro, 2000.

HAMMONS, T. J., "Shaft Torsional Phenomena in Governing Large Turbine-Generators with Non-Linear steam Valve Stroking Constraints", *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-100, No. 3, pp. 1013-1022, March 1981.

HAMMONS, T. J., "Impact of Shaft Torsionals in Steam Turbine Control", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 4, No. 2, pp. 143-151, June 1989.

HAMMONS, T. J., GOH, R. C. K., "Analysis of Shaft Torsional Phenomena in Governing Large Steam Turbine Generators with Non-Linear Valve Stroking", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 14, No. 3, pp. 379-385, September 1999.

HANNETT, L. N., DE MELLO, F. P., "Mechanical Countermeasures to Subsynchronous Torsional Instability", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, no. 4, November 1990, pp. 1146-1150.

HEDIN, Ronald A., DANCY, Robert C., STUMP, Keith B., "An Analysis of the Subsynchronous Interaction of Synchronous Machines and Transmission Networks", *Proceedings of the American Power Conference*, Volume 35, 1973.

HEFFRON, W. G., PHILLIPS, R. A., "Effect of Modern Amplidyne Voltage Regulators on Underexcited Operation of Large Turbine-Generators", *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 71, pp. 692-697, August 1952.

HENSCHEL, S., LIMA, M. C., "Analysis of Subsynchronous Resonance at Series Compensated 500 kV Transmission Lines in São João do Piauí, Brazil", *X SEPOPE – X Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Florianópolis, SC, Brazil, 21st – 25th May, 2006.

HINGORANI, Narain G., "A New Scheme for Subsynchronous Resonance Damping of Torsional Oscillations and Transient Torque – Part 1", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No.4, pp. 1852-1855, April 1981.

HINGORANI, Narain G., "A New Scheme for Subsynchronous Resonance Damping of Torsional Oscillations and Transient Torque – Part 2, Performance", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No.4, pp. 1856-1863, April 1981.

HINGORANI, N. G., BHARGAVA, B., GARRIGUE, G. F., RODRIGUEZ, G. D., "Prototype NGH Subsynchronous Resonance Damping Scheme: Part 1 – Field Installation and Operating Experience", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. PWRS-2, no. 4, November 1987, pp. 1034-1039.

HINGORANI, Narain G., GUGYI, Laszlo, *Understanding FACTS – Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems*, New York, IEEE Press, 2000.

IEEE SUBSYNCHRONOUS RESONANCE WORKING GROUP, "First Benchmark Model for Computer Simulation of Subsynchronous Resonance", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-96, No.5, pp. 1565-1572, Sep/Oct 1977.

IEEE SUBSYNCHRONOUS RESONANCE WORKING GROUP, "Proposed Terms and Definitions for Subsynchronous Oscillations", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, No.2, pp. 506-511, Mar/Apr 1980.

IEEE SUBSYNCHRONOUS RESONANCE WORKING GROUP, "Countermeasures to Subsynchronous Resonance Problems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, No.5, pp. 1810-1818, Sep/Oct 1980.

IEEE SUBSYNCHRONOUS RESONANCE WORKING GROUP, "Second Benchmark Model for Computer Simulation of Subsynchronous Resonance", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-104, No.5, pp. 1057-1066, May 1985.

IEEE SUBSYNCHRONOUS RESONANCE WORKING GROUP, "Terms, Definitions and Symbols for Subsynchronous Oscillations", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-104, No.6, pp. 1326-1334, June 1985.

IEEE SUBSYNCHRONOUS RESONANCE WORKING GROUP, "Reader's Guide to Subsynchronous Resonance", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, no.1, pp. 150-157, February 1992.

IRAVANI, M. R., MATHUR, R. M, "Damping Subsynchronous Oscillations in Power Systems Using a Static Phase-Shifter", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. PWRS-1, no. 2, May 1986, pp. 76-83.

JOVCIC, D., PILLAI, G. N., "Analytical Modeling of TCSC Dynamics", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, No. 2, pp. 1097-1104, April 2005.

KILGORE, L. A., RAMEY, D. G., HALL, M. C., "Simplified Transmission and Generation System Analysis Procedures for Subsynchronous Resonance Problems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-96, No.6, pp. 1840-1846, Nov/Dec 1977.

KRON, G., "Classification of Reference Frame of a Synchronous Machine", *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 69, Part 2, 1950.

KUNDUR, P., LEE, D. C., ZEIN EL-DIN, H. M., "Power System Stabilizers for Thermal Units: Analytical Techniques and On-Site Validation", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No.1, pp. 81-95, January 1981.

KUNDUR, P., KLEIN, M., ROGERS, G. J., ZYWNO, M. S., "Application of Power System Stabilizers for Enhancement of Overall System Stability", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 4, no. 2, May 1989, pp. 614-626.

KUNDUR, Prabha, *Power System Control and Stability*, New York, McGraw-Hill, 1994.

KUO, B. C., *Automatic Control System*, New Jersey, Prentice Hall, 1962.

LARSEN, E. V., SWANN, D. A., "Applying Power System Stabilizers – Part 1: General Concepts", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No.6, pp. 3017-3024, June 1981.

LARSEN, E. V., SWANN, D. A., "Applying Power System Stabilizers – Part 2: Performance Objectives and Tuning Concepts", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No.6, pp. 3025-3033, June 1981.

LARSEN, E. V., SWANN, D. A., "Applying Power System Stabilizers – Part 3: Practical Considerations", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No.6, pp. 3034-3046, June 1981.

LARSEN, E. V., BAKER, D. H., *et al.*, "Basic Aspects of Applying SVC's to Series-Compensated AC Transmission Lines", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 5, No. 3, pp. 1466-1473, July 1990.

LAUWN, H. K., MEYER, W. S., "Universal Machine Modeling for the Representation of Rotating Electric Machinery in Electromagnetics Transients Program", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, No.6, pp. 1342-1351, June 1982.

LAWSON, R. A., SWANN, D. A., WRIGHT, G. F., "Minimization of Power System Stabilizer Torsional Interaction", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, No.1, pp. 183-190, Jan/Feb 1978.

LEE, D. C., BEAULIEU, R. E., SERVICE, J. R. R., "A Power System Stabilizer Using Speed and Electrical Power Inputs – Design and Field Experience", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No.9, pp. 4151-4157, September 1981.

LEE, D. C., BEAULIEU, R. E., ROGERS, G. J., "Effects of Governor Characteristics on Turbo-Generator Shaft Torsionals", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-104, No.6, pp. 1255-1261, June 1985.

LEE, D. C., KUNDUR, P., "Advanced Excitation Controls for Power System Stability Enhancement", CIGRÈ Paper 38-01, 1986.

LIMA JR., M. P., UNDRILL, J. M., HANNETT, J. N., JOHNSON, B. K., "Novo Método para Análise de Ressonância Subsíncrona e sua Aplicação ao Sistema de Transmissão de Itaipu", *IV SNPTEE – IV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Rio de Janeiro, RJ, 1977.

LIMA JR., M. P., VIAN, A., GRAHAM, J. F., PINTO, E. M., "Apresentação e Análise dos Estudos de Ressonância Subsíncrona no Sistema de Transmissão de Itaipu", *IV SNPTEE – IV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Rio de Janeiro, RJ, 1977.

LIMA, L. T. G., MARTINS. N., CARNEIRO JR., S., "Dynamic Equivalent for Electromagnetic Transient Analysis Including Frequency-Dependent Transmission Line Parameters", *International Power System Transients Seminar, 1997*, Seatle, 1997.

LIMA, Leonardo T. G., "Aplicação de Sistemas Descritores na Análise de Transitórios em Redes Elétricas de Grande Porte", Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, 1999.

LIRIO, Fabricio L., GOMES JR., Sergio, WATANABE, E. H., "Análise de Interação Dinâmica entre Múltiplos SVCs Utilizando Modelagem Tensorial no Domínio *s*", *X SEPOPE – X Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Florianópolis, SC, Brazil, 21th – 25th May, 2006.

LIRIO, Fabricio L., GOMES JR., Sergio, VARRICCHIO, Sergio L., "Comparação entre os Modelos de SVC e TCSC para Estudos de Comportamento Harmônico de Redes Elétricas", *X SEPOPE – X Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Florianópolis, SC, Brazil, 21th – 25th May, 2006.

LORA, Electo E. S., NASCIMENTO, Marco Antônio R., *Geração Termelétrica: Planejamento, Projeto e Operação (2 volumes)*, Rio de Janeiro, Interciência, 2004.

LUDWIG, Jurema B., PERES, Luiz Artur Pecorelli, MENDONÇA, Wilson Candeias, DORES, Rubem das, "Análise da Ocorrência de Ressonância Subsíncrona no Sistema de 500 kV de Furnas Utilizando o EMTP", *VII SNPTEE – VII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Brasília, DF, 1984.

MARTINS, N., "Efficient Eigenvalue and Frequency Response Methods Applied to Power System Small-Signal Stability Studies", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. PWRS-1, no. 1, February 1986, pp. 217-226.

MARTINS, Nelson, LIMA, Leonardo T. G., "Determination of Suitable Locations for Power System Stabilizers and Static Var Compensators for Damping Eletromechanical Oscillations in Large Scale Power Systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, no. 4, November 1990, pp. 1455-1469.

MARTINS, Nelson, PINTO, H. J. C., LIMA, L. T. G., "Efficient Methods for Finding Transfer Function Zeros of Power Systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, no. 3, pp. 1350-1361, 1992.

MARTINS, N., QUINTÃO, P. E. M., PINTO, H. J. C. P., *et al*., "A Small Signal Stability Program Incorporating Advanced Graphical User Interface", *Proceedings of VII SEPOPE*, Curitiba, PR, Brazil, 2000.

MARTINS, N., GOMES JR., S., QUINTÃO, P. E. M., *et al*., "Some Recent Developments in Small-Signal Stability and Control", *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2002*, Vol. 2, pp. 1171-1177, 27-31 Jan. 2002.

MARTINS, Nelson, QUINTÃO, Paulo E. M., "Computing Dominant Poles of Power System Multivariable Transfer Functions", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 1, February 2003, pp. 152-159.

MATHUR, R. Mohan, VARMA, Rajiv K., *Thyristor-Based FACTS Controllers for Electrical Transmission Systems*, Piscataway, NJ, Wiley, 2002.

MATTAVELLI, P., STANKOVIC, A. M., VERGHESE, G. C., "SSR Analysis with Dynamic Phasor Model of Thyristor-Controlled Series Capacitor", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, no. 1, February 1999, pp. 200-208.

MME, Página Eletrônica Oficial do Ministério de Minas e Energia, disponível no endereço eletrônico http://www.mme.gov.br, 2007.

MONTICELLI, A. J., *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*, São Paulo, Edgard Blücher, 1983.

MORTENSEN, K., LARSEN, E. V., PIWKO, R. J., "Field Tests and Analysis of Torsional Interaction between the Coal Creek Turbine-Generators and the CU HVDC System", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No.1, pp. 336-344, January 1981.

MURDOCH, A., VENKATARAMAN, S., SANCHEZ-GASCA, J. J., LAWSON, R. A., "Practical Application Consideration for Power System Stabilizer (PSS) Controls", *Panel Session for the 1999 IEEE PES Summer Meeting*, Alberta, Canada, 1999.

MURDOCH, A., VENKATARAMAN, S., LAWSON, R. A., PEARSON, W. R., "Integral of Accelerating Power Type PSS: Part 1 – Theory, Design and Tuning Methodology", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 14, No. 4, pp. 1658-1663, December 1999.

MURDOCH, A., VENKATARAMAN, S., LAWSON, R. A., PEARSON, W. R., "Integral of Accelerating Power Type PSS: Part 2 – Field Testing and Performance Verification", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 14, No. 4, pp. 1664-1672, December 1999.

OGATA, K., *Engenharia de Controle Moderno*, 4 ed., São Paulo, Pearson-Pretince Hall, 2003.

OLIVEIRA, Sebastião E. M., SANTOS, Marcelos G., MARTINS, Nelson, "Ressonância Subsíncrona em Geradores Ligados a Redes Compensadas por Capacitores Série", *VII SNPTEE – VII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Brasília, DF, 1984.

ONS – Operador Nacional do Sistema, Rio de Janeiro, Brasil, *Planejamento da Operação Elétrica do Sistema Interligado Nacional – Quadrimestral Set-Out 2006*, 2006.

ONS, Página Eletrônica Oficial do ONS – Operador Nacional do Sistema, disponível no endereço eletrônico http://www.ons.org.br, 2007.

OOI, B. T., SARTAWI, M. M, "Concepts of Filed Excitation Control of Subsynchronous Resonance in Synchronous Machines", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, No.5, pp. 1637-1645, Sep/Oct 1978.

OTHMAN, H. A., ÄNGQUIST, L., "Analytical Modeling of Thyristor-Controlled Series Capacitors for SSR Studies", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, no. 1, February 1996, pp. 119-127.

PADIYAR, K. R., KOTHARI, A. G., "Study of the HVDC Torsional Interactions through Digital Dynamic Simulation", *Electric Machines and Power Systems*, pp. 14:363-375, 1988.

PADIYAR, K. R., KOTHARI, A. G., "Analysis of the HVDC Turbine-Generator Torsional Interactions", *Electric Machines and Power Systems*, pp. 16:303-317, 1989.

PADIYAR, K. R., GEETHA, M. K., "Analysis of Torsional Interactions with Power System Stabilizer", *Electric Machines and Power Systems*, pp. 21:767-782, 1993.

PADIYAR, K. R., *Analysis of Subsynchronous Resonance in Power Systems*, Norwell, Kluwer Academic Publishers, 1999.

PADIYAR, K. R., PRABHU, N. "A Comparative Study of SSR Characteristics of TCSC and SSSC", *15th Power Systems Computation Conference - PSCC, 2005*, Liege, 2005.

PAI, M. A., SEN GUPTA, D. P., PADIYAR, K. R., *Small Signal Analysis of Power Systems*, Harrow, UK, Alpha Science International Ltd., 2004.

PARK, R. H., "Two Reaction Theory of Synchronous Machines – Part 1", *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 48, pp. 716-730, 1929.

PARK, R. H., "Two Reaction Theory of Synchronous Machines – Part 2", *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 52, pp. 352-355, 1933.

PASERBA, J. J., MILLER, N. W., LARSEN, E. V., PIWKO, R. J., "A Thyristor Controlled Series Compensation Model for Power System Stability Analysis", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 10, No. 3, pp. 1471-1478, July 1995.

PILOTTO, L. A. S., ALVES, J. E. R., WATANABE, E. H., "High Frequency Engeanalysis of HVDC and FACTS Assisted Power Systems", *PES Summer Meeting IEEE*, vol. 2, pp. 823-829, 16-20 July, 2000.

PILOTTO, L. A. S., BIANCO, A., LONG, W. F., EDRIS, A., "Impact of TCSC Control Methodologies on Subsynchronous Oscillations", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 18, No. 1, pp. 243-252, January 2003.

PILLAI, G. N., GHOSH, A., JOSHI, A., "Torsional Interaction between an SSSC and a PSS in a Series Compensated Power System", *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.*, vol. 149, no. 6, November 2002, pp. 653-658.

PILLAI, G. N., JOVCIC, D., "SSR Analysis with a New Analytic Model of Thyristor Controlled Series Capacitor", *15th Power Systems Computation Conference - PSCC, 2005*, Liege, 2005.

PIWKO, R. J., LARSEN, E. V., "HVDC System Control for Damping of Subsynchronous Oscillations", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, No.7, pp. 2203-2211, July 1982.

PIWKO, R. J., WEGNER, C. A., KINNEY, S. J., EDEN, J. D., "Subsynchronous Resonance Performance of the Slatt Thyristor-Controlled Series Capacitor", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 11, No. 2, pp. 1112-1119, April 1996.

PSCAD/EMTDC, User's Manual, Manitoba HVDC Research Center, Canada, 1994.

RAJARAMAN, R., DOBSON, I., LASSETER, R. H., SHERN, Y., "Computing the Damping of Subsynchronous Oscillations Due to a Thyristor Controlled Series Capacitor", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 11, No. 2, pp. 1120-1127, April 1996.

RAJARAMAN, R., DOBSON, I., "Damping Estimates of Subsynchronous and Power Swing Oscillations in Power Systems with Thyristor Switching Devices", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, no. 4, November 1996, pp. 1926-1930.

RAMEY, R. G., SISMOUR, A. C., KUNG, G. C., "Important Parameters in Considering Transient Torques on Turbine-Generator Shaft Systems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, No.1, pp. 311-317, Jan/Feb 1980.

RAMEY, D. G., FARMER, R. G., DEMCKO, J. A., "Subsynchronous Resonance Tests and Torsional Monitoring System Verification at the Cholla Station", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, No.5, pp. 1900-1907, Sep/Oct 1980.

RAMEY, D. G., KIMMEL, D. S., DORNEY, J. W., KROENING, F. H., "Dynamic Stabilizer Verification Tests at the San Juan station", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No.12, pp. 5011-5019, December 1981.

RAUHALA, Thomas, PARTANEN, Anna, JÄRVENTAUSTA, Pertti, "A PSCAD Case Study of the Main Factors Influencing the Level of Subsynchronous Torsional

Interaction Caused by HVDC", *International Conference on Power System Transients - IPST, 2005*, Montreal, 2005.

RIVERA S., C. A., OLGUÍN S., D., MESSINA, A. R., "Analysis of Subsynchronous Torsional Interactions with FACTS Devices*", IEEE PES Summer Meeting*, vol. 2, pp. 1026-1031, 16-20 July, 2000.

ROGERS, Graham, *Power System Oscillations*, Norwell, Kluwer Academic Publishers, 1999.

ROSTAMKOLAI, N., PIWKO, R. J., LARSEN, E. V., *et al*, "Subsynchronous Torsional Interactions with Static Var Compensators – Concepts and Practical Implications", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, no. 4, November 1990, pp. 1324-1332.

SAITO, O., MUKAE, H., MUROTANI, K., "Suppression of Self-Excited Oscillations in Series-Compensated Transmission Lines by Excitation Control of Synchronous Machines", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-94, No.5, pp. 1777-1788, Sep/Oct 1975.

SALAMANCA, C. A. Rivera, SALINAS, D. Olguin, MESSINA, A. R., "Analysis of Subsynchronous Torsional Interactions with Static Var Compensator – Effect of Network and Load Characteristics", *IEEE Porto Power Tech Conference – PPT 2001,* Porto, Portugal, 2001.

SANTOS, Marcelo G., OLIVEIRA, Sebastião E. M., COELHO, Carlos Alberto D., GOMES, P., "Efetividade de Sinais Adicionais no Amortecimento de Oscilações Subsíncronas", *XIII SNPTEE – XIII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Florianópolis, SC, 1995.

SAUER, P. W., PAI, M. A., *Power System Dynamics and Stability*, 1 ed. New Jersey, Prentice-Hall Inc, 1998.

SIEMENS, Fax enviado a Furnas Centrais Elétricas em 19 de novembro de 1999.

STEIN, Jan, FICK, Horst, "The Torsional Stress Analyzer for Continuously Monitoring Turbine-Generators", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, No.2, pp. 703-710, Mar/Apr 1980.

SUBHASH, S., TRIPATHY, A. K., PADIYAR, K. R. *et al*, "SSR Study for the Thyristor Controlled Series Compensation Application on the Kanpur-Ballabgarh 400 kV Line in India", *International Conference on Power System Transients - IPST, 2005*, Montreal, 2005.

TENÓRIO, Antonio R. M., GAMA, Carlos A., "Resolvendo Problemas de Ressonância Subsíncrona Através do TCSC e do Dispositivo NGH – Análise de Estratégias de Controle", *XV SNPTEE – XV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Foz do Iguaçu, PR, 1999.

TOMIM, Marcelo A., "Análise de Estabilidade em Regime Permanente de Sistemas Elétricos Susceptíveis a Ressonância Subsíncrona", Tese de M.Sc., Universidade Federal de Itajubá, 2004.

URBANEK, J., PIWKO R. J., *et al.*, "Thyristor Controlled Series Compensation Prototype Installation at the Slatt 500 kV Substation", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 8, No. 3, pp. 1460-1469, July 1993.

VARRICCHIO, S. L., GOMES JR., S., MARTINS, N., *et al*, "Advanced Tool for Harmonic Analysis of Power Systems", *IX SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Rio de Janeiro, Brazil, 23th – 27rd May, 2004.

WALKER, D. N., BOWLER, C. E. J., JACKSON, R. L., HODGES, D. A., "Results of Subsynchronous Resonance Test at Mohave", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-94, No.5, pp. 1878-1889, Sep/Oct 1975.

WANG, Li, HSU, Yuan-Yih, "Damping of Subsynchronous Resonance Using Excitation Controllers and Static Var Compensators: A Comparative Study", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 3, No. 1, pp. 6-13, March 1988.

WANG, Li, "Damping of Torsional Oscillations Using Excitation Control of Synchronous Generator: The IEEE Second Benchmark Model Investigation", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 6, No. 1, pp. 47-54, March 1991.

WASYNCZUK, O., "Damping Subsynchronous Resonance Using Reactive Power Control", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No.3, pp. 1096-1104, March 1981.

WATSON, Wilfred, MANCHUR, D., "Experience with Supplementary Damping Signals for Generator Static Excitation Systems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-92, pp. 199-203, Jan/Feb 1973.

WATSON, Wilfred, COULTES, Murray E., "Static Exciter Stabilizing Signals on Large Generators – Mechanical Problems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-92, pp. 204-211, Jan/Feb 1973.

XING, Kai, KUSIC, George L., "Damping Subsynchronous Resonance by Phase Shifters", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 4, No. 3, pp. 344-350, September 1989.

YAN, Andrew, YU, Yao-nan, "Multi-mode Stabilization of Torsional Oscillations Using Output Feedback Excitation Control", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, No.5, pp. 1245-1253, May 1982.

YU, Yao-nan, WVONG, M. D., TSE, K. K., "Multi-Mode Wide Range Subsynchronous Resonance Stabilization", Paper A78 554-8 presented at the *IEEE/PES 1978 Summer Meeting*, Los Angeles, 1978.

ZHU, W., SPEE, R., *et al.*, "An EMTP Study of SSR Mitigation Using the Thyristor Controlled Series Capacitor", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 10, No. 3, pp. 1479-1485, July 1995.

Apêndice A IEEE First Benchmark Model (FBM)

A.1. Introdução

Com o objetivo de permitir a validação de ferramentas computacionais e de investigar a aplicação de medidas preventivas para o fenômeno da ressonância subsíncrona, o *IEEE Working Group on Subsynchronous Resonance* propôs alguns sistemas de pequeno porte, de forma a possibilitar a comparação de resultados de simulações e análises. Estes sistemas ficaram conhecidos como *IEEE First Benchmark Model* (IEEE, 1977) e *IEEE Second Benchmark Model* (IEEE, 1985a), e vêm sendo utilizados extensivamente pela indústria elétrica. Os parâmetros dos geradores, do eixo turbina-gerador e da rede elétrica para estes sistemas são apresentados nos apêndices A e B, respectivamente. Além disso, são calculadas as grandezas modais dos eixos dos geradores, fornecendo informações importantes sobre o comportamento do sistema mecânico, tais como: freqüências naturais de oscilação, mode-shapes, etc.

A.2. Dados do Sistema

O *IEEE First Benchmark Model* (FBM) foi baseado no sistema de transmissão da usina de *Navajo* e consiste em um gerador síncrono de 892,4 MVA conectado radialmente a uma barra infinita através de um circuito RLC simples. O diagrama unifilar deste sistema é apresentado na Figura A.1, onde os valores dos parâmetros são expressos em *pu* na base do gerador (892,4 MVA). Os parâmetros do circuito RLC correspondem aos parâmetros da linha *Navajo-McCullough* medidos a freqüência nominal (60 Hz).

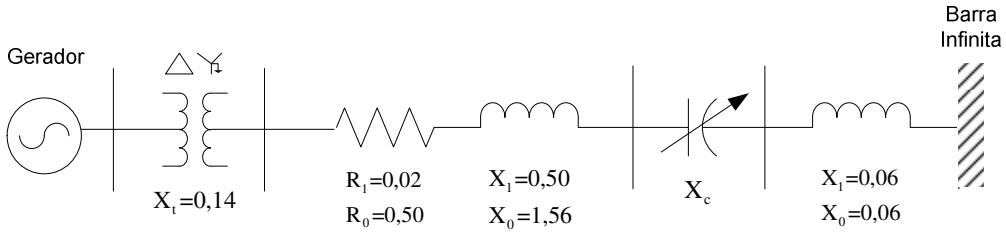


Figura A.1 – Diagrama unifilar do IEEE First Benchmark Model

Os parâmetros do gerador estão dispostos na tabela a seguir, dados em *pu* na base do gerador (892,4 MVA).

Tabela A.1 – Parâmetros do gerador do IEEE First Benchmark Model (892,4 MVA)

Parâmetro		**Valor**	**Unidade**
Resistência da armadura	R	0	[pu]
Reatância de dispersão	X_L	0,13	[pu]
Reatância síncrona de eixo direto	X_d	1,79	[pu]
Reatância síncrona de eixo em quadratura	X_q	1,71	[pu]
Reatância transitória de eixo direto	$X_d^{'}$	0,169	[pu]
Reatância transitória de eixo em quadratura	$X_q^{'}$	0,228	[pu]
Reatância subtransitória de eixo direto	$X_d^{''}$	0,135	[pu]
Reatância subtransitória de eixo em quadratura	$X_q^{''}$	0,2	[pu]
Constante de tempo transitória – eixo d	$T_{d0}^{'}$	4,3	[s]
Constante de tempo transitória – eixo q	$T_{q0}^{'}$	0,85	[s]
Constante de tempo subtransitória – eixo d	$T_{d0}^{''}$	0,032	[s]
Constante de tempo subtransitória – eixo q	$T_{q0}^{''}$	0,05	[s]

O eixo turbina-gerador é representado por uma turbina com quatro estágios de pressão (HP, IP, LPA e LPB), uma massa referente ao gerador (GEN) e uma massa referente à excitatriz (EXC). Esta estrutura é representada pelo sistema massa-mola-amortecedor a parâmetros concentrados apresentado na Figura A.2.

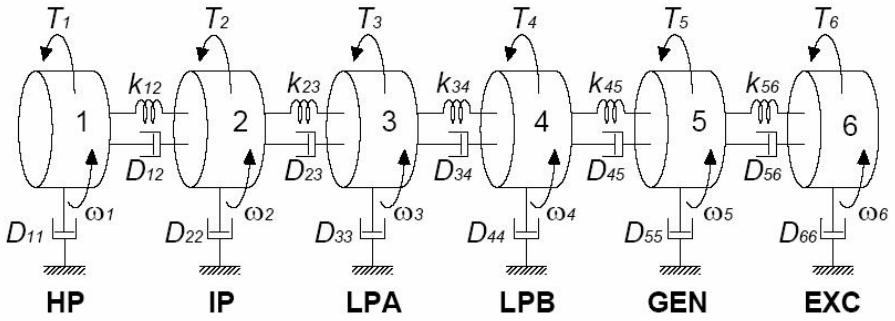


Figura A.2 – Representação a parâmetros concentrados do eixo turbina-gerador do IEEE First Benchmark Model

As constantes de inércia e de elasticidade do eixo são obtidas a partir das características construtivas do eixo e são fornecidas pelo fabricante. A Tabela A.2 apresenta estes parâmetros para o sistema IEEE First Benchmark Model:

Tabela A.2 – Parâmetros do eixo turbina-gerador do IEEE First Benchmark Model

Seção		**Inércia H [s]**	**Eixo**	**Elasticidade K [pu Torque/rad]**
1	HP	0,092897		
			HP-IP	19,303
2	IP	0,155589		
			IP-LPA	34,929
3	LPA	0,858670		
			LPA-LPB	52,038
4	LPB	0,884215		
			LPB-GEN	70,858
5	GEN	0,868495		
			GEN-EXC	2,822
6	EXC	0,0342165		

Com estes parâmetros, pode-se calcular as matrizes **H** e **K**, introduzidas no Capítulo 4. Estas matrizes são dadas pelas relações a seguir:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_1 & & & & & \\ & H_2 & & & & \\ & & H_3 & & & \\ & & & H_4 & & \\ & & & & H_5 & \\ & & & & & H_6 \end{bmatrix} \tag{A.1}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{12} & -K_{12} & & & & \\ -K_{12} & K_{12}+K_{23} & -K_{23} & & & \\ & -K_{23} & K_{23}+K_{34} & -K_{34} & & \\ & & -K_{34} & K_{34}+K_{45} & -K_{45} & \\ & & & -K_{45} & K_{45}+K_{56} & -K_{56} \\ & & & & -K_{56} & K_{56} \end{bmatrix} \tag{A.2}$$

Conforme visto no item 4.7, as constantes de amortecimento de cada seção do eixo turbina-gerador não podem ser calculadas a partir de dados construtivos, uma vez que dependem da condição operativa do sistema. No entanto, os fatores de amortecimento modal (σ_n) podem ser obtidos através de ensaios de campo, considerando uma determinada condição operativa. Os valores de σ_n para os cinco modos torcionais considerando o gerador operando em vazio são dados em (IEEE, 1977) e estão

reproduzidos na Tabela A.3. Os valores destes parâmetros para uma condição de carga plena são da ordem de vinte vezes maiores.

Tabela A.3 – Fatores de amortecimento modal para o IEEE First Benchmark Model

Modo	**f_n (Hz)**	**σ_n (em vazio)**
1	15,7	0,05
2	20,2	0,11
3	25,5	0,028
4	32,3	0,028
5	47,5	0,05

As frações do torque mecânico total desenvolvido por cada seção da turbina são apresentadas na Tabela A.4. Os torques mecânicos nas massas do gerador e da excitatriz são considerados nulos.

Tabela A.4 – Torque mecânico desenvolvido por cada seção da turbina do IEEE First Benchmark Model

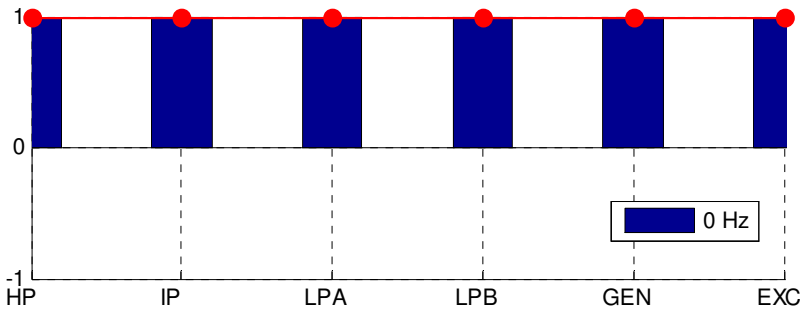
Seção		**Torque**
1	HP	30%
2	IP	26%
3	LPA	22%
4	LPB	22%

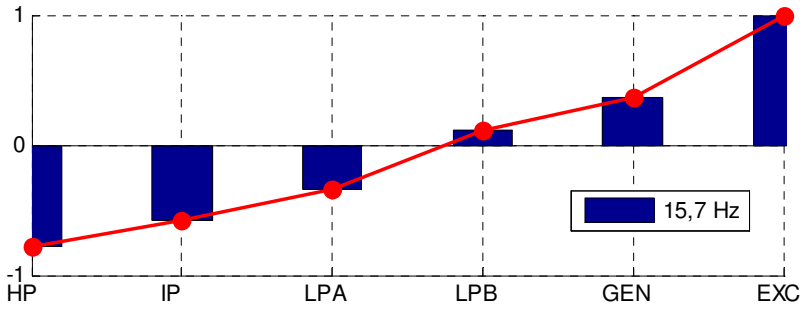
A.3. Análise Modal do Eixo Turbina-Gerador

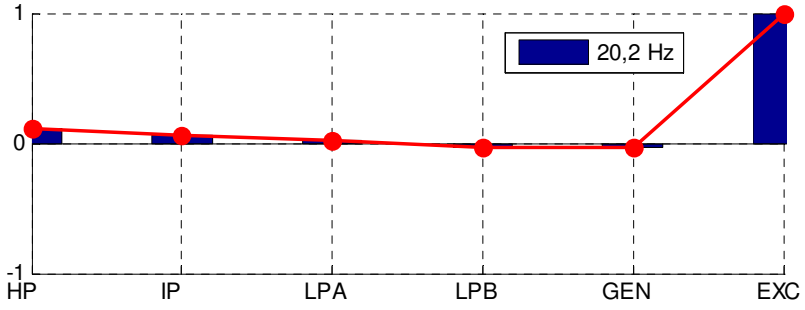
A partir dos dados apresentados na Tabela A.1, pode-se calcular as freqüências naturais de oscilação do eixo e os respectivos *mode-shapes*, expressos pelas colunas da matriz $\mathbf{Q}$. Os *mode-shapes* são formados pelos autovetores da matriz dada por $\frac{\omega_{MB}}{2}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{K}$ e indicam a contribuição de cada seção do eixo nos referidos modos de oscilação. Os *mode-shapes* para cada freqüência natural são apresentados na Tabela A.5 e representados graficamente na Figura A.2, onde cada autovetor foi normalizado por sua norma euclidiana.

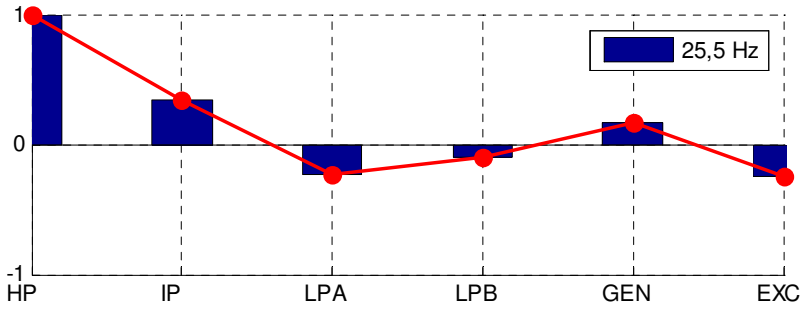
Tabela A.5 – Mode-shapes do eixo turbina-gerador do IEEE First Benchmark Model

Seção	Freqüências Naturais					
	0 Hz	**15,7 Hz**	**20,2 Hz**	**25,5 Hz**	**32,3 Hz**	**47,5 Hz**
HP	1,0000	-0,7770	0,1099	1,0000	0,8638	-0,7874
IP	1,0000	-0,5837	0,0646	0,3422	-0,0437	1,0000
LPA	1,0000	-0,3424	0,0150	-0,2297	-0,5027	-0,1133
LPB	1,0000	0,1117	-0,0395	-0,0954	1,0000	0,0211
GEN	1,0000	0,3731	-0,0374	0,1660	-0,6205	-0,0045
EXC	1,0000	1,0000	1,0000	-0,2525	0,3768	0,0009









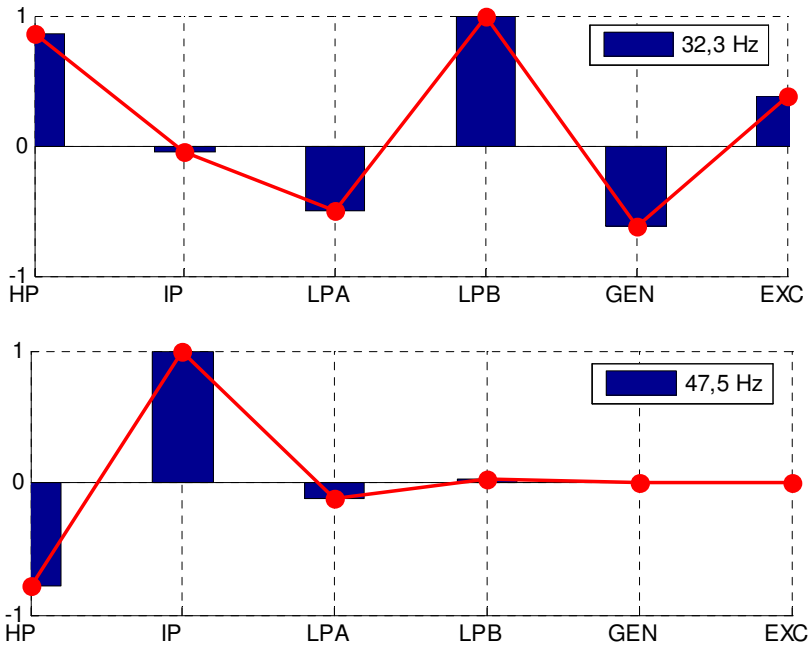


Figura A.3 - Mode-shapes dos modos torcionais do eixo turbina-gerador do IEEE First Benchmark Model

Nota-se que o eixo possui seis freqüências naturais de oscilação, uma vez que este é constituído por seis massas. O modo 0 corresponde ao modo uníssono, no qual todo o eixo oscila conjuntamente.

De posse da matriz **Q**, das matrizes **H** e **K**, e dos fatores de amortecimento modal (σ_n), é possível a determinação das grandezas modais do eixo da Figura A.1, a partir das relações introduzidas no item 4.7. A Tabela A.6 apresenta o resultado do cálculo destas grandezas.

Tabela A.6 – Grandezas modais para o eixo turbina-gerador do IEEE First Benchmark Model

Modos	**ω_n [rad/s]**	**H_m [s]**	**K_m [pu/rad]**	**D_m [pu/pu]**
Modo 0	0	2,8941	0	0
Modo 1	98,72	0,3759	19,4345	0,0752
Modo 2	126,99	0,0388	3,3172	0,0171
Modo 3	160,52	0,1906	26,0515	0,0213
Modo 4	202,85	1,5101	329,6435	0,1691
Modo 5	298,18	0,2246	105,9467	0,0449

A partir dos amortecimentos modais (**D_m**), obtém-se as constantes de amortecimento individual das seções do eixo a partir da equação (4.60), apresentadas na Tabela A.7.

Para este cálculo, as constantes de amortecimento mútuas entre as seções são consideradas nulas.

Tabela A.7 – Constantes de amortecimento individual das seções do eixo do IEEE First Benchmark Model (operação em vazio)

Seção	**D [pu/pu]**	
HP	D_{11}	0,0530
IP	D_{22}	0,0292
LPA	D_{33}	-1,3371
LPB	D_{44}	-0,0197
GEN	D_{55}	1,2597
EXC	D_{66}	0,0149

Nota-se a existência de constantes de amortecimentos negativas decorrentes do processo utilizado para sua obtenção. Os valores destas constantes dependem do ponto de operação e, portanto, só são válidas para as condições para as quais os fatores de amortecimento modal foram determinados.

A.4. Modelo Completo por Sistemas Descritores

As análises desenvolvidas no item anterior consideram o eixo turbina-gerador isolado do sistema elétrico. A avaliação das interações do gerador com a rede elétrica e com os sistemas de controle requerem a modelagem conjunta de todos os elementos do sistema. Para a determinação dos autovalores e a aplicação das técnicas desenvolvidas no Capítulo 7, os modelos devem ser linearizados em torno de um ponto de operação. As reatâncias do transformador elevador, da linha de transmissão e do sistema serão agrupadas em uma reatância equivalente, resultando no sistema reduzido representado na Figura A.4.

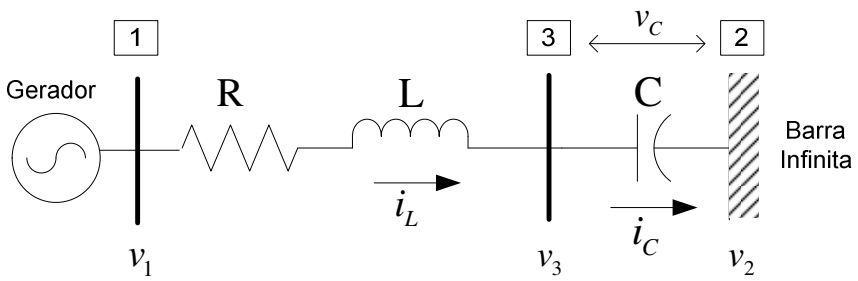


Figura A.4 – Diagrama unifilar equivalente do sistema IEEE First Benchmark Model

Referindo-se à representação por sistemas descritores, as equações linearizadas que modelam os componentes do sistema podem ser colocadas sob a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{xx} & \mathbf{J}_{xw} \\ \mathbf{J}_{wx} & \mathbf{J}_{ww} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \Delta\mathbf{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{xu} \\ \mathbf{J}_{wu} \end{bmatrix} \cdot \Delta\mathbf{u} \tag{A.3}$$

onde $\Delta\mathbf{x}$ é o vetor de variáveis de estado, $\Delta\mathbf{w}$ é o vetor de variáveis algébricas e $\Delta\mathbf{u}$ é o vetor de variáveis de entrada.

A matriz formada pelas submatrizes $\mathbf{J}_{xx}$, $\mathbf{J}_{xw}$, $\mathbf{J}_{wx}$ e $\mathbf{J}_{ww}$ é denominada matriz Jacobiana. Para o sistema IEEE First Benchmark Model, a matriz Jacobiana apresenta a estrutura ilustrada na Figura A.5, onde é possível visualizar o elevado nível de esparsidade do modelo obtido.

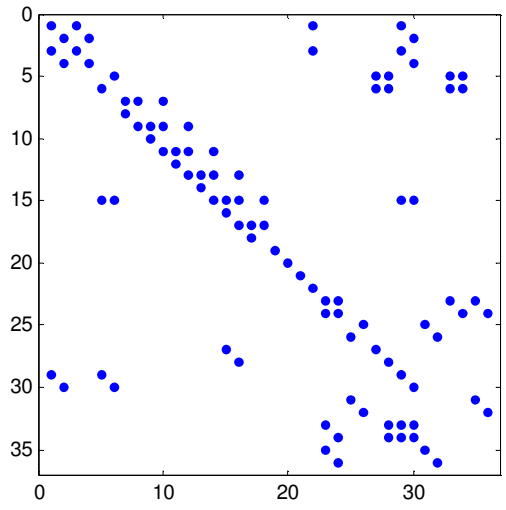


Figura A.5 – Visualização da matriz Jacobiana do sistema IEEE First Benchmark Model

As premissas adotadas para o desenvolvimento do modelo foram as seguintes:

- Representação dos efeitos transitórios e subtransitórios do rotor nos eixos *d* e *q*;
- Representação da dinâmica do estator;
- Variação da tensão e dos parâmetros da máquina com a freqüência;
- Efeitos de saturação não foram considerados;
- Representação multimassa para o eixo turbina-gerador;

- Utilização de um sistema de excitação de primeira ordem, semelhante ao apresentado na Figura 8.3;
- Utilização de um estabilizador derivado da velocidade do rotor (massa GEN), composto por um estágio wash-out, dois estágios avanço-atraso e um ganho;
- Representação da dinâmica da rede elétrica utilizando um referencial síncrono;
- O regulador de velocidade não foi representado;

O sistema resultante é composto por 26 variáveis de estado, 10 variáveis algébricas e 2 variáveis de entrada, representadas pelos vetores $\Delta\mathbf{x}$, $\Delta\mathbf{w}$ e $\Delta\mathbf{u}$, respectivamente, dados a seguir:

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{x} = [&\Delta\psi_q^{''} \quad \Delta\psi_d^{''} \quad \Delta\psi_q^{'} \quad \Delta\psi_d^{'} \quad \vdots \quad \Delta\psi_d \quad \Delta\psi_q \quad \vdots \quad \Delta\omega_{M1} \quad \Delta\theta_{M1} \quad \Delta\omega_{M2} \quad \Delta\theta_{M2} \quad \Delta\omega_{M3} \quad \Delta\theta_{M3} \\ &\Delta\omega_{M4} \quad \Delta\theta_{M4} \quad \Delta\omega_{M5} \quad \Delta\theta_{M5} \quad \Delta\omega_{M6} \quad \Delta\theta_{M6} \quad \vdots \quad \Delta x_1 \quad \Delta x_2 \quad \Delta x_3 \quad \Delta E_{fd} \quad \vdots \quad \Delta i_{L_D} \quad \Delta i_{L_Q} \quad \vdots \quad \Delta v_{c_D} \quad \Delta v_{c_Q}]^T\end{aligned} \tag{A.4}$$

$$\Delta\mathbf{w} = [\Delta\omega \quad \Delta\delta \quad \vdots \quad \Delta i_d \quad \Delta i_q \quad \vdots \quad \Delta i_{c_D} \quad \Delta i_{c_Q} \quad \vdots \quad \Delta v_{1D} \quad \Delta v_{1Q} \quad \Delta v_{3D} \quad \Delta v_{3Q}]^T \tag{A.5}$$

$$\Delta\mathbf{u} = \begin{bmatrix}\Delta T_m & \Delta V_{ref}\end{bmatrix}^T \tag{A.6}$$

Procedendo com a linearização das equações dos circuitos do rotor da máquina, obtém-se a relação a seguir:

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{\psi}_q^{''} \\ \Delta\dot{\psi}_d^{''} \\ \Delta\dot{\psi}_q^{'} \\ \Delta\dot{\psi}_d^{'}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a_{1-1} & 0 & a_{1-3} & 0 \\ 0 & a_{2-2} & 0 & a_{2-4} \\ a_{3-1} & 0 & a_{3-3} & 0 \\ 0 & a_{4-2} & 0 & a_{4-4}\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\Delta\psi_q^{''} \\ \Delta\psi_d^{''} \\ \Delta\psi_q^{'} \\ \Delta\psi_d^{'}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}a_{1-22} \\ 0 \\ a_{3-22} \\ 0\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\Delta E_{fd}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}a_{1-29} & 0 \\ 0 & a_{2-30} \\ a_{3-29} & 0 \\ 0 & a_{4-30}\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\Delta i_d \\ \Delta i_q\end{bmatrix} \tag{A.7}$$

onde:

$$a_{1-1} = \frac{1}{T_{d0}^{'}}\left(\frac{L_d - L_d^{'}}{L_d^{'} - L_l}\right)\left(\frac{L_d^{''} - L_l}{L_d^{'} - L_l}\right) - \frac{1}{T_{d0}^{''}} \qquad a_{1-3} = \frac{1}{T_{d0}^{''}} - \frac{1}{T_{d0}^{'}}\left(\frac{L_d - L_l}{L_d^{'} - L_l}\right)\left(\frac{L_d^{''} - L_l}{L_d^{'} - L_l}\right)$$

$$a_{2-2} = \frac{1}{T_{q0}^{'}}\left(\frac{L_q - L_q^{'}}{L_q^{'} - L_l}\right)\left(\frac{L_q^{''} - L_l}{L_q^{'} - L_l}\right) - \frac{1}{T_{q0}^{''}} \qquad a_{2-4} = \frac{1}{T_{q0}^{''}} - \frac{1}{T_{q0}^{'}}\left(\frac{L_q - L_l}{L_q^{'} - L_l}\right)\left(\frac{L_q^{''} - L_l}{L_q^{'} - L_l}\right)$$

$$a_{3-1} = \frac{1}{T_{d0}^{'}}\left(\frac{L_d - L_d^{'}}{L_d^{'} - L_l}\right) \qquad a_{3-3} = -\frac{1}{T_{d0}^{'}}\left(\frac{L_d - L_l}{L_d^{'} - L_l}\right)$$

$$a_{4-2} = \frac{1}{T_{q0}^{'}}\left(\frac{L_q - L_q^{'}}{L_q^{'} - L_l}\right) \qquad a_{4-4} = -\frac{1}{T_{q0}^{'}}\left(\frac{L_q - L_l}{L_q^{'} - L_l}\right)$$

$$a_{1-22} = \frac{1}{T_{d0}^{'}}\left(\frac{L_d^{''} - L_l}{L_d^{'} - L_l}\right) \qquad a_{3-22} = \frac{1}{T_{d0}^{'}}$$

$$a_{1-29} = -\left[\frac{\left(L_d^{'} - L_d^{''}\right)}{T_{d0}^{''}} + \frac{\left(L_d - L_d^{'}\right)\left(L_d^{''} - L_l\right)^2}{T_{d0}^{'}\left(L_d^{'} - L_l\right)^2}\right] \quad a_{2-30} = \frac{\left(L_q^{'} - L_q^{''}\right)}{T_{q0}^{''}} + \frac{\left(L_q - L_q^{'}\right)\left(L_q^{''} - L_l\right)^2}{T_{q0}^{'}\left(L_q^{'} - L_l\right)^2}$$

$$a_{3-29} = -\frac{1}{T_{d0}^{'}}\frac{\left(L_d - L_d^{'}\right)\left(L_d^{''} - L_l\right)}{L_d^{'} - L_l} \qquad a_{4-30} = -\frac{1}{T_{q0}^{'}}\frac{\left(L_q - L_q^{'}\right)\left(L_q^{''} - L_l\right)}{L_q^{'} - L_l}$$

A partir das equações linearizadas para os fluxos de eixo direto e em quadratura do estator, dadas em (3.121), pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{\psi}_d \\ \Delta\dot{\psi}_q\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & a_{5-6} \\ a_{6-5} & 0\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\Delta\psi_d \\ \Delta\psi_q\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}a_{5-27} & a_{5-28} & a_{5-29} & 0 & a_{5-33} & a_{5-34} \\ a_{6-27} & a_{6-28} & 0 & a_{6-30} & a_{6-33} & a_{6-34}\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\Delta\omega \\ \Delta\delta \\ \Delta i_d \\ \Delta i_q \\ v_{1D} \\ v_{1Q}\end{bmatrix} \qquad \text{(A.8)}$$

onde:

$$a_{5-6} = \omega_B\omega_0 \qquad a_{6-5} = -\omega_B\omega_0$$

$$a_{5-27} = \omega_B\psi_{q0} \qquad a_{5-28} = \omega_B\left(v_{1D_0}\cos\delta_0 + v_{1Q_0}sen\delta_0\right) \quad a_{5-29} = \omega_B r$$

$$a_{5-33} = \omega_B sen\delta_0 \qquad a_{5-34} = -\omega_B\cos\delta_0$$

$$a_{6-27} = -\omega_B\psi_{d0} \qquad a_{6-28} = \omega_B\left(v_{1Q_0}\cos\delta_0 - v_{1D_0}sen\delta_0\right) \quad a_{6-30} = \omega_B r$$

$$a_{6-33} = \omega_B\cos\delta_0 \qquad a_{6-34} = \omega_B sen\delta_0$$

Os fluxos subtransitórios se relacionam com as correntes de eixo direto e em quadratura do estator a partir das seguintes relações linearizadas:

$$\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta\psi_q^{"}\\ \Delta\psi_d^{"}\\ \Delta\psi_q\\ \Delta\psi_d\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}a_{29-29} & 0\\ 0 & a_{30-30}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta i_d\\ \Delta i_q\end{bmatrix} \tag{A.9}$$

onde:

$$a_{29-29}=L_d^{"} \qquad a_{30-30}=L_q^{"}$$

Para o sistema mecânico do eixo turbina-gerador, tem-se as seguintes relações linearizadas:

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{\omega}_{M1}\\ \Delta\dot{\theta}_{M1}\\ \Delta\dot{\omega}_{M2}\\ \Delta\dot{\theta}_{M2}\\ \Delta\dot{\omega}_{M3}\\ \Delta\dot{\theta}_{M3}\\ \Delta\dot{\omega}_{M4}\\ \Delta\dot{\theta}_{M4}\\ \Delta\dot{\omega}_{M5}\\ \Delta\dot{\theta}_{M5}\\ \Delta\dot{\omega}_{M6}\\ \Delta\dot{\theta}_{M6}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{7-7} & a_{7-8} & a_{7-9} & a_{7-10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ a_{8-7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ a_{9-7} & a_{9-8} & a_{9-9} & a_{9-10} & a_{9-11} & a_{9-12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & a_{10-9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & a_{11-9} & a_{11-10} & a_{11-11} & a_{11-12} & a_{11-13} & a_{11-14} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{12-11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{13-11} & a_{13-12} & a_{13-13} & a_{13-14} & a_{13-15} & a_{13-16} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{14-13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{15-13} & a_{15-14} & a_{15-15} & a_{15-16} & a_{15-17} & a_{15-18}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{16-15} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{17-15} & a_{17-16} & a_{17-17} & a_{17-18}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{18-17} & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta\omega_{M1}\\ \Delta\theta_{M1}\\ \Delta\omega_{M2}\\ \Delta\theta_{M2}\\ \Delta\omega_{M3}\\ \Delta\theta_{M3}\\ \Delta\omega_{M4}\\ \Delta\theta_{M4}\\ \Delta\omega_{M5}\\ \Delta\theta_{M5}\\ \Delta\omega_{M6}\\ \Delta\theta_{M6}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ a_{15-5} & a_{15-6}\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta\psi_d\\ \Delta\psi_q\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ a_{15-29} & a_{15-30}\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta i_d\\ \Delta i_q\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b_{7-1}\\ 0\\ b_{9-1}\\ 0\\ b_{11-1}\\ 0\\ b_{13-1}\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}\cdot[T_m] \tag{A.10}$$

onde:

$$a_{7-7}=-\frac{D_{11}+D_{12}}{2H_1} \qquad a_{7-8}=-\frac{K_{12}}{2H_1} \quad a_{7-9}=\frac{D_{12}}{2H_1} \qquad a_{7-10}=\frac{K_{12}}{2H_1} \qquad a_{8-7}=\omega_0$$

$$a_{9-7}=\frac{D_{12}}{2H_2} \qquad a_{9-8}=\frac{K_{12}}{2H_2} \qquad a_{9-9}=-\frac{D_{12}+D_{22}+D_{23}}{2H_2} \qquad a_{9-10}=-\frac{K_{12}+K_{23}}{2H_2}$$

$$a_{9-11}=\frac{D_{23}}{2H_2} \qquad a_{9-12}=\frac{K_{23}}{2H_2} \qquad a_{10-9}=\omega_0 \qquad a_{11-9}=\frac{D_{23}}{2H_3} \qquad a_{11-10}=\frac{K_{23}}{2H_3}$$

$$a_{11-11}=-\frac{D_{23}+D_{33}+D_{34}}{2H_3} \qquad a_{11-12}=-\frac{K_{23}+K_{34}}{2H_3} \quad a_{11-13}=\frac{D_{34}}{2H_3} \quad a_{11-14}=\frac{K_{34}}{2H_3}$$

$$a_{12-11}=\omega_0 \qquad a_{13-11}=\frac{D_{34}}{2H_4} \quad a_{13-12}=\frac{K_{34}}{2H_4} \quad a_{13-13}=-\frac{D_{34}+D_{44}+D_{45}}{2H_4}$$

$$a_{13-14}=-\frac{K_{34}+K_{45}}{2H_4} \quad a_{13-15}=\frac{D_{45}}{2H_4} \quad a_{13-16}=\frac{K_{45}}{2H_4} \quad a_{14-13}=\omega_0 \qquad a_{15-13}=\frac{D_{45}}{2H_5}$$

$$a_{15-14}=\frac{K_{45}}{2H_5} \quad a_{15-15}=-\frac{D_{45}+D_{55}+D_{56}}{2H_5} \quad a_{15-16}=-\frac{K_{45}+K_{56}}{2H_5} \quad a_{15-17}=\frac{D_{56}}{2H_5}$$

$$a_{15-18}=\frac{K_{56}}{2H_5} \quad a_{16-15}=\omega_0 \quad a_{17-15}=\frac{D_{56}}{2H_6} \quad a_{17-16}=\frac{K_{56}}{2H_6} \quad a_{17-17}=-\frac{D_{45}+D_{55}}{2H_6}$$

$$a_{17-18}=-\frac{K_{56}}{2H_6} \quad a_{18-17}=\omega_0 \quad a_{15-29}=i_{q0} \quad a_{15-30}=-i_{d0} \quad a_{15-5}=-\psi_{q0}$$

$$a_{15-6}=\psi_{d0} \quad b_{7-1}=\frac{f_{t1}}{2H_1} \quad b_{9-1}=\frac{f_{t2}}{2H_2} \quad b_{11-1}=\frac{f_{t3}}{2H_3} \quad b_{13-1}=\frac{f_{t4}}{2H_4}$$

Como $\Delta\omega=\Delta\omega_{M5}$ e $\Delta\delta=\Delta\theta_{M5}$, pode-se escrever as relações algébricas para $\Delta\omega$ e $\Delta\delta$ na forma padrão:

$$\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0&-1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta\omega_{M1}\\\Delta\theta_{M1}\\\Delta\omega_{M2}\\\Delta\theta_{M2}\\\Delta\omega_{M3}\\\Delta\theta_{M3}\\\Delta\omega_{M4}\\\Delta\theta_{M4}\\\Delta\omega_{M5}\\\Delta\theta_{M5}\\\Delta\omega_{M6}\\\Delta\theta_{M6}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta\omega\\\Delta\delta\end{bmatrix} \qquad \text{(A.11)}$$

As equações do sistema de excitação, incluindo o PSS derivado da velocidade do gerador, são dadas a seguir:

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{x}_1\\\Delta\dot{x}_2\\\Delta\dot{x}_3\\\Delta\dot{E}_{fd}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{19-19}&a_{19-20}&a_{19-21}&0\\0&a_{20-20}&a_{20-21}&0\\0&0&a_{21-21}&0\\a_{22-19}&a_{22-20}&a_{22-21}&a_{22-22}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta x_1\\\Delta x_2\\\Delta x_3\\\Delta E_{fd}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}a_{19-27}&0&0\\a_{20-27}&0&0\\a_{21-27}&0&0\\a_{22-27}&a_{22-33}&a_{22-34}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta\omega\\\Delta v_{1D}\\\Delta v_{1Q}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\b_{22-2}\end{bmatrix}\cdot\left[\Delta V_{ref}\right] \qquad \text{(A.12)}$$

onde:

$$a_{19-19}=-\frac{1}{T_4} \quad a_{19-20}=\frac{1}{T_4}\left(1-\frac{T_3}{T_4}\right) \quad a_{19-21}=-\frac{T_1}{T_2T_4}\left(1-\frac{T_3}{T_4}\right) \quad a_{20-20}=-\frac{1}{T_2}$$

$$a_{20-21} = -\frac{1}{T_2}\left(1-\frac{T_1}{T_2}\right) \quad a_{21-21} = -\frac{1}{T_W} \quad a_{22-19} = \frac{K_A}{T_A} \quad a_{22-20} = \frac{K_A}{T_A}\frac{T_3}{T_4}$$

$$a_{22-21} = -\frac{K_A}{T_A}\frac{T_1T_3}{T_2T_4} \quad a_{22-22} = -\frac{1}{T_A} \quad a_{19-27} = \frac{K_{pss}T_1}{T_2T_4}\left(1-\frac{T_3}{T_4}\right) \quad a_{20-27} = \frac{K_{pss}}{T_2}\left(1-\frac{T_1}{T_2}\right)$$

$$a_{21-27} = \frac{K_{pss}}{T_W} \quad a_{22-27} = K_{pss}\frac{K_A}{T_A}\frac{T_1T_3}{T_2T_4} \quad a_{22-33} = -\frac{K_A}{T_A}\frac{v_{1D_0}}{V_{t0}}$$

$$a_{22-34} = -\frac{K_A}{T_A}\frac{V_{1Q_0}}{V_{t0}} \quad b_{22-2} = \frac{K_A}{T_A}$$

As variáveis de estado da rede elétrica são representadas pelas componentes *D* e *Q* da tensão no capacitor série (Δv_{c_D} e Δv_{c_Q}) e da corrente no indutor (Δi_{L_D} e Δi_{L_Q}). As equações para estes elementos foram desenvolvidas no Capítulo 5, sendo então integradas ao modelo completo do sistema.

Salientando que, por definição, na barra infinita $\Delta v_{2D} = \Delta v_{2Q} = 0$, tem-se para o capacitor série:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{v}_{c_D} \\ \Delta \dot{v}_{c_Q} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_{25-26} & a_{25-31} & 0 \\ a_{26-25} & 0 & 0 & a_{26-32} \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta v_{c_D} \\ \Delta v_{c_Q} \\ \Delta i_{c_D} \\ \Delta i_{c_Q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta v_{3D} \\ \Delta v_{3Q} \end{bmatrix} \tag{A.13}$$

onde:

$$a_{25-26} = \omega_B \quad a_{25-31} = \frac{1}{C} \quad a_{26-25} = -\omega_B \quad a_{26-32} = \frac{1}{C}$$

Para a linha (circuito RL série), pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{i}_{L_r} \\ \Delta \dot{i}_{L_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{23-23} & a_{23-24} \\ a_{24-23} & a_{24-24} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_{L_D} \\ \Delta i_{L_Q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{23-33} & 0 & a_{23-35} & 0 \\ 0 & a_{24-34} & 0 & a_{24-36} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta v_{1D} \\ \Delta v_{1Q} \\ \Delta v_{3D} \\ \Delta v_{3Q} \end{bmatrix} \tag{A.14}$$

onde:

$$a_{23-23} = -\frac{R}{L} \quad a_{23-24} = \omega_B \quad a_{24-23} = -\omega_B \quad a_{24-24} = -\frac{R}{L}$$

$$a_{23-33} = \frac{1}{L} \quad a_{23-35} = -\frac{1}{L} \quad a_{24-34} = \frac{1}{L} \quad a_{24-36} = -\frac{1}{L}$$

Por fim, escrevem-se as equações de Kirchhoff linearizadas para as correntes nos nós (KCL):

Nó 1:

$$-\Delta i_{L_D} + \Delta i_D = 0 \tag{A.15}$$

$$-\Delta i_{L_Q} + \Delta i_Q = 0 \tag{A.16}$$

Nó 3:

$$-\Delta i_{L_D} + \Delta i_{c_D} = 0 \tag{A.17}$$

$$-\Delta i_{L_Q} + \Delta i_{c_Q} = 0 \tag{A.18}$$

No entanto, a corrente terminal do gerador deve estar referenciada ao sistema de eixos da máquina. Desta forma:

$$i_D = i_d \operatorname{sen}\delta + i_q \cos\delta \tag{A.19}$$

$$i_Q = -i_d \cos\delta + i_q \operatorname{sen}\delta \tag{A.20}$$

Linearizando estas equações, obtém-se:

$$\Delta i_D = \left(i_{d0}\cos\delta_0 - i_{q0}\operatorname{sen}\delta_0\right)\Delta\delta + \operatorname{sen}\delta_0\Delta i_d + \cos\delta_0\Delta i_q \tag{A.21}$$

$$\Delta i_Q = \left(i_{d0}\operatorname{sen}\delta_0 + i_{q0}\cos\delta_0\right)\Delta\delta - \cos\delta_0\Delta i_d + \operatorname{sen}\delta_0\Delta i_q \tag{A.22}$$

Substituindo estas equações nas equações (A.15) e (A.16), pode-se reescrever as equações (A.15) a (A.18) na forma padrão, como se segue:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & a_{23-28} & a_{23-29} & a_{23-30} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & a_{24-28} & a_{24-29} & a_{24-30} & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_{L_D} \\ \Delta i_{L_Q} \\ \Delta \delta \\ \Delta i_d \\ \Delta i_q \\ \Delta i_{c_D} \\ \Delta i_{c_Q} \end{bmatrix} \tag{11.1}$$

onde:

$$a_{23-28} = i_{d0} \cos \delta_0 - i_{q0} \operatorname{sen} \delta_0 \qquad a_{23-29} = \operatorname{sen} \delta_0 \qquad a_{23-30} = \cos \delta_0$$

$$a_{24-28} = i_{d0} \operatorname{sen} \delta_0 + i_{q0} \cos \delta_0 \qquad a_{24-29} = -\cos \delta_0 \qquad a_{24-30} = \operatorname{sen} \delta_0$$

Apêndice B IEEE Second Benchmark Model (SBM)

B.1. Introdução

O *IEEE First Benchmark Model* tem sido utilizado extensamente na comparação de modelos computacionais e na avaliação de diferentes técnicas de análise e controle de oscilações subsíncronas. No entanto, a configuração adotada neste sistema não é muito usual em sistemas de potência reais do ponto de vista prático. Por outro lado, o *IEEE Second Benchmark Model* apresenta uma configuração encontrada com mais freqüência na prática. Este sistema foi apresentado inicialmente em (IEEE, 1985a) e contém duas configurações distintas para a rede elétrica. A primeira é constituída por uma máquina síncrona conectada a uma barra infinita por intermédio de duas linhas de transmissão em paralelo, uma das quais dotada de compensação série. Esta configuração visa ilustrar a chamada "ressonância paralela". A segunda configuração consiste em dois geradores síncronos distintos ligados radialmente a uma barra infinita através de uma linha de transmissão série-compensada. Este sistema visa a análise da interação torcional entre geradores com uma freqüência natural em comum.

B.2. IEEE Second Benchmark Model – Sistema 1

O diagrama unifilar deste sistema é apresentado na Figura B.1, onde os valores dos parâmetros da rede são expressos pu na base de 100 MVA e 500 kV, medidos à freqüência fundamental (60 Hz).

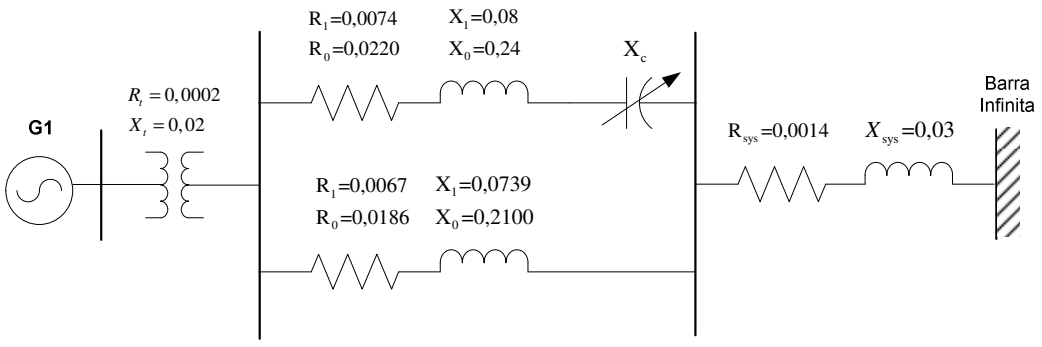


Figura B.1 – Diagrama unifilar do IEEE Second Benchmark Model – Sistema 1

O gerador G1 consiste em um turbogerador de 600 MVA, 3600 rpm, 22 kV, cujos parâmetros estão dispostos na tabela a seguir, dados em *pu* na base do gerador.

Tabela B.1 – Parâmetros do gerador G1 - IEEE Second Benchmark Model

Parâmetro		**Valor**	**Unidade**
Resistência da armadura	R	0,0045	[pu]
Reatância de dispersão	X_L	0,14	[pu]
Reatância síncrona de eixo direto	X_d	1,65	[pu]
Reatância síncrona de eixo em quadratura	X_q	1,59	[pu]
Reatância transitória de eixo direto	$X_d^{'}$	0,25	[pu]
Reatância transitória de eixo em quadratura	$X_q^{'}$	0,46	[pu]
Reatância subtransitória de eixo direto	$X_d^{''}$	0,20	[pu]
Reatância subtransitória de eixo em quadratura	$X_q^{''}$	0,20	[pu]
Constante de tempo transitória – eixo d	$T_{d0}^{'}$	4,5	[s]
Constante de tempo transitória – eixo q	$T_{q0}^{'}$	0,55	[s]
Constante de tempo subtransitória – eixo d	$T_{d0}^{''}$	0,04	[s]
Constante de tempo subtransitória – eixo q	$T_{q0}^{''}$	0,09	[s]

O eixo turbina-gerador de G1 é representado por uma turbina possuindo dois estágios de pressão (HP e LP), uma massa referente ao gerador (GEN) e uma massa referente à excitatriz (EXC). Esta estrutura é representada pelo sistema massa-mola-amortecedor a parâmetros concentrados apresentado na Figura B.2.

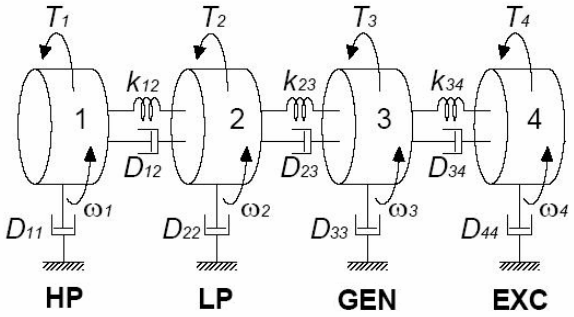


Figura B.2 – Representação a parâmetros concentrados do eixo turbina-gerador de G1 - IEEE Second Benchmark Model

A Tabela B.2 apresenta as constantes de inércia e de elasticidade do eixo do gerador G1:

Tabela B.2 – Parâmetros do eixo turbina-gerador de G1 - IEEE Second Benchmark Model

Seção		**Eixo**	**Inércia H [s]**	**Elasticidade K [pu Torque/rad]**
1	HP		0.248923	
		HP-LP		42.701
2	LP		1.549676	
		LP-GEN		83.468
3	GEN		0.878769	
		GEN-EXC		3.740
4	EXC		0.006897	

Com estes parâmetros, pode-se calcular as matrizes **H** e **K**, introduzidas no Capítulo 4. Estas matrizes são dadas pelas relações a seguir:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_1 & & & \\ & H_2 & & \\ & & H_3 & \\ & & & H_4 \end{bmatrix} \tag{B.1}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{12} & -K_{12} & & \\ -K_{12} & K_{12}+K_{23} & -K_{23} & \\ & -K_{23} & K_{23}+K_{34} & -K_{34} \\ & & -K_{34} & K_{34} \end{bmatrix} \tag{B.2}$$

Conforme visto no item 4.7, as constantes de amortecimento de cada seção do eixo turbina-gerador não podem ser calculadas a partir de dados construtivos, uma vez que dependem da condição operativa do sistema. No entanto, os fatores de amortecimento modal (σ_n) podem ser obtidos através de ensaios de campo, considerando uma determinada condição operativa. Os valores de σ_n para os três modos torcionais de G1 apresentados em (IEEE, 1985a) estão reproduzidos na Tabela B.3.

Tabela B.3 – Fatores de amortecimento modal para o gerador G1 - IEEE Second Benchmark Model

Modo	**f_n (Hz)**	**σ_n**
1	24,65	0,05
2	32,39	0,05
3	51,10	0,05

As frações do torque mecânico total desenvolvido por cada seção da turbina não são fornecidas em (IEEE, 1985a). Para as simulações contidas nesta dissertação foram adotados os valores apresentados na Tabela B.4. Os torques mecânicos nas massas do gerador e da excitatriz são considerados nulos.

Tabela B.4 – Torque mecânico desenvolvido por cada seção da turbina do gerador G1 - IEEE Second Benchmark Model

Seção		Torque
1	HP	50%
2	LP	50%

B.3. IEEE Second Benchmark Model - Sistema 2

O diagrama unifilar deste sistema é apresentado na Figura B.3, onde os valores dos parâmetros da rede são expressos pu na base de 100 MVA e 500 kV, medidos à freqüência fundamental (60 Hz).

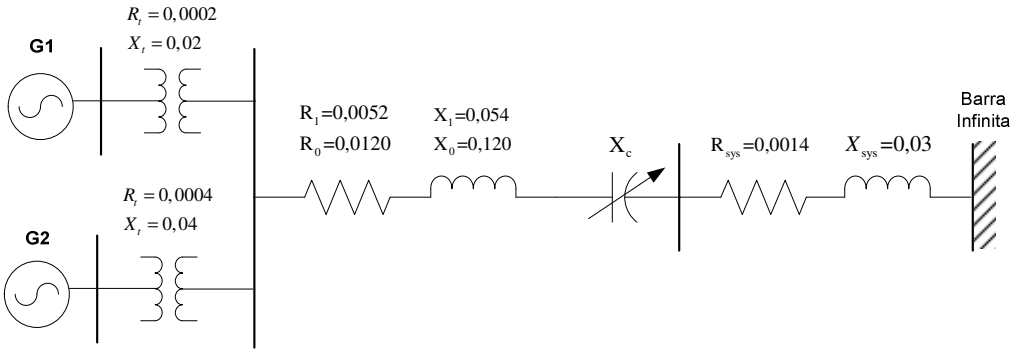


Figura B.3 – Diagrama unifilar do IEEE Second Benchmark Model – Sistema 2

O gerador G1 é idêntico ao apresentado no sistema do item anterior. O gerador G2 consiste em um turbogerador de 700 MVA, 3600 rpm, 22 kV, cujos parâmetros estão dispostos na tabela a seguir, dados em *pu* na base do gerador.

Tabela B.5 – Parâmetros do gerador G2 - IEEE Second Benchmark Model

Parâmetro		Valor	Unidade
Resistência da armadura	R	0,0045	[pu]
Reatância de dispersão	X_L	0,12	[pu]
Reatância síncrona de eixo direto	X_d	1,54	[pu]
Reatância síncrona de eixo em quadratura	X_q	1,50	[pu]

Parâmetro		Valor	Unidade
Reatância transitória de eixo direto	$X_d^{'}$	0,23	[pu]
Reatância transitória de eixo em quadratura	$X_q^{'}$	0,42	[pu]
Reatância subtransitória de eixo direto	$X_d^{''}$	0,18	[pu]
Reatância subtransitória de eixo em quadratura	$X_q^{''}$	0,18	[pu]
Constante de tempo transitória – eixo d	$T_{d0}^{'}$	3,7	[s]
Constante de tempo transitória – eixo q	$T_{q0}^{'}$	0,43	[s]
Constante de tempo subtransitória – eixo d	$T_{d0}^{''}$	0,04	[s]
Constante de tempo subtransitória – eixo q	$T_{q0}^{''}$	0,06	[s]

O eixo turbina-gerador de G2 é representado por uma turbina possuindo dois estágios de pressão (HP e LP) e uma massa referente ao gerador (GEN). Esta estrutura é representada pelo sistema massa-mola-amortecedor a parâmetros concentrados apresentado na Figura B.4.

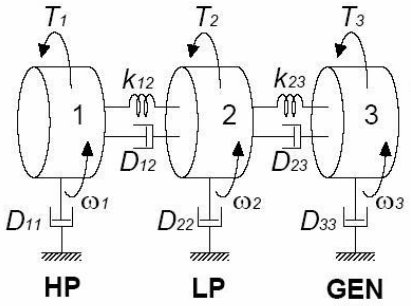


Figura B.4 – Representação a parâmetros concentrados do eixo turbina-gerador de G2 - IEEE Second Benchmark Model

As constantes de inércia e de elasticidade do eixo são obtidas a partir das características construtivas do eixo e são fornecidas pelo fabricante. A Tabela B.6 apresenta estes parâmetros para o gerador G2:

Tabela B.6 – Parâmetros do eixo turbina-gerador de G2 - IEEE Second Benchmark Model

Seção		Eixo	Elasticidade K [pu Torque/rad]
1	HP		
		HP-LP	145,103
2	LP		
		LP-GEN	113,994
3	GEN		

As matrizes **H** e **K** são dadas pelas relações a seguir:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_1 & & \\ & H_2 & \\ & & H_3 \end{bmatrix} \tag{B.3}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{12} & -K_{12} & \\ -K_{12} & K_{12}+K_{23} & -K_{23} \\ & -K_{23} & K_{23} \end{bmatrix} \tag{B.4}$$

Os fatores de amortecimento modal σ_n para os dois modos torcionais de G2 são apresentados em (IEEE, 1985a) e estão reproduzidos na Tabela B.7.

Tabela B.7 – Fatores de amortecimento modal para o gerador G2 - IEEE Second Benchmark Model

Modo	**f_n (Hz)**	**σ_n**
1	24,65	0,025
2	44,99	0,025

As frações do torque mecânico total desenvolvido por cada seção da turbina não são fornecidas em (IEEE, 1985a). Para as simulações contidas nesta dissertação foram adotados os valores apresentados na Tabela B.8. Os torques mecânicos nas massas do gerador e da excitatriz são considerados nulos.

Tabela B.8 – Torque mecânico desenvolvido por cada seção da turbina do gerador G2 - IEEE Second Benchmark Model

Seção		**Torque**
1	HP	50%
2	LP	50%

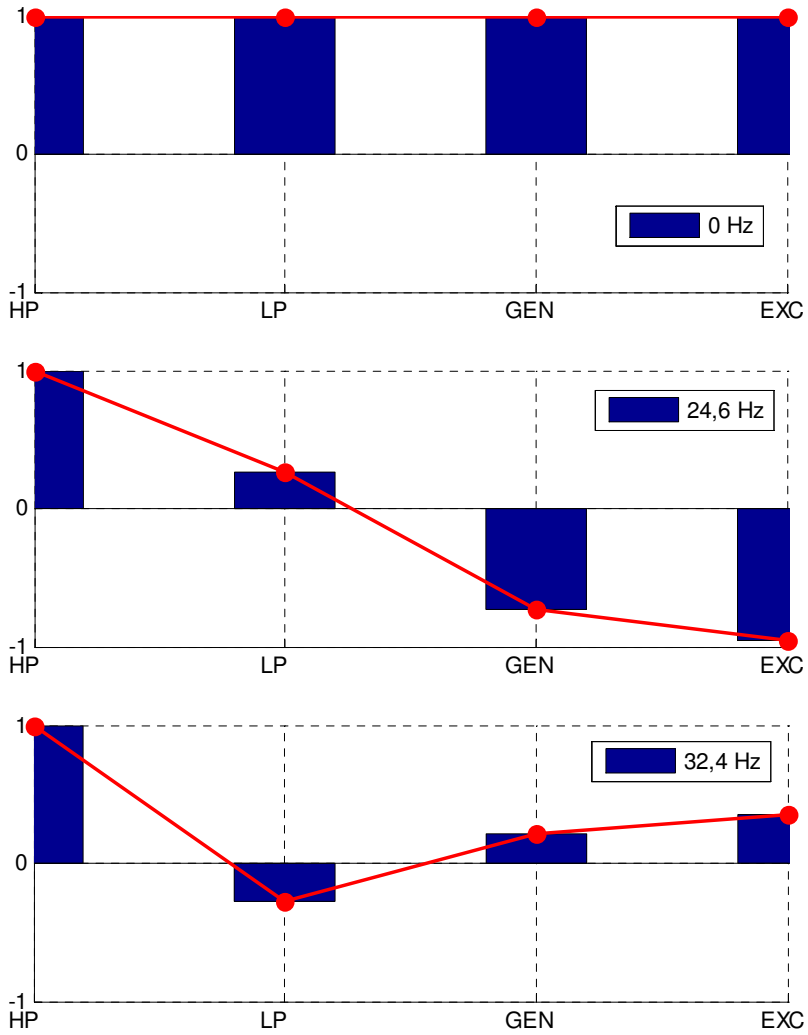
B.4. Análise Modal do Eixo Turbina-Gerador de G1

A partir dos dados apresentados na Tabela B.2, pode-se calcular as freqüências naturais de oscilação do eixo e os respectivos *mode-shapes*, expressos pelas colunas da matriz **Q**. Os *mode-shapes* são formados pelos autovetores da matriz dada por

$\frac{\omega_{MB}}{2}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{K}$ e indicam a contribuição de cada seção do eixo nos referidos modos de oscilação. Os *mode-shapes* para cada freqüência natural são apresentados na Tabela B.9 e representados graficamente na Figura B.5, onde cada autovetor foi normalizado por sua norma euclidiana.

Tabela B.9 – Mode-shapes do eixo turbina-gerador de G1 - IEEE Second Benchmark Model

Seção	**Freqüências Naturais**			
	0 Hz	**24,6 Hz**	**32,4 Hz**	**51,1 Hz**
HP	1,0000	1,0000	1,0000	-0,0005
LP	1,0000	0,2583	-0,2807	0,0012
GEN	1,0000	-0,7313	0,2089	-0,0097
EXC	1,0000	-0,9555	0,3512	1,0000



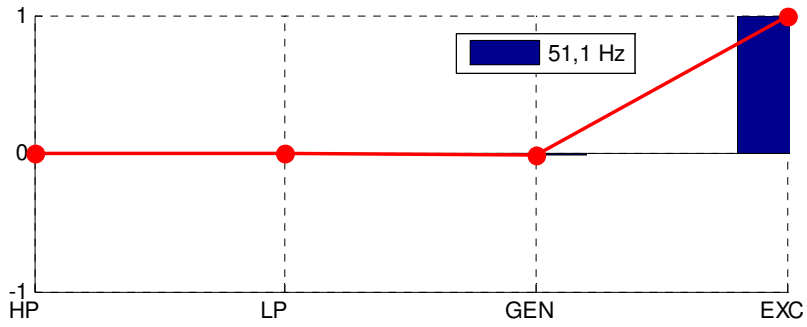


Figura B.5 – Mode-shapes dos modos torcionais do eixo turbina-gerador de G1 - IEEE Second Benchmark Model

Nota-se que o eixo possui quatro freqüências naturais de oscilação, uma vez que este é constituído por quatro massas. O modo 0 corresponde ao modo uníssono, no qual todo o eixo oscila conjuntamente.

De posse da matriz **Q**, das matrizes **H** e **K**, e dos fatores de amortecimento modal (σ_n), é possível a determinação das grandezas modais do eixo da Figura B.2, a partir das relações introduzidas no item 4.7. A Tabela B.10 apresenta o resultado do cálculo destas grandezas.

Tabela B.10 – Grandezas modais para o eixo turbina-gerador de G1 - IEEE Second Benchmark Model

Modos	**ω_n [rad/s]**	**H_m [s]**	**K_m [pu/rad]**	**D_m [pu/pu]**
Modo 0	0	2,6843	0	0
Modo 1	154,86	0,8286	105,42	0,1657
Modo 2	203,50	0,4102	90,11	0,0820
Modo 3	321,26	0,0070	3,823	0,0014

A partir dos amortecimentos modais (**D_m**), obtém-se as constantes de amortecimento individual das seções do eixo a partir da equação (4.60), apresentadas na Tabela B.11. Para este cálculo, as constantes de amortecimento mútuas entre as seções são consideradas nulas.

Tabela B.11 – Constantes de amortecimento individual das seções do eixo de G1 - IEEE Second Benchmark Model

Seção	**D [pu/pu]**	
HP	D_{11}	0,0952
LP	D_{22}	-0,2584

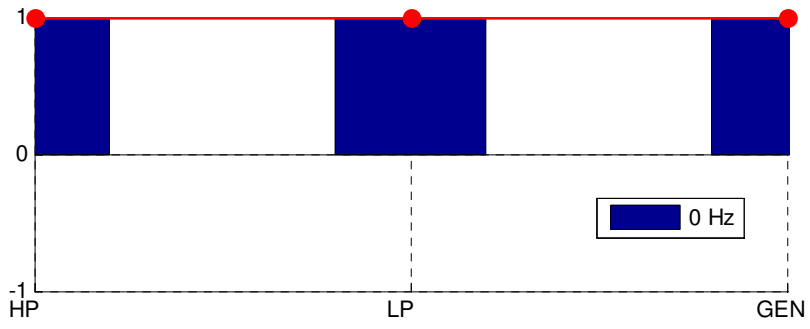
Seção	D [pu/pu]	
GEN	D_{33}	0,1618
EXC	D_{44}	0,0014

B.5. Análise Modal do Eixo Turbina-Gerador de G2

A partir dos dados apresentados na Tabela B.6, pode-se calcular as freqüências naturais de oscilação do eixo e os respectivos *mode-shapes*, expressos pelas colunas da matriz **Q**. Os *mode-shapes* são formados pelos autovetores da matriz dada por $\frac{\omega_{MB}}{2}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{K}$ e indicam a contribuição de cada seção do eixo nos referidos modos de oscilação. Os *mode-shapes* para cada freqüência natural são apresentados na Tabela B.12 e representados graficamente na Figura B.6, onde cada autovetor foi normalizado por sua norma euclidiana.

Tabela B.12 – Mode-shapes do eixo turbina-gerador de G2 - IEEE Second Benchmark Model

Seção	Freqüências Naturais		
	0 Hz	24,6 Hz	45,0 Hz
HP	1,000	1,000	1,000
LP	1,000	0,5873	-0,3749
GEN	1,000	-0,9779	0,0865



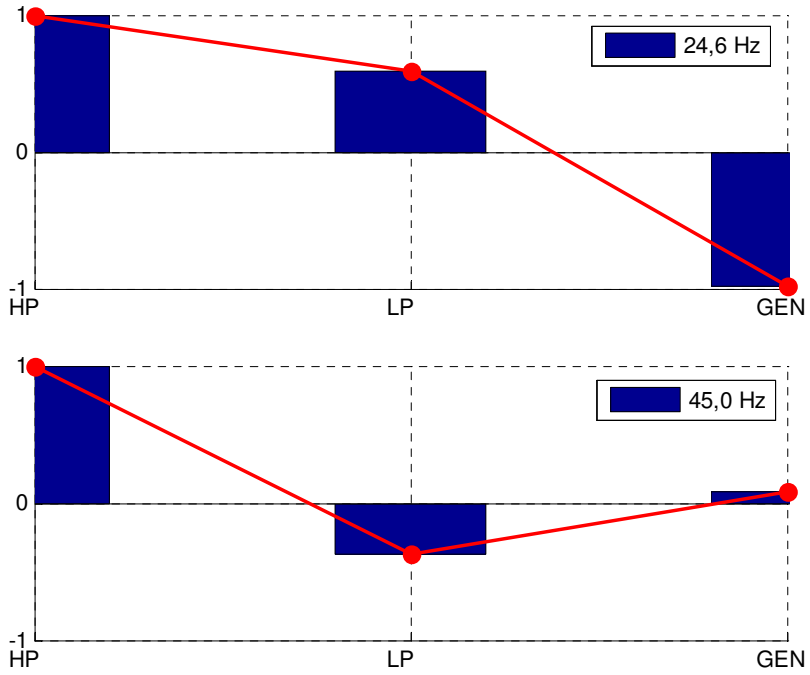


Figura B.6 – Mode-shapes dos modos torcionais do eixo turbina-gerador de G2 - IEEE Second Benchmark Model

Nota-se que o eixo possui três freqüências naturais de oscilação, uma vez que este é constituído por três massas. O modo 0 corresponde ao modo uníssono, no qual todo o eixo oscila conjuntamente.

De posse da matriz **Q**, das matrizes **H** e **K**, e dos fatores de amortecimento modal (σ_n), é possível a determinação das grandezas modais do eixo da Figura B.4, a partir das relações introduzidas no item 4.7. A Tabela B.13 apresenta o resultado do cálculo destas grandezas.

Tabela B.13 – Grandezas modais para o eixo turbina-gerador de G2 - IEEE Second Benchmark Model

Modos	**ω_n [rad/s]**	**H_m [s]**	**K_m [pu/rad]**	**D_m [pu/pu]**
Modo 0	0	3,4853	0	0
Modo 1	155,0	2,3852	303,976	0,2385
Modo 2	282,9	0,7032	298,584	0,0703

A partir dos amortecimentos modais (**D_m**), obtém-se as constantes de amortecimento individual das seções do eixo a partir da equação (4.60), apresentadas na Tabela B.14.

Para este cálculo, as constantes de amortecimento mútuas entre as seções são consideradas nulas.

Tabela B.14 – Constantes de amortecimento individual das seções do eixo de G2 - IEEE Second Benchmark Model

Seção	**D [pu/pu]**	
HP	D_{11}	0,1220
LP	D_{22}	-0,3814
GEN	D_{33}	0,2594